

DAS PRESCRIÇÕES CURRICULARES AO CURRÍCULO PRATICADO NAS AULAS DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO

Célia Maria Carolino Pires

Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC/SP

celia@pucsp.br

Resumo:

O presente artigo apresenta algumas concepções e investigações de um projeto de pesquisa que focaliza práticas curriculares nas aulas de Matemática no Ensino Médio, em especial a tomada de decisões a respeito de objetivos de aprendizagem, critérios de seleção de conteúdos e escolha das tarefas de ensino da Matemática para esse nível da escolaridade. Dentre as conclusões de 14 dissertações de mestrado realizadas, uma delas refere-se ao papel decisivo do professor na planificação do ensino, condição fundamental para desenvolver atividades em sala de aula, não como mero aplicador, mas fazendo intervenções e ajustes necessários na trajetória de aprendizagem que previu, mas que é sempre hipotética. As investigações do grupo mostram que atividades envolvendo a resolução de problemas, investigação, contextos interdisciplinares, uso de softwares e aplicação a situações do cotidiano e em outras áreas de conhecimento podem favorecer a compreensão dos temas de estudo, mas ainda há muita dificuldade dos professores em trabalhar dessa forma em sala de aula, pois predomina a ideia de que os estudantes só podem aprender mediante exposições e explicações dos professores focadas em regras e definições.

Palavras-chave: Educação Matemática; Currículos; Ensino Médio; Trajetórias Hipotéticas de aprendizagem.

1. Introdução

Desde 2000, lideramos o Grupo de Pesquisa intitulado "Desenvolvimento Curricular em Matemática e Formação de Professores" e que tem como finalidade principal analisar processos de organização e desenvolvimento curricular na área de Matemática.

Os estudos iniciais do grupo incluíram análises sobre a organização curricular brasileira ao longo das últimas décadas, em especial a partir do período de influência do Movimento Matemática Moderna. Procuraram identificar variáveis que intervêm na formulação de propostas curriculares em diferentes momentos e como as diretrizes veiculadas por documentos oficiais são traduzidas na prática dos professores em sala de aula e nos livros didáticos, analisando o currículo como "práxis". Começaram a investigar

também a relação entre formação de professores e os processos de mudança, inovação e desenvolvimento curricular, analisando como os professores de Matemática se inserem nesses processos.

Dentre os trabalhos do grupo, dois analisaram as prescrições de Propostas Curriculares de Matemática e as opiniões de professores de a respeito dessas propostas. Godoy (2002) focalizou o ensino médio e Kobashigawa (2006) focalizou o ensino fundamental. Em outros trabalhos foram explorados temas particulares como o de Nascimento (2004) que estudou a visão do professor do Ensino Médio em relação à Matemática Financeira, El Jamal (2004) que pesquisou as múltiplas sinalizações do que se espera que devem saber os estudantes relativamente à Álgebra, ao final da educação básica e Silva (2004) que procurou identificar essas sinalizações no caso da Geometria. Outras pesquisas dedicaram-se a analisar aspectos metodológicos presentes nas orientações como o tratamento interdisciplinar, Martins (2005) e questões referentes à leitura e interpretação de textos nas aulas de Matemática, Salmazo (2005).

Os resultados das investigações concluídas no período de 2000 a 2007 evidenciaram que as orientações curriculares, embora nem sempre sejam conhecidas e analisadas em profundidade pelos professores, tanto no caso do ensino fundamental como do ensino médio, acabam difundindo algumas concepções que passam a integrar o discurso dos professores. No rol dessas concepções incorporadas ao discurso, estão a participação do aluno na construção de seu conhecimento, o papel do professor como mediador entre estudantes e conhecimento matemático, a condenação a processos de pura mecanização e memorização, uma relativização referente à necessidade de eleger conteúdos para ensinar, uma valorização da ideia de que é fundamental mostrar aos estudantes as aplicações da matemática ao “cotidiano” e nas demais áreas de conhecimento. Mas, com muita frequência, os próprios professores destacam que não estão preparados para colocar em prática essas ideias, mesmo quando declarem concordar com elas.

Em função dessas constatações, a partir de 2007, organizamos um novo projeto de pesquisa denominado “Construção de trajetórias hipotéticas de aprendizagem e implementação de inovações curriculares em Matemática no Ensino Médio”. A expressão “Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem” foi utilizada num artigo de Martin Simon, de 1995, que traduzimos e debatemos no grupo de pesquisa e que colocam em jogo a realização do currículo em sala de aula e o professor como protagonista deste nível de concretização de prescrições curriculares.

Nesse projeto, três questões resumem a problemática de pesquisa do grupo: (1) Que atuação pode ter um professor de Matemática, no que se refere às atividades de planejamento do ensino, de forma compatível com uma perspectiva construtivista de aprendizagem? (2) Como compatibilizar perspectivas construtivistas de aprendizagem com a planificação do ensino de um dado conteúdo matemático? (3) Como as pesquisas na área de Educação Matemática, que trazem resultados importantes sobre a aprendizagem, podem contribuir para a organização de um ensino que potencialize boas situações de aprendizagem dos estudantes em Matemática?

Neste artigo, vamos apresentar os referenciais teórico e metodológico adotados pelo grupo e a análise e discussão de alguns resultados.

2. Referencial teórico

No artigo “Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective”, que orientou os debates no grupo de pesquisa, Simon (1995) emprega a expressão “Trajetória Hipotética de Aprendizagem” numa discussão sobre o que ele denomina “Pedagogia da Matemática”. Simon explica que o termo “Pedagogia” tem a intenção de significar todas as contribuições para a educação matemática na sala de aula. O autor inclui não apenas um trabalho multifacetado do professor, mas também o currículo a ser construído e o desenvolvimento de materiais de ensino.

O foco específico de seu trabalho está na tomada de decisão a respeito de conteúdos matemáticos e nas tarefas de ensino da Matemática em sala de aula. Ele explicita o desenvolvimento do Ciclo de Ensino Matemático (Figura 1) e o propõe como um modelo de inter-relações cíclicas dos aspectos do conhecimento do professor, pensamento, tomada de decisões. Defende a ideia de que a consideração do objetivo da aprendizagem, as atividades de aprendizagem e pensamento e conhecimento dos estudantes são elementos importantes na construção de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

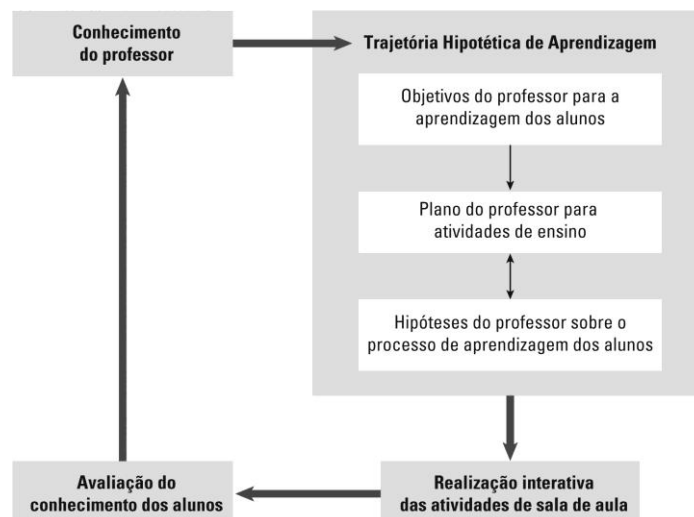


Figura 1: Ciclo de Ensino de Matemática abreviado (Simon, 1995)

Nesse Ciclo de Ensino chamou a atenção do grupo o “Conhecimento do Professor”, como espécie de ponto de partida e ponto de chegada do ciclo, apontando para uma questão fundamental: a concretização de um currículo de Matemática em sala de aula pressupõe a organização de um “ensino” em que o professor é protagonista. Ou seja: quando o professor planeja o que vai realizar em sala de aula num determinado período de tempo, ele vai basear-se em seus conhecimentos – teóricos e práticos - que envolvem o conhecimento dos conteúdos matemáticos, o conhecimento didático ligado a esses conteúdos e o conhecimento ligado à organização curricular, especificamente no que se refere a como articular atividades, propor situações de aprendizagem interessantes e com diferentes possibilidades – levantar hipóteses, resolver problemas, sistematizar descobertas, exercitar procedimentos etc.

É com base nesses conhecimentos que ele pode traçar trajetórias hipotéticas de aprendizagem, organizando seu plano para as atividades a partir da consideração de objetivos de aprendizagem que são extraídos de seu plano de curso anual. Para a seleção das atividades, deve levar em conta hipóteses sobre o processo de aprendizagem dos estudantes. Essas hipóteses são construídas em função de sua própria experiência docente anterior, mas também, de sua formação constante no que se refere a resultados de pesquisa produzidos na área de Educação Matemática.

Para Simon é a meta da aprendizagem do professor para seus estudantes que possibilita uma direção para uma trajetória hipotética de aprendizagem:

Usaremos o termo trajetória hipotética de aprendizagem tanto para fazer referência ao prognóstico do professor, como para o caminho que possibilitará o processamento da aprendizagem. É hipotética porque caracteriza a propensão a uma expectativa. O conhecimento individual dos estudantes ocorre de forma idiossincrática, embora freqüentemente em caminhos similares. O conhecimento do indivíduo tem alguma regularidade (cf. Steffe, Von Glaserfeld, Richards e Cobb, 1983), que em sala de aula adquire com atividades matemáticas freqüentes em métodos prognósticos, e que muitos dos estudantes em uma mesma sala de aula podem se beneficiar das mesmas tarefas matemáticas. (SIMON, 1995, p. 34)

Para esse autor, a trajetória hipotética de aprendizagem dá ao professor a possibilidade de construir seu projeto de decisões, baseado em suas melhores suposições de como o conhecimento poderia ser processado. Assim, ele destaca que a geração de uma THA ajuda a entender a forma pela qual o professor desenvolve seu planejamento em atividades de sala de aula, mas também ajuda a identificar como o professor interage com as observações dos estudantes, coletivamente, constituindo uma experiência e construindo novos conhecimentos.

Esta experiência pela essência da sua construção social é diferente das primeiras antecipações dos professores. Simultaneamente ocorre uma construção social de atividades em sala de aula e a modificação das idéias e conhecimento do professor, que ele vai construir em função do que está acontecendo ou do que aconteceu na sala de aula. (SIMON, 1995, p.36)

O caráter hipotético que caracteriza a trajetória tem a ver com o fato de que atividades escolhidas a partir de objetivos inicialmente propostos serão modificadas muitas vezes, talvez continuamente, durante o estudo de um conceito matemático particular. Simon comenta que quando os estudantes começam a comprometer-se com as atividades planejadas, os professores devem “comunicar-se” com seus estudantes, constituindo um ambiente de aprendizagem que inclui a incorporação dos modos pelos quais eles se engajam em um conteúdo matemático.

Em seu artigo, Simon destaca uma observação de Steffe (1990) segundo o qual as formas pelas quais os estudantes constroem suas tarefas e suas experiências é que vão determinar seu potencial de aprendizagem. Se um aluno dá uma resposta a um problema elaborado pelo professor e, no entendimento do professor não foi uma compreensão

adequada sobre conceitos ou procedimentos envolvidos, isso deve resultar num novo objetivo de ensino sobre o assunto. Este objetivo, temporariamente, substitui o original.

Além do artigo de Simon, buscamos outras contribuições para a reflexão sobre THAs e encontramos o texto de Pedro Gómez e José Luis Lupiáñez, de 2007, intitulado “Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria”, em que os autores fazem uma análise sobre o interesse de diferentes pesquisadores sobre a noção de THAs, especialmente no que se refere ao processo de formação inicial de professores.

Ele começam destacando que o interesse pelas THAs foi reconhecido com a publicação de um número de *Mathematics Thinking and Learning*, dedicado à sua discussão (Clements y Sarama, 2004). Steffe (2004, apud Gomez e Lupiáñez) ressalta a relevância desta noção dentro da Educação Matemática da seguinte forma (p. 130)

A construção de THAs dos estudantes é um dos desafios mais urgentes que a educação matemática enfrenta atualmente. É também um dos problemas mais apaixonantes, pois é ali onde podemos construir nossa compreensão da matemática dos estudantes e, de que forma, nós professores, podemos influir nessa Matemática.

No entanto, embora diversos investigadores reconheçam os três elementos centrais da THA (objetivos de aprendizagem, tarefas matemática e hipóteses sobre o processo de aprendizagem) e aceitem os quatro pressupostos mencionados anteriormente, cada um interpreta e usa a noção com propósitos e maneiras distintas. Para Gomez e Lupiáñez são perceptíveis usos claramente diferenciados: como ferramenta de investigação e como ferramenta para planejamento. Os trabalhos de Steffe (2004), Lesh e Yoon (2004) e Clements, Wilson e Sarama (2004) são trabalhos essencialmente de investigação nos quais se explora a THA para temas específicos. Por outro lado, os trabalhos de Gravemeijer (2004) e Simon e Tzur (2004) mesmo explorando também THA, preocupam-se com maior ênfase por seu uso no planejamento do professor. Finalmente, o trabalho de Batista (2004) centra-se na avaliação.

Gómez e Lupiáñez (2007) apontam que em todos os trabalhos desenvolveram-se exemplos de THA em temas específicos. Para tanto, os investigadores assumiram o papel de professores em aulas reais.

Mesmo que haja professores que participam de alguns projetos, não são eles que produzem os resultados das explorações. De fato, alguns destes trabalhos, como o de Steffe (2004) e de Gravemeijer (2004), vêem a

construção de THA como um trabalho do investigador, cujos resultados podem apoiar o trabalho do professor.

Esses autores observam que uma das principais diferenças de interpretação da noção entre esses investigadores tem a ver com o nível de concretização com que a utilizam: desde o planejamento de várias aulas, até o trabalho com atividades específicas numa parte de uma aula.

Vejamos algumas análises feitas por Gómez e Lupiáñez sobre alguns autores:

Gravemeijer (2004) indica que sua proposta de teorias locais de ensino é a “descrição e a fundamentação para o caminho de aprendizagem prevista em sua relação a uma coleção de atividades de ensino para um tema”.

Steffe (2004), Lesh e Yoon (2004) também utilizam a noção para descrever a aprendizagem dos estudantes ao longo de várias sessões nas quais se trabalha um tema. Simon e Tzur (2004) vêem a THA como uma ferramenta para o planejamento de atividades matemáticas no dia-a-dia de uma aula.

Finalmente Baroody, Cibulskis, Lai y Li (2004) sugerem que a noção de THA pode ser utilizada para promover o “desenvolvimento micro-conceitual”, sendo esta a atividade central do ensino na aula.

Uma questão importante discutida por Gómez e Lupiáñez (2007) indaga sobre a relação que há entre a atividade diária do professor e a noção de THA. Para eles, um aspecto ligado à atuação do professor tem a ver com o caráter reflexivo inerente à noção de THA: “há uma relação reflexiva em que a THA é o subsídio de juízos e decisões locais que, por sua vez, modificam a THA (Gravemeijer, Cobb, Bowers e Whitenack, 2000, pp.249-250, apud Gómez e Lupiáñez).

Gómez e Lupiáñez destacam que, em seus trabalhos, Simon e Tzur (2004, p.93), também enfatizam o papel do professor na construção e revisão permanente da THA. Mas mostram um desafio: como fazer compatível o propósito de que seja o professor quem construa a revisão da THA com o fato que a totalidade dos exemplos que se tem de THA foram desenvolvidos por investigadores que assumiram o papel de professor?

Outra preocupação destacada pelos dois autores está ligada ao fato de que as atividades desenvolvidas por Steffe (2004), Lesh e Yoon (2004) são tão complexas e técnicas que acabam sendo pouco práticas para os professores. Por outro lado, as

propostas de Simon e Tzur (2004) e Gravemeijer (2004) têm um caráter essencialmente prático.

Gómez e Lupiáñez lembram que outro ponto essencial é referenciado por Baroody, Cibulskis, Lai e Li (2004, p.233). Eles nos alertam para o fato de que a validade ecológica se conquista às custas da falta de universalidade: se for comprovado que uma THA é válida em uma circunstância particular (em um contexto e com alguns estudantes e um professor particular), isto não quer dizer que essa THA tenha sentido em outras circunstâncias.

Os dois autores trazem ao debate preocupações como as expressas por Gravemeijer (2004, p. 107) que reconhece a dificuldade que teriam os professores para construir THA como as que são produzidas pelas investigadoras. No entanto, isso não quer dizer que a única coisa que se pode entregar aos professores sejam meras sequências de ensino para usar. Ele sugere dois elementos que podem ser úteis para os professores: (a) um marco de referência e (b) sequências de atividades que lhes sirvam de exemplo. Mas questiona: porém, que pode fazer um professor com esta informação? Como pode usá-la para produzir e revisar sistematicamente sua própria THA para um tema, um contexto e estudantes reais?

Os questionamentos dos autores, em especial os formulados por Gravemeijer foram muito significativos para nosso grupo na medida em que eram muito próximos das preocupações que davam origem à sua constituição.

3. Procedimentos metodológicos

O projeto teve a participação de seis doutorandos e catorze mestrados, sendo 12 orientados por mim e 8 pelo Professor Doutor Armando Traldi Júnior que, no período da pesquisa, integrava o Grupo. Os trabalhos orientaram-se por algumas referências teóricas comuns e que tinham como motivação compreender o processo de construção e desenvolvimento de propostas de apoio à inovação curricular na área de Matemática, considerando alguns princípios apresentados nas Diretrizes e Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio.

Aos doutorandos coube a tarefa de investigar fundamentos teóricos sobre diferentes aspectos dos currículos de Matemática para essa etapa da escolaridade. Dois trabalhos trouxeram contribuições analisando, respectivamente, a constituição histórica da Matemática no cotidiano escolar e os currículos de Matemática apresentados a partir da análise de livros didáticos usados numa escola pública de grande tradição em São Paulo.

Outras duas investigações centraram-se na busca de critérios para escolha e organização de conteúdos que são atualmente prescritos para o Ensino Médio na análise da polarização entre aplicações práticas e especulações teóricas presentes nas propostas mais recentes. Outras duas pesquisas buscaram entender os significados da contextualização na Matemática do Ensino Médio e a abordagem interdisciplinar nos currículos de Matemática nesse nível de ensino.

Com o aporte de fundamentos discutidos semanalmente pelos integrantes do Grupo de Pesquisa, os mestrandos tiveram a missão de construir, discutir e avaliar para diferentes expectativas de aprendizagem do Ensino Médio, Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem (THA). Para as dissertações, os temas matemáticos trabalhados em sala de aula foram: Funções, Funções Polinomiais do 1º Grau, Funções Polinomiais do 2º Grau, Funções Trigonométricas, Funções Exponenciais, Funções Logarítmicas, Geometria Espacial, Isometrias, Estatística, Análise Combinatória, Estudo da Reta, e Sistemas de Inequações.

As pesquisas de mestrado realizadas¹ envolveram salas de aula de cerca de 40 professores do ensino médio e um total aproximado de 1200 estudantes. A partir da leitura dos relatórios, estabelecemos unidades de análise para caracterizar alguns aspectos do processo de formação do professor de Matemática, em função da perspectiva de construção de Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem.

Os mestrandos organizaram suas pesquisas em diferentes etapas, a saber: (1) Revisão bibliográfica (pesquisas sobre o tema, análise de livros didáticos e de outros materiais instrucionais); (2) Elaboração da 1ª. versão da THA pelo(a) pesquisador(a); (3) Discussão da 1ª. versão da THA com um grupo de professores do Ensino Médio, para elaboração da 2ª. versão da THA a ser desenvolvida em sala de aula; (4) Elaboração de

¹ Denilson Gonçalves Pereira. Um estudo da reta no Ensino Médio utilizando Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem. 2011 Antonio Celso Tonnetti. Trajetórias hipotéticas de aprendizagem: em Estatística no Ensino Médio. 2010. Ana Lúcia Viveiros Freitas. Ensinar e aprender transformações geométricas no Ensino Médio. 2010. Márcia Aparecida Nunes Mesquita. Ensinar e Aprender Funções Polinomiais do 2º grau, no Ensino Médio: construindo trajetórias. 2009. Patrick Oliveira de Lima. Uma trajetória hipotética de aprendizagem sobre Funções Logarítmicas. 2009. Alexandra Garrote Angiolin. Trajetórias hipotéticas de aprendizagem sobre funções exponenciais. 2009. Allan De Carlo Antonio Silva. Trajetória Hipotética de Aprendizagem: Sistemas de Inequações. 2011. Luciane Mendonça. Trajetórias hipotéticas de aprendizagem sobre Combinatória. 2011. Maria do Carmo da Silva Rodrigues. Uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem: Leitura e Interpretação de Gráficos e Tabelas. 2011. Luciane Santos Rosembaum. Uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem sobre Funções Trigonométricas numa perspectiva construtivista. 2010. Rubens de Souza Cabral Júnior. Trajetória Hipotética da Aprendizagem: Probabilidade. 2009. Américo Augusto Barbosa. Trajetória Hipotética de Aprendizagem - Trigonometria no Ensino Médio. 2009. Maria de Fátima Aleixo de Luna. Trajetória Hipotética de Aprendizagem - Geometria. 2009. Jose Manoel Vitolo. Trajetória Hipotética de Aprendizagem - Funções. Ensino Médio. 2010.

instrumentos para observação e coleta de dados; (5) Acompanhamento do desenvolvimento da 2ª. versão da THA em sala de aula; (6) Análise e categorização dos dados coletados; (7) Elaboração da 3ª. versão da THA.

Ao longo do desenvolvimento de sua investigação, os mestrandos traziam resultados de sua produção e os discutiam com colegas que integravam o grupo. No grupo, além dos mestrandos, seis doutorandos participavam e realizavam investigações referentes a ar fundamentos teóricos sobre diferentes aspectos dos currículos de matemática tais como: caracterização histórica dos currículos de Matemática, eleição de critérios de avaliação de currículos, polarização entre aplicações práticas e especulações teóricas, contextualização e interdisciplinaridade.

4. Alguns resultados

De modo geral, os mestrando destacaram a complexidade de elaboração de propostas com a finalidade de que os estudantes possam construir seus próprios conhecimentos sobre um dado assunto. De modo geral, descreveram os desafios de sua experiência ao desenvolver tarefas numa perspectiva construtivista, mesmo quando essa experiência é apoiada, discutidas e compartilhada num grupo de pesquisa.

Outra conclusão comum é a de que o professor tem papel decisivo, pois mesmo que o ensino seja planejado numa perspectiva construtivista, o que realmente fará com que isso ocorra depende de como ele a desenvolve em sala de aula.

Com relação aos estudantes que participaram das pesquisas, há destaques no sentido de que seu envolvimento com tarefas menos usuais que envolviam leitura de textos, uso do computador, investigações mostraram que essas possibilidades são promissoras no sentido de que ocorra a aprendizagem, mas diversos fatores, dentre os quais a própria atuação do professor, não permitem que se formule assertivas mais contundentes sobre essas propostas.

Um fato recorrente refere-se à percepção dos alunos no sentido de que havia um planejamento, uma articulação e uma intencionalidade observável nas atividades.

Inserir depoimento de alunos a esse respeito

Como coordenadora do grupo, no acompanhamento das diversas investigações, observamos uma grande preocupação dos mestrandos em propor trajetórias hipotéticas de aprendizagem compatíveis com perspectivas construtivistas de aprendizagem. No processo

de elaboração eles destacam que mesmo com os estudos que estão realizando no mestrado, não é tarefa simples organizar atividades considerando o pensamento do aluno e visando uma perspectiva construtivista. Na sequência, transcrevemos alguns depoimentos de mestrandos apresentados nas reuniões do grupo de pesquisa:

Na maior parte das vezes usamos atividades de livros ou outros materiais, sem refletir adequadamente sobre quais seus objetivos, que pressupostos metodológicos estão orientando cada atividade, que conexões deveriam ser feitas com conhecimentos que os estudantes já têm ou o que seria necessário trabalhar antes para que eles pudessem compreender o que estamos querendo comunicar. Com isso, a perspectiva de construção de trajetória, que em termos de desenvolvimento curricular é uma tarefa importante e inerente ao trabalho do professor, é bastante complexa.

Percebemos que algumas atividades da THA inicial não proporcionavam a efetiva compreensão de alguns conceitos. Acreditamos que a cada aplicação de uma nova trajetória de hipotética de aprendizagem o professor precisa realizar modificações nas atividades, pois sempre novas interações surgem acarretando novas hipóteses sobre o aprendizado dos estudantes e, conseqüentemente, em novos objetivos e novas atividades.

Outra fala recorrente a de que não foi simples “comunicar” intenções aos colegas professores do Ensino Médio, sobre o que pretendiam com a THA, mesmo realizando reuniões com eles.

Cada professor tem suas concepções sobre as melhores formas de ensinar. A mesma THA desenvolvida por dois professores tem resultados muito diferentes. Percebemos que na turma em que o professor constantemente proporcionou um espaço maior de comunicação em sala de aula criou-se um ambiente em que os estudantes puderam interagir com o professor e com as atividades, mostrando assim, o caráter reflexivo do professor em relação à aprendizagem do aluno. No entanto, na turma do outro professor, a maneira como desenvolveu a THA provocou, em alguns momentos, o desinteresse dos estudantes em resolver as atividades, pois sentiam-se inseguros e até mesmo desmotivados em realizá-las sem auxílio do professor.

As atividades envolvendo a resolução de problemas, investigação, contextos interdisciplinares, o uso de softwares e aplicação de conceitos e procedimentos matemáticos a situações do cotidiano e em outras áreas de conhecimento podem favorecer a compreensão dos temas de estudo, mas ainda há muita dificuldade dos professores em trabalhar dessa forma em sala de aula, pois ainda predomina a idéia de que os estudantes só podem aprender mediante exposições e explicações dos professores.

Ao discutir as THAs com os professores os pesquisadores observaram que ainda aparecem como “novidades” ou desafios trabalhar com atividades:

- a) que envolvam aplicações do tema em outras disciplinas e que o professor de Matemática pode trabalhar com elas em suas aulas;
- b) que envolvam a leitura e interpretação de textos pelos alunos, com autonomia;
- c) que solicitem aos alunos a formulação de hipóteses de resolução de problemas ou conjecturas sobre “leis” matemáticas;
- d) que proponham o uso de softwares ou calculadoras.
- e) a realização de trabalhos em grupo

De modo geral, é importante ressaltar que a formação do professor e as condições de trabalho a que estão submetidos dificultam em uma preparação e elaboração de trajetórias de aprendizagem.

Contudo, percebemos que o envolvimento dos professores com a THA contribuiu para mudanças em sua prática de ensino, pois os professores afirmaram ter interesse em trabalhar com o uso de softwares e com a aplicabilidade de conceitos matemáticos em diferentes áreas de conhecimentos, e, além disso, notamos que os professores perceberam da importância em elaborar atividades partindo de suas hipóteses de aprendizagem, de seus objetivos adquiridos em sua experiência profissional para construir um caminho de aprendizagem ao aluno mais acessível e com uma compreensão significativa do conceito.

Ao longo do desenvolvimento do trabalho, a atitude passiva diante de uma proposta de atividades foi sendo substituída na atividade diária dos professores por uma atuação de caráter reflexivo, que como destacam diferentes autores é inerente à noção de THA: “há uma relação reflexiva em que a THA é o subsídio de juízos e decisões locais que, por sua vez, modificam a THA (Gravemeijer, Cobb, Bowers e Whitenack, 2000, pp.249-250, apud Gómez e Lupiáñez).

Como vimos anteriormente Simon e Tzur (2004, p.93), também enfatizam o papel do professor na construção e revisão permanente da THA, mas mostram um desafio: como fazer compatível o propósito de que seja o professor quem construa a revisão da THA com o fato que a totalidade dos exemplos que se tem de THA foram desenvolvidos por investigadores que assumiram o papel de professor. No caso de nossas investigações, o fato de os investigadores eram professores de ensino médio, atuando na mesma escola desses professores ou em escolas com características muito parecidas e, portanto, conhecendo bem possibilidades e limites, pode-se dizer que a construção da revisão da

THA no momento de sua realização ocorreu e que parte significativa dos professores tomaram para si o propósito de bem realizá-las. Em vários depoimentos chegaram a analisar que a proposta era “muito prática” e que era um bom apoio para seu trabalho, solicitando THAs referentes a outros temas matemáticos.

Os investigadores do grupo perceberam estreitas relações com os comentários de Gómez e Lupiáñez sobre os alertas de Baroody, Cibulskis, Lai e Li (2004, p.233), ou seja: se é comprovado que uma THA é válida em uma circunstância particular (em um contexto e com alguns estudantes e um professor particular), isto não quer dizer que essa THA tenha sentido em outras circunstâncias. Esse fato evidenciou para eles a complexidade da tarefa de organização e desenvolvimento do currículo em sala de aula e a importância da formação inicial e continuada de professores que ainda enfrenta grandes desafios em nosso país.

Finalmente, os investigadores do grupo destacaram algumas crenças identificadas dos professores e a influência em suas práticas. Dentre elas destacaram:

- a) os alunos do ensino médio não podem aprender porque falta a “base” do conhecimento matemático;
- b) para aprenderem um dado conteúdo é preciso que ele seja muito simplificado e direto e que se exija muito treino do que foi ensinado;
- c) a aprendizagem depende de uma boa exposição da matéria pelo professor;
- d) o conhecimento é “passado” (transmitido) pelo professor.

Essas observações nos remetem a Cobb, Wood e Yakel (Wood et al., 1990; Cobb et al., 1990, 1991) que perceberam mudanças que consideram dramáticas nas crenças e nas práticas de professores que com eles participam em projetos de longa duração baseados numa perspectiva socio-construtivista. Consideram que a "chave" da mudança de concepções do professor reside em conseguir que este veja a sua prática como problemática.

Nas palavras dos investigadores do nosso grupo, "o professor não se vê como um pesquisador da própria prática e talvez, por isso, não a modifique repetindo ano após anos as mesmas atividades”.

5. Referências

BAROODY, A. J., CIBULSKIS, M., LAI, M. Y LI, X. (2004). *Comments on the use of learning trajectories in curriculum development and research*. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 227-260.

BISHOP, A..J. *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós. 1991.

CLEMENTS, D. H. Y SARAMA, J. (2004). *Learning trajectories in mathematics education*. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 81-89.

COBB, P., WOOD, T., & YACKEL, E. (1990). *Classrooms as learning environments for teachers and researchers*. In R. Davis, C. Maher, & N. Noddings (Eds.), *Constructivist views on the teaching and learning of mathematics* (JRME Monograph N° 4). Reston, VA: NCTM.

COBB, P., WOOD, T., & YACKEL, E. (1991). *A constructivist approach to second grade mathematics*. In E. von Glasersfeld (Ed.), *Radical constructivism in mathematics education*. Dordrecht: Reidel.

DOLL JR, W. E. *Currículo: uma perspectiva pós moderna*. Tradução de Maria Adriana Veríssimo Veronese. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

GÓMEZ, P. Y LUPIÁÑEZ, J. L. (2007). *Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. *PNA*, 1(2), 79-98.

GRAVEMEIJER, K. (2004). *Local instruction theories as means of support for teachers in reform mathematics education*. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 105-128.

GRAVEMEIJER, K., COBB, P., BOWERS, J. Y WHITENACK, J. W. (2000). *Symbolizing, modeling, and instructional design*. In P. Cobb, E. Yackel y K. McClain (Eds.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms. Perspectives on discourse, tools, and instructional design* (pp. 225-273). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

LESH, R. Y YOON, C. (2004). *Envolving communities of mind –In which development involves several interacting and simultaneously developing strands*. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 205-226.

PIRES, C. M. C. *Perspectivas construtivistas e organizações curriculares: um encontro com as formulações de Martin Simon*. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 11, p. 10-30, 2009.

_____. *Formulações basilares e reflexões sobre a inserção da matemática no currículo visando a superação do binômio máquina e produtividade*. São Paulo. *Educação Matemática Pesquisa*. V.6, p. 29-61, 2004.

SIMON, M. A. (1995). *Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114-145.

____y TZUR, R. (2004). *Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: an elaboration of the hypothetical learning trajectory*. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 91-104.

STEFFE, L. P. (2004). *On the construction of learning trajectories of children: The case of commensurable fractions*. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 129-162.