ENSINO E APRENDIZAGEM DE POLIEDROS REGULARES VIA TEORIA DE VAN HIELE COM ORIGAMI

Prof. MSc. Fabricio Eduardo Ferreira
Unesp – São José do Rio Preto – S.P.
fabricio.e.ferreira@gmail.com

Resumo
Como favorecer a aprendizagem de poliedros regulares para alunos das séries finais do ensino fundamental levando-os à conclusão de que existem apenas cinco tipos destes sólidos? Este trabalho utiliza a Teoria de Van Hiele para aprendizagem de conceitos geométricos e a confecção de módulos em origami para conseguir tal objetivo. Para isto o trabalho detalha os níveis e fases de aprendizagem segundo a referida teoria para, com isso, sugerir uma sequência de atividades que visem o aprendizado de poliedros regulares.

Palavras Chave: Aprendizagem; Poliedros de Platão; Teoria de Van Hiele; Origami.

1. Introdução

Um dos maiores desafios encontrados pelos professores ao abordarem a Geometria Espacial trata-se da dificuldade por parte dos alunos de desenvolverem uma visão tridimensional do mundo que os rodeia (BRASIL, 1997). Atividades de construção de sólidos são indicadas neste contexto, pois amenizam tais defasagens através da análise dos elementos que constituem cada figura espacial.

O objetivo principal deste trabalho é favorecer a aprendizagem dos poliedros regulares levando o aluno a concluir que existem apenas cinco tipos de tais poliedros. Para isto, a utilização da Teoria de Van Hiele para aprendizagem de conceitos geométricos é indicada, porque propicia uma compreensão progressiva dos conceitos por parte dos alunos. Outro fator importante é que a referida teoria, até o presente momento, está mais fundamentada em trabalhos envolvendo a Geometria Plana, e não a Geometria Espacial (NASSER & SANT'ANNA, 2010), mostrando assim, o caráter inovador do mesmo.

Apesar dos conceitos relacionados a Geometria Espacial estarem mais elencados nas séries do Ensino Médio, restando ao Ensino Fundamental apenas os conteúdos mais elementares (SÃO PAULO, 2008), a Teoria de Van Hiele afirma que a aprendizagem dos conceitos geométricos deve-se mais à boa elaboração de uma sequência de atividades por parte do professor, do que à faixa etária do aluno (CROWLEY, 1994). Portanto, o presente trabalho destina-se a sugestões para professores do nono ano do Ensino Fundamental com o intuito de auxiliar seus alunos na melhor compreensão dos conceitos geométricos espaciais durante o Ensino Médio.

Para que o trabalho tenha o efeito desejado pressupõe-se que os alunos tenham uma formação satisfatória envolvendo conceitos da Geometria Plana sobre polígonos e seus elementos, diferenciando polígonos regulares e determinando o valor de cada ângulo interno dos mesmos. Tais conceitos serão fundamentais para a obtenção dos ângulos poliédricos que resultarão, posteriormente, na confecção dos poliedros por parte dos alunos. Na ausência de tais pré-requisitos, as atividades de sondagem presentes no trabalho auxiliarão o professor na construção dos mesmos pelos alunos.

O principal recurso metodológico utilizado para a confecção dos poliedros é a utilização de dobraduras, origamis e kirigamis, Este recurso foi escolhido devido a ser um material de fácil acesso pela maioria absoluta das escolas, além do fato da construção dos módulos individuais ser facilmente executável por parte dos alunos. Em algumas atividades serão utilizadas folhas de papel cartão com o intuito de enfocar elementos (faces, arestas e vértices), talvez não percebidas com eficácia, pelos alunos em níveis menos avançados.

As atividades aqui propostas destina-se ao acompanhamento individual do aluno, indicando, inclusive, a qual nível de aprendizagem o mesmo se encontra na Teoria de Van Hiele referente aos conceitos geométricos. Contudo, conforme prevê a própria teoria utilizada, em determinados momentos será necessária a socialização das conclusões obtidas individualmente. Logo, ao se tratar do nível referido, será indicada a organização da sala em grupos, restando ao professor o papel de catalizador e fundamentador dos conceitos adquiridos por parte dos alunos.

Um dos principais momentos do trabalho encontra-se na segunda seção por abrigar os princípios da Teoria de Van Hiele para a aprendizagem de conceitos geométricos. Justificativas sobre a escolha desta metodologia para a compreensão dos poliedros regulares serão explicitadas, além da descrição detalhada de cada nível e de cada fase de aprendizagem da referida teoria acompanhadas, respectivamente, de exemplos envolvendo a aprendizagem de tais sólidos.

A sequência de atividades a qual se refere o cerne do trabalho encontra-se na terceira seção. Iniciando-se com atividades de sondagens sobre os conhecimentos prévios dos alunos, seguidas de construções detalhadas dos módulos individuais com origami e culminando nas atividades para a obtenção dos poliedros regulares, a sequência proposta mostra-se totalmente integrada com o desenvolvimento teórico feito anteriormente.

Finaliza-se o trabalho com as conclusões (resultados) relativas ao trabalho. Para trabalho futuro, está prevista a real aplicação das atividades sugeridas em sala de aula, seguida da análise dos resultados obtidos verificando a eficácia da sequência elaborada.

2. A teoria de Van Hiele para aprendizagem de conceitos geométricos

A publicação, em 1957, das dissertações de doutorado de Dina Van Hiele-Geldof e Pierre Van Hiele, na Universidade de Utrecht, nos Países Baixos, intitulada *Structure and Insight: A theory of mathematics education* (Estrutura e Conhecimento: Uma teoria da educação matemática) é o ponto de partida da teoria de Van Hiele, que abrange a didática da matemática e, mais especificamente, a didática da geometria. Pouco após a publicação da tese, Dina vem a falecer e fica a cargo de Pierre o aperfeiçoamento e a divulgação da teoria. Os primeiros trabalhos baseados na Teoria de Van Hiele eram quase desconhecidos no Ocidente e ficaram mais conhecidos na década de 1980, com suas traduções para o inglês (CROWLEY, 1994).

A ideia central da teoria é que os alunos progridem segundo uma sequência de níveis de compreensão de conceitos, enquanto eles aprendem geometria (NASSER & SANT'ANNA, 2010). Para que o aluno progrida de um nível para outro, o professor deverá selecionar uma sequência de atividades que favoreça a aprendizagem dos conceitos. Desta forma, fica implícito na teoria de Van Hiele que a evolução do aluno depende mais da escolha adequada de atividades, do que da idade do aluno ou sua maturação, o que a diferencia de outras didáticas existentes.

Outros aspectos importantes da teoria enfatizam que:

a) assuntos implícitos num nível tornam-se explícitos no próximo;
b) cada nível possui linguajar próprio, sendo que cada símbolo possui um respectivo significado;
c) caso haja uma combinação inadequada entre o professor, o material e o aluno, a aprendizagem não será efetivada; ou seja, não há compreensão entre indivíduos de diferentes níveis.

A teoria de Van Hiele estabelece cinco níveis hierárquicos para aprendizagem de conceitos, no sentido que o aluno só atinge o nível de raciocínio seguinte após dominar os níveis anteriores. Talvez esteja neste fato o cerne da questão do porquê alguns alunos apresentarem maiores dificuldades na aprendizagem num curso de geometria embasado em demonstrações lógico-dedutivas, sem terem vivenciado os níveis anteriores. Segue uma breve descrição de cada nível (CROWLEY, 1994):

i) *Nível 0 (visualização ou reconhecimento)*: neste estágio, o aluno reconhece as figuras como entes globais, ou seja, sem considerar seus atributos tampouco lhe atribui propriedades. Um aluno neste nível, por exemplo, reconhece o cubo por seu formato, porém não lhe atribui o nome de hexaedro pois não compreende a relação da quantidade de faces com o poliedro em questão;

ii) *Nível 1 (análise)*: neste estágio, o aluno inicia suas experimentações utilizando as características das figuras geométricas. Contudo, um aluno neste nível ainda está impossibilitado de realizar inter-relações com outras figuras semelhantes ou entender definições. Utilizando novamente o exemplo do cubo, um aluno neste nível consegue compreender que o cubo é um hexaedro por possuir seis faces, mas não consegue identificar que existe uma classe de sólidos (os poliedros) em que cada um recebe denominação própria de acordo com seu número de faces;

iii) *Nível 2 (dedução informal ou abstração)*: neste estágio o aluno consegue estabelecer inter-relações usando a própria figura ou entre figuras. Desta forma, tais alunos conseguem deduzir propriedades ou classificar grupos de figuras, fazendo com que as definições tenham significado, mesmo que, para isso, utilizem uma linguagem informal. Porém, os alunos deste nível ainda não conseguem deduzir uma sequência lógica entre proposições ou o significado de axiomas. Neste nível os alunos conseguem, por exemplo, agrupar os poliedros de acordo com o tipo de face que o compõe (tetraedro, octaedro e icosaedro possuem faces triangulares);

iv) *Nível 3 (dedução)*: neste estágio o aluno compreende sistemas axiomáticos e utiliza estruturas lógico-dedutivas para realizar demonstrações. Alunos neste nível entendem a diferenciação entre axiomas, teoremas, postulados e definições, conseguindo verificar condições de suficiência e necessidade, além de distinguir uma afirmação de sua recíproca. Continuando no exemplo do cubo, os alunos neste nível compreendem e estão aptos a demonstrar porquê duas arestas paralelas (distintas) de um cubo estão contidas em planos paralelos ou num mesmo plano;

v) *Nível 4 (rigor)*: neste estágio o aluno entende a diferenciação entre os diversos sistemas axiomáticos podendo compreender geometrias não-euclidianas. Os entes geométricos são vistos como construções abstratas que satisfazem determinadas propriedades.

Em seus trabalhos, o casal Van Hiele concentrou seus esforços nos três primeiros níveis, pois destinavam-se a aplicações em escolas secundárias com ênfase na Geometria Plana. Foi verificada uma escassez de pesquisas referentes ao nível 4 e a Geometria Espacial.

Elaborar cuidadosamente uma sequência de atividades que vislumbre o progresso do aluno de um nível para outro na aprendizagem de certo conceito geométrico é o papel principal do professor na teoria de Van Hiele. Para tal, o casal de estudiosos propôs cinco fases sequenciais de aprendizagem onde, através da realização correta de cada, propicia ao aluno a passagem para o nível seguinte. Uma breve descrição de cada fase é exposta a seguir (CROWLEY, 1994):

1) *Fase 1 (interrogação / informação)*: nesta etapa o professor dialoga junto aos alunos questionando sobre os objetos de estudo do nível em que se encontram. O principal objetivo nesta fase é realizar uma sondagem prévia dos conhecimentos dos alunos e suscitar nos mesmos os conceitos a serem desenvolvidos. Questões como: "alguém conhece algum poliedro?", "quantas faces são necessárias no mínimo para termos um poliedro?" e "quais são as características de um poliedro regular?" são pertinentes nesta fase;
2) *Fase 2 (orientação dirigida)*: nesta etapa os alunos realizam uma sequência de atividades elaborada cuidadosamente pelo professor sobre o conceito a ser desenvolvido neste nível. Tal sequência deve possuir um nível gradual de dificuldade e, geralmente, é composta por pequenas tarefas a serem executadas para responder questões específicas sobre o tópico. Por exemplo, o professor pode solicitar aos alunos que reúnam quadrados congruentes ao redor de um único vértice para verificar a quantidade máxima de figuras necessárias para construir um ângulo poliédrico;
3) *Fase 3 (explicação)*: nesta etapa o papel do professor é reduzido ao mínimo e os alunos socializam os resultados obtidos pela execução das atividades anteriormente desenvolvidas. Através da comparação das respostas os alunos começam a reelaborar as estruturas prévias e, consequentemente, aprimoram seus conceitos

sobre o assunto. Um exemplo de atividade proposta nesta fase consiste em elaborar cartazes em conjunto sobre quantos polígonos são necessários para confeccionar determinado poliedro regular;

4) *Fase 4 (orientação livre):* nesta etapa os alunos se deparam com desafios que exigem diversas etapas para serem concluídos. As tarefas devem ser complexas, possuírem diversas formas de serem executadas ou até mesmo terem final aberto. Um bom exemplo nesta fase seria questionar aos alunos sobre quantos poliedros regulares podem ser obtidos;

5) *Fase 5 (integração)*: nesta etapa os alunos sintetizam, junto ao professor, os resultados obtidos no nível e constroem uma nova rede de objetos e relações. O professor deve ter cuidado nesta fase para não introduzir nenhum conhecimento novo alheio à descoberta dos próprios alunos. Solicitar aos alunos que redijam as conclusões obtidas e generalizadas anteriormente sob a forma de relatório é um exemplo de procedimento adotado nesta fase.

Van Hiele afirma que, realizando adequadamente a sequência de fases, o aluno terá desenvolvido um novo conhecimento, substituindo o antigo e prosseguindo de nível fazendo, desta forma, que o professor recomece o trabalho no novo nível (NASSER & SANT'ANNA, 2010).

3. Uma proposta de aprendizagem de poliedros regulares

Para o ensino e aprendizagem de poliedros regulares, em particular, para que os alunos do nono ano do Ensino Fundamental no nível 2 possam concluir que existem apenas cinco tipos desses, é proposto o desenvolvimento das Fases de 1 a 5 da teoria de Van Hiele em sala de aula, com o auxílio dos origamis.

Para a *Fase 1 (interrogação / informação)* propõe-se a elaboração de testes ou avaliações para situar os alunos de acordo com o nível de aprendizagem (de 0 a 3) a qual pertencem. De acordo com NASSER e SANT'ANNA (2010) o progresso dos alunos não ocorre num período curto de tempo e, no caso dos testes, tais autores afirmam que o aluno alcançou determinado nível quando acerta pelo menos 60% das questões propostas a ele referente ao nível e conteúdo específico. Visando a aprendizagem de poliedros regulares, nesta fase sugere-se atividades que visam analisar se os alunos são capazes de:

1) distinguir figuras planas e espaciais;

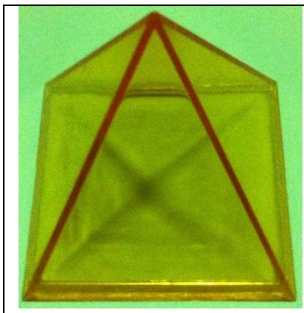
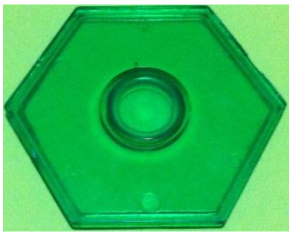
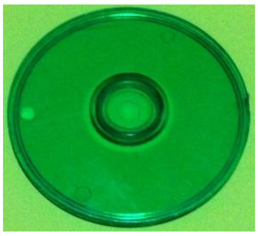
2) reconhecer determinadas propriedades dos polígonos;

3) diferenciar polígonos regulares e polígonos irregulares;

4) determinar o valor de cada ângulo interno de um polígono regular.

Nas atividades de reconhecimento entre figuras planas e espaciais se sugerem atividades, em cada nível específico, do tipo a seguir:

I) (Nível 0) Após a manipulação das figuras a seguir, classifique-as em PLANAS ou ESPACIAIS:

II) (Nível 1) Complete os espaços abaixo corretamente com as palavras PLANA ou ESPACIAL de acordo com a figura citada:

a) Uma circunferência é uma figura ____________________.

b) O cubo trata-se de uma figura ____________________.

c) Um exemplo de figura ____________________ é uma esfera.

d) Outro exemplo de figura ____________________ é um triângulo.

III) (Nível 2) Agrupe as figuras abaixo em PLANAS ou ESPACIAIS:

CÍRCULO – PIRÂMIDE – PENTÁGONO – PARALELEPÍPEDO – PRISMA – TRIÂNGULO – QUADRADO – CUBO

[redacted]	

IV) (Nível 3) Classifique corretamente as afirmações abaixo em Verdadeiras (V) ou Falsas (F);

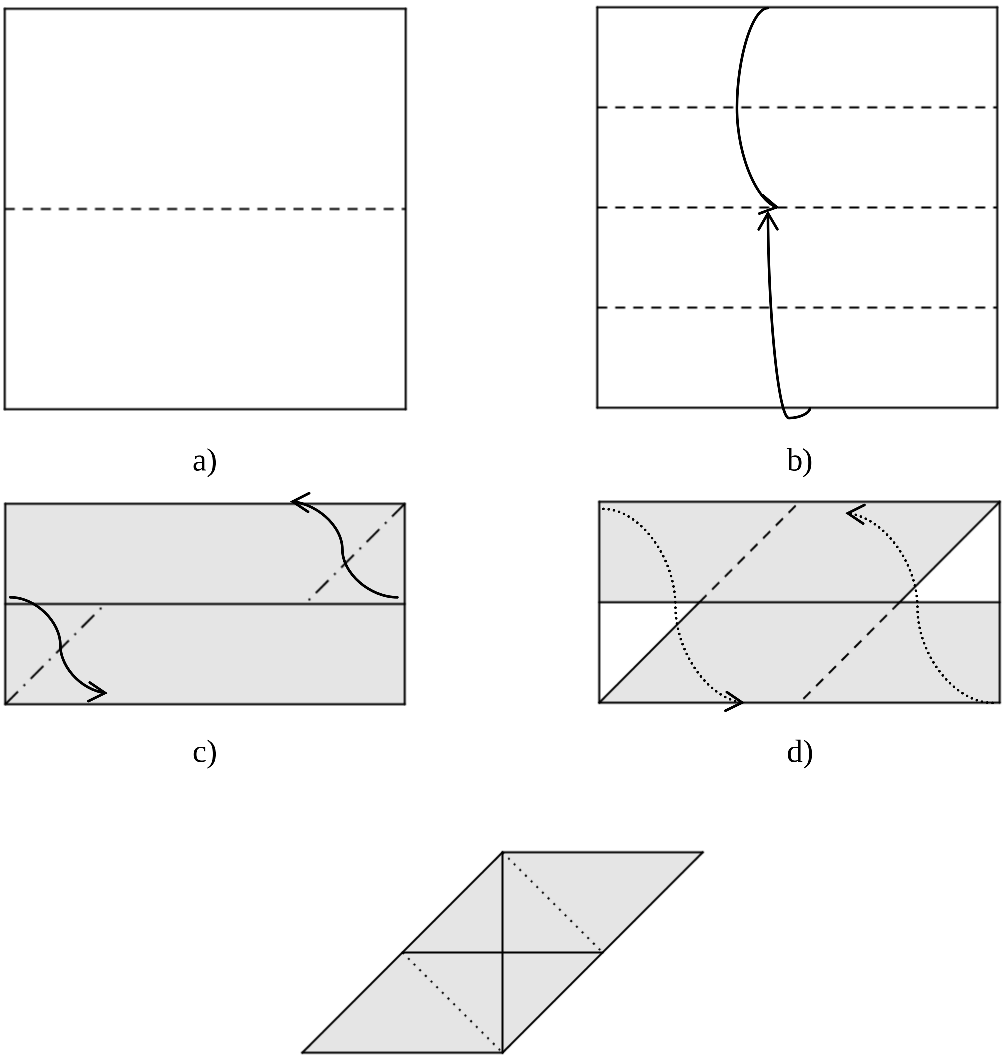
a) ( ) Caso todos os pontos de uma figura pertençam a um mesmo plano então esta figura é considerada plana.

b) ( ) Se um ponto de uma figura pertence a um plano diferente dos demais então esta figura é considerada espacial.

c) ( ) Uma figura é plana quando estiver totalmente contida num único plano.

d) ( ) Chama-se figura espacial aquela que contém pontos em mais de um plano.

Para as demais atividades de sondagem sugere-se a leitura de FERREIRA (2013). Após as atividades de sondagem, sugere-se abordar as técnicas necessárias para a confecção dos módulos individuais dos origamis que servirão como faces dos poliedros regulares. Os interessados, em particular o professor, podem acessar os endereços indicados no final de cada construção para terem acesso a vídeos explicativos sobre a mesma. A figura 1 representa os passos da construção do módulo quadrangular. Para acompanhar a confecção do módulo quadrangular acesse http://migre.me/cRUia.



e)

Figura 1: Passos da construção do módulo quadrangular.

As demais construções encontram-se disponíveis em http://migre.me/cRVOe (módulo triangular), http://migre.me/cRVYD (módulo-encaixe) e http://migre.me/cRW75 (módulo pentagonal). Tais construções foram adaptadas de RÊGO (2003) e IMENES (1988).

Dando continuidade à proposta, após a execução das atividades de sondagem e da confecção dos módulos, para os alunos que situarem-se no *nível 2 (dedução informal)* da teoria de Van Hiele, se propõe o seguinte roteiro para a aprendizagem de poliedros regulares:

i) executar junto aos alunos as atividades das seções 3.1 e 3.2, condizentes à *Fase 2 (orientação dirigida)*; Pretende-se, com tais atividades, que os alunos compreendam as condições de existência dos ângulos poliédricos;

ii) junto aos alunos, socializar na lousa, os resultados obtidos pelos mesmos referentes às atividades 3.1 e 3.2 (*Fase 3 – explicação*);

iii) desenvolver a atividade da seção 3.3 solicitando aos alunos utilizarem os módulos confeccionados em origami para obter ângulos poliédricos e, posteriormente, poliedros regulares; Esta atividade refere-se à *Fase 4 (orientação livre)* da teoria de Van Hiele;

iv) sistematizar os resultados obtidos junto aos alunos definindo, corretamente, as características dos poliedros regulares; Tais conclusões referem-se à *Fase 5 (integração)* da referida teoria.

Caso seja detectado que os alunos tenham atingido o nível 3 (dedução) sugere-se a apresentação das demonstrações formais dos resultados, entre eles: 1. Existe apenas cinco tipos de poliedros de Platão e 2. Existe cinco poliedros regulares a menos da medida das arestas.

3.1 Explorando ângulos poliédricos utilizando polígonos regulares diversos

Proposta inicialmente por MACHADO (2000) esta atividade foi adaptada com o objetivo de propiciar ao aluno a noção de ângulo poliédrico através da manipulação de polígonos regulares com diferentes números de lados.

I) Para realizar esta atividade confeccione previamente a seguinte quantidade de polígonos regulares: 9 triângulos equiláteros, 10 quadrados, 4 pentágonos regulares, 6 hexágonos regulares, 1 heptágono;

II) Calcule corretamente o valor da soma dos ângulos de cada polígono confeccionado registrando em seu caderno;

III) Calcule corretamente o valor de cada ângulo interno dos polígonos confeccionados e indique no próprio polígono tais valores

IV) Reúna ao redor de um ponto os polígonos em cada situação a seguir unindo seus lados com fita adesiva:

a) dois triângulos equiláteros e dois quadrados;

b) um triângulo equilátero e três quadrados;

c) dois pentágonos regulares e um hexágono regular;

d) um pentágono regular e dois hexágonos regulares;

e) um quadrado, um pentágono regular e um heptágono regular;

f) dois quadrados e três triângulos equiláteros;

g) um triângulo equilátero, dois quadrados e um hexágono regular;

h) dois triângulos equiláteros e dois hexágonos regulares.

V) Quais dessas situações formam ângulos poliédricos? Por quê?

Com esta atividade espera-se que os alunos concluam que a soma dos ângulos internos ao redor do ponto escolhido deve ser sempre inferior a 360º para formar o ângulo poliédrico pois, caso contrário, os polígonos estariam contidos num mesmo plano. Nos casos possíveis, o ponto escolhido é o vértice do ângulo poliédrico.

3.2 Explorando ângulos poliédricos utilizando polígonos regulares do mesmo tipo

Inicialmente proposta por MACHADO (2000) esta atividade foi adaptada, revista e ampliada com o intuito de propiciar ao aluno a verificação das possibilidades de obtenção de ângulos poliédricos através da utilização de polígonos regulares do mesmo tipo.

I) Para realizar esta atividade confeccione previamente a seguinte quantidade de polígonos regulares: 13 triângulos equiláteros, 4 quadrados, 4 pentágonos regulares, 4 hexágonos regulares;

II) Marque o valor de cada ângulo interno em cada polígono;

III) Utilizando apenas triângulos equiláteros reúna ao redor de um único ponto os polígonos unindo seus lados com o auxílio de fita adesiva (lembre-se que o número mínimo de arestas coincidentes num ângulo poliédrico é três).

IV) Redija em seu caderno quantos tipos de ângulos poliédricos você conseguiu obter mostrando quantos triângulos foram utilizados em cada situação;

V) Justifique matematicamente em seu caderno se você conseguiria construir um ângulo poliédrico utilizando seis triângulos equiláteros.

Espera-se que o aluno conclua que isto não é possível pois a soma dos ângulos internos ao redor do vértice escolhido seria igual a 360º, implicando que todos estivessem contidos num mesmo plano e impossibilitando a formação do ângulo poliédrico.

VI) Agora utilizando apenas quadrados, reúna os mesmos ao redor de um único ponto unindo seus lados com fita adesiva e tentando formar um ângulo poliédrico.

VII) Redija em seu caderno quantos tipos de ângulos poliédricos você conseguiu obter mostrando quantos quadrados foram utilizados em cada um;

VIII) Justifique matematicamente em seu caderno se você conseguiria construir um ângulo poliédrico utilizando quatro quadrados.

Espera-se que o aluno conclua que isto não é possível pois a soma dos ângulos internos ao redor do vértice escolhido seria igual a 360º, implicando que todos estivessem contidos num mesmo plano e impossibilitando a formação do ângulo poliédrico.

IX) Utilizando apenas pentágonos regulares, reúna os mesmos ao redor de um único ponto unindo seus lados com fita adesiva e tentando formar um ângulo poliédrico.

X) Redija em seu caderno quantos tipos de ângulos poliédricos você conseguiu obter mostrando quantos pentágonos foram utilizados em cada um;

XI) Justifique matematicamente em seu caderno se você conseguiria construir um ângulo poliédrico utilizando quatro pentágonos

Espera-se que o aluno conclua que isto não é possível pois a soma dos ângulos internos ao redor do vértice escolhido seria maior que 360º, impossibilitando a formação do ângulo poliédrico.

XII) Utilizando apenas hexágonos, reúna os mesmos ao redor de um único vértice unindo seus lados com fita adesiva e tentando formar um ângulo poliédrico. Você conseguiu formar algum ângulo poliédrico? Em caso negativo justifique matematicamente o porquê desta impossibilidade.

Espera-se que o aluno conclua que isto não é possível pois a soma dos ângulos internos ao redor do vértice escolhido utilizando no mínimo três hexágonos seria igual a 360º, implicando que todos estivessem contidos num mesmo plano e impossibilitando a formação do ângulo poliédrico.

XIII) De acordo com seus resultados anteriores, você acha que conseguiria formar um ângulo poliédrico utilizando heptágonos regulares, octógonos regulares, eneágonos regulares e assim sucessivamente? Quais tipos de ângulos poliédricos pode-se obter utilizando polígonos regulares de mesmo tipo?

Espera-se que o aluno conclua que as únicas configurações possíveis de ângulos poliédricos utilizando polígonos regulares de mesmo tipo utilizam triângulos equiláteros, quadrados ou pentágonos regulares. Como é necessário no mínimo quatro polígonos para obter um poliedro, a conclusão final esperada pelos alunos é de que deve haver somente poliedros regulares formados exclusivamente por triângulos equiláteros, quadrados ou pentágonos regulares.

3.3 Descobrindo os poliedros regulares utilizando origami

Caráter principal do trabalho esta atividade encontra-se integrada à *Fase 4 (orientação livre)* da Teoria de Van Hiele e possui como objetivo principal propiciar ao aluno condições necessárias para que o mesmo conclua que existem apenas cinco tipos de poliedros regulares utilizando os módulos confeccionados em origami. Sugere-se que o professor agrupe a sala em grupos, preferencialmente de no máximo quatro alunos, para facilitar a confecção dos módulos e auxiliar na socialização dos resultados obtidos pelos mesmos.

I) Para realizar esta atividade confeccione previamente a seguinte quantidade de módulos usando origami: 32 módulos triangulares, 6 módulos quadrangulares, 12 módulos pentagonais e 48 módulos–encaixe;

II) Utilize módulos do mesmo tipo (e quando necessário os módulos-encaixe) para obter poliedros. Registre em seu caderno o tipo e a quantidade de faces utilizada na confecção de cada poliedro.

De acordo com as atividades desenvolvidas anteriormente espera-se que os alunos obtenham:

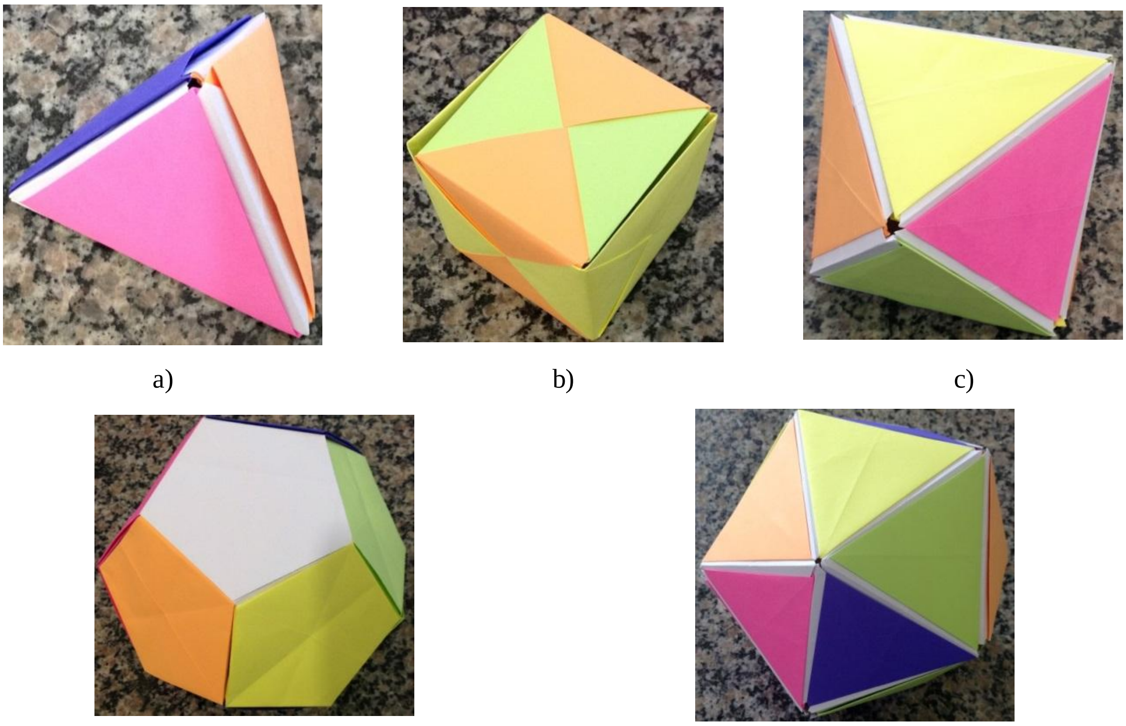
a) um tetraedro formado por 4 módulos triangulares e 6 módulos encaixe (Figura 2a);

b) um hexaedro formado por 6 módulos quadrangulares (Figura 2b);

c) um octaedro formado por 8 módulos triangulares e 12 módulos encaixe (Figura 2c);

d) um dodecaedro formado por 12 módulos pentagonais (Figura 2d);

e) um icosaedro formado por 20 módulos triangulares e 30 módulos encaixe (Figura 2e).



a) b) c)

d) e)

Figura 2: Poliedros regulares.

Tais construções estão disponíveis em http://migre.me/cS0bB (Tetraedro Regular), http://migre.me/cS0dq (Hexaedro Regular), http://migre.me/cS0f9 (Octaedro Regular), http://migre.me/cS0gg (Dodecaedro Regular) e http://migre.me/cS0hE (Icosaedro Regular).

Para auxiliar na compreensão das características como arestas, faces e vértices para alunos que se encontrem em níveis menos avançados na Teoria de Van Hiele são indicadas atividades de planificação dos sólidos e contagem dos elementos envolvidos, sendo que tais atividades são expostas como sugestões ao professor e respeitando, novamente, os níveis de zero a três da Teoria de Van Hiele.

Para demais atividades e mais detalhes sobre a Teoria de Van Hiele indica-se FERREIRA (2013).

4. Resultados

A eficácia mostrada pela utilização da Teoria de Van Hiele para aprendizagem de conceitos geométricos referentes à Geometria Plana se mostrou perfeitamente possível quando bem elaborada para o desenvolvimento de conceitos geométricos relativos à Geometria Espacial.

Um ponto nevrálgico do trabalho se refere ao tempo demandado pelo professor no preparo das atividades, que devem ser muito bem elencadas para que o processo de aprendizagem surta efeito. A sequência proposta no trabalho mostra-se bem articulada com os níveis e fases de aprendizagem previstos na referida teoria, de forma que isso não seja um empecilho para a utilização desta proposta.

A metodologia utilizando os origamis mostrou-se muito adequada ao público-alvo destinado pelo seu caráter lúdico e vocabulário próximo ao utilizado em geometria. Os vídeos explicativos mostram-se importantes na diminuição de eventuais dificuldades na execução de determinada dobradura.

É de suma importância que o professor adote o caráter pesquisador em sua formação e atuação. Logo, um possível desdobramento do trabalho apresentado condiz com a real aplicação da proposta *in loco*, seguida da análise dos resultados obtidos e adequação às diversas realidades apresentadas em cada sala de aula.

5. Agradecimentos

Na elaboração deste trabalho foi imprescindível a orientação da Prof.ª Dr.ª Rita de Cássia Pavani Lamas, suas leituras e comentários que engrandeceram o mesmo assim como sua experiência em trabalhos acadêmicos desta magnitude. A colaboração de todos os professores do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Nível Nacional (ProfMat) da turma de 2011 da Unesp de São José do Rio Preto na formação do autor e na aprendizagem da escrita formal da matemática. Agradecimentos também a Capes (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo auxílio financeiro durante o período de mestrado que culminou neste trabalho.

6. Referências

BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais : matemática* – Secretaria de Educação Fundamental. Brasilía: MEC/SEF, 1997.

CROWLEY, M. L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In. LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. (Org.). *Aprendendo e ensinando geometria*. São Paulo: Atual, p. 1 – 20, 1994.

FERREIRA, F. E. Ensino e Aprendizagem de Poliedros Regulares Via Teoria de Van Hiele com Origami. Dissertação de Mestrado. *Universidade Estadual de São Paulo – Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas*. São José do Rio Preto, São Paulo. Brasil, 2013.

IMENES, L. M. *Geometria das Dobraduras*. São Paulo: Scipione, 1988.

MACHADO, N. J. *Os poliedros de Platão e os dedos da mão*. São Paulo: Scipione, 2000.

NASSER, L.; SANT'ANNA, N. F. P. *Geometria segundo a teoria de Van Hiele*. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática / UFRJ, 2010.

RÊGO, R. G.; RÊGO, R. M. do; GAUDÊNCIO JR, S. *A geometria do origami* – Atividades de ensino através de dobraduras. João Pessoa: Editora Universitária UFPB, 2003.

SÃO PAULO. *Proposta Curricular do Estado de São Paulo: Matemática*. São Paulo: SEE/SP, 2008.