PROPORCIONALIDADE COMO FUNÇÃO: UMA ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO

Maria Arlita da Silveira Soares
URI/Santiago - GEEM
arlita@urisantiago.br

Cátia Maria Nehring
Unijui-DCEEng-GEEM
catia@unijui.edu.br

Resumo
Neste artigo, analisamos o modo como a proporcionalidade é apresentada nos capítulos/unidades de função afim em coleções de livros didáticos do Ensino Médio. Para tanto, apoiamo-nos em resultados de investigações nacional e internacional sobre o processo de ensino e aprendizagem desse conceito. O método escolhido para a realização deste estudo foi a análise documental e os instrumentos de coleta de dados foram livros didáticos do primeiro ano do Ensino Médio de sete coleções aprovadas pelo PNLD/2012. Concluímos que todos os livros analisados apresentam atividades cujas grandezas são proporcionais, na maioria grandezas diretamente proporcionais. No entanto, a proporcionalidade das grandezas envolvidas não é explorada de forma explicita, ou seja, os autores restringem às atividades a análise da relação de dependência entre as grandezas (conceito de função) sem solicitar uma análise da proporcionalidade envolvida.

Palavras Chave: Proporcionalidade; Função Linear; Livro Didático.

1. Introdução

A proporcionalidade é um dos mais importantes conceitos da Matemática, visto a sua aplicabilidade a *diversas situações do dia a dia* (compra e consumo, escalas, produtividade,...); *dentro da própria matemática* (multiplicação e divisão, equivalência de frações, porcentagem, relações entre unidades de medida, semelhança geométrica e homotetia, teorema de tales,...); e sua *utilização por diversas áreas do conhecimento* (física, química, biologia, engenharia,...) (IMENES, 2008).

No entanto, o ensino da proporcionalidade em muitos casos tem se limitado a algumas séries/anos do Ensino Fundamental, ou seja, a sua exploração como um conceito que articula diferentes conteúdos não vem sendo realizada. Isto porque a proporcionalidade é apresentada, a partir de uma mecanização do seu procedimento algorítmico (regra de três), promovendo uma aprendizagem mecânica, sem compreensão do conceito. Corrobora com essa ideia Nunes (2003) ao apontar que, esse conceito bastante simples em sua origem (relação entre duas variáveis) vem sendo trabalhado de forma equivocada, pois, geralmente, não é feita a relação (desde os anos iniciais) com a operação de multiplicação. Além disso, o ensino da proporcionalidade reduz-se, geralmente, ao 7º ano do ensino fundamental, sendo dedicado um ou dois meses a esse estudo e os demais conceitos, relacionados ao ensino de proporcionalidade, apresentados de uma só vez, num só momento. Em essência, são tratados, nesta ordem, os seguintes tópicos: definição de razão, definição de proporção como igualdade de razões, propriedades das proporções, grandezas diretamente proporcionais, grandezas inversamente proporcionais, regra de três simples, regra de três composta e juro simples; uma abordagem que não faz a exploração intuitiva da proporcionalidade como função (IMENES, 2008).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN's (BRASIL, 1998, p. 65) sugerem a exploração de situações de aprendizagem envolvendo o dia a dia e outras áreas do conhecimento que levem o aluno a "observar a variação entre grandezas, estabelecendo relação entre elas e construir estratégias de solução", não convencionais. Para o Ensino Médio, os documentos oficiais apontam que, a proporcionalidade direta deve ser explorada como um particular e importante modelo de crescimento (modelo linear: $f(x) = ax$). "Neste momento, também é interessante discutir o modelo de decrescimento com proporcionalidade inversa $\left(f\left(x\right) = a/x\right)$" (BRASIL, 2006, p. 72), bem como, o fato de que muitos estudantes identificam sistematicamente, de forma equivocada, crescimento com proporcionalidade direta e decrescimento com proporcionalidade inversa.

Como a proporcionalidade é uma ideia unificadora da Matemática escolar, pois une e relaciona conteúdos individuais e revela princípios gerais (SILVA, 2008), seu ensino não pode ser tratado num instante particular da Educação Básica (7º ano). É um conceito para ser explorado continuamente, promovendo a integração de diferentes conteúdos presentes em campos variados. Assim, deve-se pensar proporcionalidade como tema de estudo ao longo de toda a escolarização, em especial no Ensino Médio, no qual o nível de sistematização deve ser ampliado por processos de generalização e abstração.

Para perceber como isso pode ser concretizado na prática pedagógica pode-se recorrer a análise do modo como o conceito de proporcionalidade é apresentado nos livros didáticos. Isto porque acreditamos que analisando os livros didáticos estamos de forma indireta investigando como as mudanças curriculares vêm acontecendo na prática dos professores. Sendo assim, optamos por analisar o capítulo/unidade que introduz o conceito de função e o relacionado a função afim das sete coleções de livros didáticos do Ensino Médio aprovadas pelo Programa Nacional de Livro Didático- PNLD/2012.

O método escolhido para a realização foi a análise documental, pois é uma técnica valiosa na abordagem de dados qualitativos e deve ser utilizada quando as informações contidas em documentos são os elementos fundamentais para a pesquisa (LUDKE e ANDRÉ, 1986). Das sete coleções selecionadas, analisamos apenas o volume do 1º ano de cada coleção, porque a introdução do conceito de função e a função afim são abordadas nesse volume. Para preservar o anonimato das obras e de seus autores utilizamos códigos, por exemplo, LD1 representa o primeiro livro didático analisado, LD2 o segundo livro analisado e assim sucessivamente. Definidos os documentos, realizamos uma análise parcial com intuito de verificar a estrutura da obra e suas principais caraterísticas (seleção de conteúdos, distribuição dos campos da Matemática, articulação entre os conteúdos, metodologia, contextualização,...). Em seguida, elencamos critérios de análise, tendo como base o referencial teórico, a saber:

- Aborda a proporcionalidade de forma (explicita ou implícita)[1] no capítulo/unidade de introdução a função e função afim.
- Propõe a distinção de situações que têm subjacentes relações de natureza proporcional de situações que não o têm.
- Aborda a função linear (caso especial da função afim) como modelo da proporcionalidade direta.
- Explora as condições necessárias para que o crescimento seja identificado como proporcionalidade direta e o decrescimento como proporcionalidade inversa.
- Explora vários sentidos na coordenação das diferentes representações matemáticas (numérica, algébrica, tabular, gráfica, etc.).
- Propõe situações que requerem a verificação da existência de grandezas proporcionais a partir da análise da representação gráfica.

Mediante o exposto, o foco deste artigo é a análise do capítulo/unidade de função afim dos livros didáticos, visto que alguns resultados da análise da introdução do conceito

[1] Maiores informações para esses termos no item 3 do texto.

de função podem ser encontrados em Soares e Nehring (2012). Para tal, destacamos que "um conceito não assume sua significação numa única classe de situações, e uma situação não se analisa com o auxílio de um único conceito" (VERGNAUD, 1996, p. 190), ou seja, por mais simples que seja a situação ela envolve vários conceitos. Além disso, enfatizamos a necessidade da mobilização e articulação das várias representações matemáticas no processo de evolução conceitual. A seguir, apresentaremos as propostas dos livros didáticos selecionados segundo estas ideias.

2. Proporcionalidade como função: alguns entendimentos

O fato de que muitas situações do nosso dia a dia funcionam de acordo com as leis da proporcionalidade, evidencia que o desenvolvimento do raciocínio proporcional é útil na interpretação de fenômenos do mundo real, na compreensão de várias áreas do conhecimento, bem como, no aprendizado de outros conceitos da própria matemática (BRASIL, 1998). Sendo assim, a proporcionalidade tem sido alvo de várias pesquisas em Educação Matemática, Educação em Ciências e Psicologia Cognitiva (VERGNAUD, 1996, 2009a, POST; BEHR; LESH, 1995, NUNES, 2003, PONTE; SILVESTRE, 2009, PONTE et al, 2010, OLIVEIRA, 2000, 2009,...).

No Brasil, com base nos dados divulgados pela revista Zetetiké, no período de 1971 a 2007 foram desenvolvidas 20 dissertações e 2 teses sobre essa temática (MIRANDA, 2009). Com o intuito de atualizar os dados buscamos, também, na Zetetiké e no portal da CAPES as pesquisas realizadas no período de 2008 a 2012. Encontramos 5 dissertações e 1 tese, confirmando que a proporcionalidade tem sido foco de várias pesquisas nas últimas quatro décadas, principalmente, na primeira década dos anos dois mil.

Utilizando como referência as categorias propostas por Miranda (2009) para analisar (no que se refere aos objetivos) as pesquisas realizadas no Estado de São Paulo, no período de 1971 a 2007, envolvendo aspectos do pensamento proporcional, categorizamos as pesquisas anteriores. Constatamos que há 1 tese e 4 dissertações na categoria *propor e realizar atividades*; 1 tese e 3 dissertações na categoria *sugerir caminhos para os professores*, 1 tese e 13 dissertações na categoria *avaliar a aprendizagem* e 2 dissertações na categoria *analisar o conteúdo de livros didáticos*. Além destas, em 1 dissertação foi realizada a análise dos materiais elaborados pela Secretaria da Educação (caderno do professor) para o ensino de proporcionalidade.

Diante desses dados, verificamos que a maioria das pesquisas buscou identificar as estratégias utilizadas pelos alunos do Ensino Fundamental na resolução de situações envolvendo proporcionalidade direta. Por exemplo, Oliveira (2000), fundamentada em Vergnaud, identificou que os alunos das séries finais do Ensino Fundamental utilizam diferentes estratégias para resolver situações proporcionais, a saber: *aditiva, linear, busca do valor unitário, escalar, funcional, e grandeza intermediária*. Com exceção das estratégias aditiva e linear (combinação entre aditiva e escalar) as demais decorrem das relações multiplicativas, pois a proporcionalidade faz parte do Campo Conceitual das estruturas multiplicativas (VERGNAUD, 2009a). Este campo envolve conceitos matemáticos que não são matematicamente independentes, como multiplicação, divisão, fração, razão, número racional, função linear, entre outros, eles aparecem simultaneamente nos problemas de proporcionalidade (BERNAL, 2004).

Observamos, também, serem em menor número as pesquisas que analisam as propostas de livros didáticos e, ainda, as já realizadas dão ênfase para análise dos livros do 7º ano do Ensino Fundamental. Por exemplo, Costa (2005), verificou que os livros didáticos brasileiros dos anos 70, 80 e 2000 apresentam a proporcionalidade após o estudo de equação do 1º grau, sendo este pré-requisito para resolução de situações proporcionais, por meio da regra de três simples.

A regra de três é um método eficiente, mas segundo Post, Behr e Lesh,

> [...] os métodos mais eficientes são, com frequência, aqueles menos significativos, que devem, portanto, ser evitados nas fases de ensino iniciais. Infelizmente, muitas vezes confundimos eficiência com significação e, por descuido, embora com a melhor das intenções, introduzimos um conceito da maneira mais eficiente, porém menos significativa. (1995, p. 93)

Acreditamos que as etapas essenciais para a aquisição de um conceito não podem ser resumidas a um conjunto de regras, fórmulas ou definições. Para adquirir um conceito é imprescindível que seja proposto, ao longo do tempo, um conjunto de situações cujo domínio progressivo (de estágios mais intuitivos aos mais sistematizados) solicita uma variedade de conceitos, procedimentos e representações em estreita conexão (VERGNAUD, 2009b). Sendo assim, buscamos na literatura entendimentos para superar a ideia redutora de que a resolução de problemas que envolvem situações proporcionais deve ser realizada a partir do algoritmo da regra de três. Enfatizamos as propostas que defendem a exploração da proporcionalidade como função. Para tanto, torna-se importante, primeiramente, compreendermos aspectos relacionados ao raciocínio proporcional, pois as pesquisas reconhecem a dificuldade dos alunos neste tipo de raciocínio e chamam atenção para a sua influência na aprendizagem de outros conceitos matemáticos.

Na literatura há diversas caracterizações para o raciocínio proporcional. Para Post, Behr e Lesh (1995) o raciocínio proporcional

> [...] é uma forma de raciocínio matemático. Ele envolve o senso de covariação, comparações múltiplas e a capacidade de armazenar e processar mentalmente várias informações. O raciocínio com proporções está muito ligado a inferência e predição e envolve métodos de pensamento qualitativos e quantitativos. (p. 90)

Segundo Lamon (apud PONTE et al, 2010, p. 3) "o raciocínio proporcional está relacionado a capacidade de analisar relações entre grandezas, o que implica compreensão da relação constante entre estas (invariância) e a noção que ambas variam em conjunto (covariação)", exigindo dos alunos a compreensão de que na equivalência entre razões há algo que muda (quantidades absolutas) e, simultaneamente, há algo que se mantém constante (na mesma proporção). Para a pesquisadora, uma compreensão deficitária da relação multiplicação das situações proporcionais pode estar na origem da maioria das dificuldades dos alunos.

A natureza multiplicativa das situações proporcionais diretas constitui um dos focos de investigação de Vergnaud (1996, 2009a, 2009b). O autor identifica nas estruturas multiplicativas três classes de problemas, entre elas o isomorfismo de medidas, que se refere a grandezas diretamente proporcionais. Neste caso, as transformações que se realizam dentro ou entre variáveis (figura 1) mantém uma relação proporcional entre os valores numéricos. A transformação realizada dentro da mesma variável é denominada por Vergnaud (2009a) como análise vertical (escalar) e entre variáveis como análise horizontal (funcional).

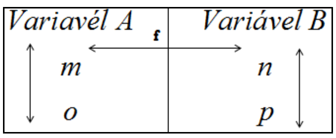


Figura 1: Isomorfismo de Medidas (VERGNAUD, 2009a)

A análise vertical está centrada na noção operador-escalar (sem dimensão), a qual permite passar de uma linha a outra em uma mesma categoria de medidas. A análise horizontal centra-se na noção f de operador-função que permite passar de uma categoria a outra (VERGNAUD, 2009a). A distinção entre esses dois tipos de análise é importante, pois os processos cognitivos são diferentes (LAMON apud PONTE et al, 2010).

Silvestre e Ponte (2009), sistematizando as concepções de diversos autores, apontam que o raciocínio proporcional envolve três condições: (i) capacidade para diferenciar situações de natureza proporcional de situações que não são; (ii) entendimento da natureza multiplicativa das relações proporcionais; (iii) capacidade para resolver diversas situações, revelando flexibilidade mental para realizar diferentes abordagens sem ser prejudicado pelos dados numéricos, pelo contexto, pelas representações (tabular, algébrica, gráfica,...). Portanto, a utilização do raciocínio proporcional implica muito mais do que o uso da regra de três na resolução de problemas.

Ponte et al (2010) defendem que a proporcionalidade direta deve ser explorada (intuitivamente) como função linear desde os primeiros anos de escolaridade, adquirindo precedência sobre a noção de igualdade entre razões (proporção).

A abordagem da proporcionalidade como função foi defendida por Ávila e Lima na década de oitenta. Os autores afirmam que a abordagem escolar sobre o tema (proporcionalidade como igualdade de razões) não se modernizou, pois ainda guarda resquícios da teoria das proporções de Eudoxo. Esta teoria buscava superar a barreira dos incomensuráveis, mas por mais genial que fosse perdeu sua função com a elaboração da teoria dos números reais por Dedekind.

> Com a fundamentação dos números reais, no século passado, em bases sólidas e mais confiáveis do que as da antiga Geometria, a teoria das proporções de Eudoxo passa a ter apenas valor histórico. [...] não precisamos mais usar a superada teoria geométrica das proporções, muito menos seus resquícios que dela ficaram na terminologia, na notação e, sobretudo, na maneira de apresentar fatos, como os problemas de "regra de três". (ÁVILA, 1986, p. 2)

A partir do desenvolvimento da Matemática é possível abordar proporcionalidade como função e não por meio da igualdade de razões, pois a essência da proporcionalidade está nas relações multiplicativas. Conforme Lima (1999, p. 93), "uma proporcionalidade é uma função $f: R \to R$ tal que, para quaisquer números reais c, x tem-se $f(cx) = c.f(x)$ (proporcionalidade direta) ou $f(cx) = f(x)/c$, $c \neq 0$ (proporcionalidade inversa)." As condições para que uma grandeza y seja diretamente proporcional a uma grandeza x (y e x grandezas cuja medida é um número positivo) são: 1ª) y é uma função crescente de x; 2ª) se multiplicarmos x por um número n, o valor correspondente de y também ficará multiplicado por n. Analogamente, diz-se que y é inversamente proporcional a uma grandeza x quando $y = f(x)$ é uma função decrescente de x e ao multiplicarmos x por um número n, o valor correspondente de y também ficará divido por n. Essas duas condições não podem ser omitidas na definição de grandezas direta ou inversamente proporcionais (LIMA, 1991).

No ensino dos conceitos de proporcionalidade e função é importante destacar que y pode ser uma função crescente (ou decrescente) de x sem que seja diretamente (ou inversamente) proporcional a x. Por exemplo, a área de um quadrado é uma função crescente do lado, mas essas grandezas não são proporcionais. No entanto, muitos alunos utilizam estratégias proporcionais em problemas que não possuem relação de proporcionalidade. Cabe ao professor selecionar situações que envolvem proporcionalidade e outras em que esta relação não existe, pois "a aquisição de noções não é independente da solução de problemas que colocam essas noções em ação. A solução de problemas é, ao mesmo tempo, um meio e um critério da aquisição de noções." (VERGNAUD, 2009a, p. 269)

O resultado fundamental sobre grandezas proporcionais é apresentado por Lima (1991, p. 129) em dois teoremas, a saber:

> **Teorema 1**: As seguintes afirmações a respeito de $y = f(x)$ são equivalentes:
> 1) y é diretamente proporcional a x;
> 2) para todo número real $c > 0$, tem-se $f(cx) = cf(x)$;
> 3) existe um número k, chamado a "constante de proporcionalidade" entre x e y, tal que $f(x) = kx$, para todo x.
>
> **Teorema 2**: As seguintes afirmações a respeito de $y = f(x)$ são equivalentes:
> 1) y é inversamente proporcional a x;
> 2) para todo número real $c > 0$, tem-se $f(cx) = f(x)/c$;
> 3) existe um número k, chamado a "constante de proporcionalidade" entre x e y, tal que $f(x) = k/x$, para todo x.

A partir do teorema 1 constata-se que a constante de proporcionalidade é o valor unitário da função, ou seja, $k = f(1)$, sendo utilizado por Lima na demonstração deste teorema. Além disso, das equações $y = kx$ e $y = k/x$ (afirmação 3) conclui-se que duas grandezas são diretamente proporcionais se o quociente entre elas é constante, por exemplo, medida do lado de um quadrado e seu perímetro. E, duas grandezas são inversamente proporcionais se o produto entre elas é constante.

As definições e teoremas sobre proporcionalidade são importantes porque permitem ao aluno, mediante duas perguntas simples (y cresce quando x cresce? ao dobrarmos, triplicarmos, etc o valor de x ocorre o mesmo com y?), analisar se o modelo $y = kx$ se aplica à situação considerada (LIMA, 1991). Vale ressaltar que ao analisar “uma situação que possa envolver proporcionalidade, seja ela de natureza científica ou prática, a equação é a etapa final da resolução de problema” (ibidem, p. 139).

Sendo assim, acreditamos que serão atribuídos significados às definições e teoremas à medida que o aluno se depare com situações que exijam a análise das suas regularidades. Este caminho permite “desenvolver as capacidades que envolvem o raciocínio proporcional, em particular o sentido de co-variação [análise vertical (escalar)] e de inferência [análise horizontal (funcional)], ao mesmo tempo que contribui para o desenvolvimento da capacidade de generalização.” (PONTE et al 2010, p. 7) Além disso, os alunos devem saber reconhecer uma relação de proporcionalidade em situações dadas em diversas representações matemáticas e, progressivamente, devem conseguir converter uma representação em outra e usá-la na resolução de problemas. Isto porque a atividade matemática, do ponto de vista cognitivo, caracteriza-se pela variedade de representações para um mesmo objeto matemático.

Duval (2003) caracteriza essas representações como representações semióticas, que são externas e conscientes aos sujeitos, portanto, não desempenham apenas a função de comunicação, mas também funções de objetivação (entendimento para si) e tratamento (cálculo). Alguns sistemas semióticos são considerados registros de representação semiótica e são utilizados para representar objetos/conteúdos/conceitos matemáticos: língua natural, escrita numérica (fracionária, decimal, binária,...), escrita algébrica, gráficos cartesianos, entre outras, pois podem ser convertidas em representações equivalentes em outro sistema semiótico. Para o teórico, não é possível separar os diversos registros de representação semiótica da função cognitiva do pensamento humano. Ou seja, não há noésis (apreensão conceitual de um objeto) sem sémiosis (apreensão ou produção de uma representação semiótica).

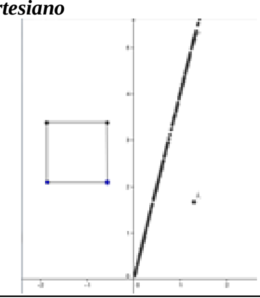
Um registro de representação é uma representação semiótica que permite três atividades cognitivas, a saber: (1) *formação de uma representação identificável* que selecione as relações do conceito que serão representadas; (2) *tratamento*, que permita a transformação interna ao registro em que se formou; (3) *conversão* ou transformação externa, ou seja, para outro registro de representação (DUVAL, 2003).

Para resolver situações, dadas em vários registros de representação, o aluno deve buscar transformá-las nos registros que ele domina; mas como cada registro de representação traduz algumas, mas não todas as propriedades do objeto, um registro pode ser mais adequado que outro para lidar com esse objeto, em uma situação específica. Neste sentido, é importante trabalhar com os vários registros de representações de um mesmo objeto, pois

> um ‘enclausuramento’ de registro que impede o aluno de reconhecer o mesmo objeto matemático em duas de suas representações bem diferentes. Isso limita consideravelmente a capacidade dos alunos de utilizar os conhecimentos já adquiridos e suas possibilidades de adquirir novos conhecimentos matemáticos, fato esse que rapidamente limita sua capacidade de compreensão e aprendizagem. (DUVAL, 2003, p. 21).

O quadro 1 mostra uma situação, envolvendo grandezas diretamente proporcionais, representada por diferentes registros.

Quadro 1: Classificação dos diferentes registros mobilizáveis na atividade matemática

<table>
<tr><th></th><th>REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA</th><th>REPRESENTAÇÃO NÃO-DISCURSIVA</th></tr>
<tr><td>REGISTROS MULTIFUNCIONAIS
(não-algoritmizáveis)</td><td>Língua Natural
Calcule o perímetro de quadrados de lados x =]0, ∞[cm. Analise o comportamento das variáveis x e y.</td><td>Figuras geométricas planas
</td></tr>
<tr><td>REGISTROS MONOFUNCIONAIS
(algoritmizáveis)</td><td>Sistemas de escritas
<table>
<tr><th>Lado (x)</th><th>Perímetro (y)</th></tr>
<tr><td>1</td><td>4</td></tr>
<tr><td>2</td><td>8</td></tr>
<tr><td>⋮</td><td>⋮</td></tr>
<tr><td>X</td><td>4x</td></tr>
</table>
$\frac{4}{1}=\frac{8}{2}=\frac{12}{3}=\cdots\frac{y}{x}=4$
$y=4x,\ x\in R_{+}$</td><td>Gráficos cartesiano
</td></tr>
</table>

Fonte: Adaptado de Duval (2011, p. 153)

A partir do quadro 1 verifica-se que podem ser realizadas várias conversões entre os registros para a compreensão da função linear como modelo da proporcionalidade direta, por exemplo, do registro da língua natural (RLN) para o registro tabular (RT) e desse para o registro algébrico (RA). Essas conversões, conforme Duval (2011), não podem ser exploradas como se fossem espontaneamente evidentes, pois a conversão entre o registro tabular (situação envolvendo proporcionalidade direta) e o registro gráfico (RG) de uma função linear supõe implicitamente a mobilização de representações geométricas.

No processo de ensino é preciso considerar que a conversão não é uma operação cognitiva neutra, pois mudar a forma de uma representação parece ser, para muitos alunos, nos diferentes níveis de ensino, uma operação difícil e muitas vezes impossível.

A seguir, apresentamos a análise dos livros didáticos aprovados pelo PNLD/ 2012.

4. Análise dos Livros Didáticos

Para apresentar os resultados deste estudo, optamos por organizar o quadro 2, que exibe a quantidade de atividades (atividades resolvidas – AR e atividades propostas – AP) apresentadas em cada livro didático. Bem como, destaca se a proporcionalidade é explorada de *forma explícita* (E) - as atividades propostas exigem do aluno o entendimento de grandezas proporcionais ou de *forma implícita* (I) - as atividades utilizam grandezas proporcionais, mas o foco é o entendimento da relação de dependência entre essas grandezas, bem como, as várias representações (tabular, algébrica, gráfica, numérica, etc.). Optamos também por descrever as grandezas envolvidas, classificando-as quanto à relação proporcional: grandezas diretamente proporcionais (GDP), grandezas inversamente proporcionais (GIP) e quanto ao contexto - cotidiano, outra área do conhecimento e a própria matemática.

Quadro 2: Análise referente à unidade e/ou capítulo de função afim

Livros	Nº AR	Nº AR	Grandezas envolvidas	Nº AP	Nº AP	Grandezas envolvidas
LD1	24	0	-	89	6 (I)- 6,7%	-tempo e quantidade de água; (GIP) -nº de armários e preço; (GDP) - nº de fotocópias e preço; (GDP) -nº de litros de gasolina e preço; (GDP) -preço de um ingresso peça de teatro e custo apresentação; (GDP) -massa (g) e volume de um álcool; (GDP)
LD2	34	2 (E)- 5,9%	-medida do lado de um triângulo e área (triângulo construído entre duas retas paralelas); (GDP) -quantidade de dinheiro e montante; (GDP)	113	14 (E)- 12,4% 4 (I)- 3,5%	-preço de uma mercadoria e preço após desconto; (GDP) -medida do lado do quadrado e perímetro; (GDP) -massa (g) e volume de um álcool; (GDP) -medida do lado do retângulo e área; (GDP) -tempo e nº de litros de água; (GIP) -tempo e velocidade; (GIP) -comprimento de um fio condutor e resistência elétrica; (GDP) -área da seção reta e resistência elétrica; (GIP) -escala; -comprimento de uma mola e peso; (GDP) -peso acima do ideal e tempo; (GDP)
LD3	9	0	-	37	3 (I)- 8,1%	-nº de voltas de uma polia pequena em relação ao nº de voltas de uma polia grande; (GDP) -massa de um corpo e diâmetro de um cabo; (GDP) -tempo e distância; (GDP)
LD4	19	0	-	79	12 (E)- 15,2% 2 (I)-	-tempo e distância; (GDP) -volume de certo óleo e massa; (GDP) -tempo e volume de petróleo existente em um

					2,5%	reservatório; (GDP); -tempo e preço pago pelo acesso a internet; (GDP)
LD5	18	1 (E)-5,5% 2 (I)-11,1%	-quantidade de açúcar e quantidade de cana-de-açúcar; (GDP) -tempo e altura de uma planta; (GDP) --preço de uma mercadoria e preço após desconto; (GDP)	99	3 (I)-3% 13 (I)-13,1%	-tempo e quantidade de água que sai de um reservatório; (GDP) -área original de uma foto e área reduzida; (GDP) -quantidade de calorias e consumo por pessoa; (GDP) -tempo e desempenho de um atleta; (GDP) -massa (Kg) e preço (R$); (GDP) -tempo e temperatura de um óleo; (GDP) -nº de quilômetros rodados e preço; (GDP) -massa e volume de um álcool; (GDP) -tempo e distância; (GDP) -nº de máquinas trabalhando e nº de comprimidos produzidos; -tempo e quantidade de ração em um estoque; (GDP) -tempo e quantidade de água consumida por uma pessoa; (GDP) -tempo e preço pago pelo estacionamento do carro; (GDP)
LD6	15	0	-	64	4 (I)-6,2%	-preço do cardápio de um restaurante e preço com acréscimo; (GDP) -medida do raio de uma circunferência e comprimento; (GDP) -tempo e distância; (GDP) -tempo e nº de camisetas produzidas; (GDP)
LD7	21	3 (I)-14,3%	-tempo e consumo; (GDP) -tempo e preço do estacionamento; (GDP) -tempo e desperdício de água; (GDP)	85	15 (I)-17,6% 6 (E)-7%	-medida do lado do pentágono regular e perímetro; (GDP) -nº de gafanhotos e massa de folhas que comem; (GDP) -tempo e distância; (GDP) -nº de torcedores e arrecadação obtida com a venda de ingressos; (GDP) -tempo e preço; (GDP) -distância percorrida com gasolina e distância percorrida com álcool; (GDP) -quantidade de cana-de-açúcar e quantidade de energia produzida; (GDP) -quantidade de soja e gasto no transporte; (GDP) -nº de hectares plantados e quantidade de frutos colhidos; (GDP) -nº de biscoitos consumidos e quantidade de caloria ingerida; (GDP) -tempo e quantidade de água em um reservatório; (GDP) -massa na Terra e peso na Lua; (GDP) -escala (GDP)

Ao analisarmos os dados expostos no quadro 2 verificamos que são exploradas situações envolvendo grandezas proporcionais nos capítulos/unidades de função afim e estão em maior número nas atividades propostas. Talvez isto aconteça porque os exemplos tomados para introduzir função afim destacam a taxa de variação constante e um valor inicial fixo (na maioria diferente de zero).

Em relação à proporcionalidade aparecer de forma explícita ou implícita, constatamos que a maioria dos livros explora grandezas proporcionais de forma implícita, apenas os livros LD2 e LD4 apresentam em maior número atividades de forma explícita. É importante registrar que estas destacam mais os conceitos de razão (em especial escala) e proporção, bem como, o algoritmo da regra de três, do que o entendimento da proporcionalidade como função.

Quanto ao tipo de proporcionalidade, direta ou inversamente proporcional, verificamos que a maioria das atividades envolvem GDP. Apenas os livros LD1 e LD2 apresentam atividades envolvendo GIP. Uma possível justificativa para esse resultado é o fato de que a função linear- modelo da proporcionalidade direta (guardada a primeira condição, ou seja, função crescente)- é um caso particular da função afim (capítulo/unidade analisado). Também constatamos que os livros LD4, LD5 e LD7, mesmo não abordando atividades envolvendo grandezas inversamente proporcionais, sugerem que o professor explique aos alunos quando duas grandezas são inversamente proporcionais. Por exemplo, no LD5 encontramos "no canto" da página 97 o seguinte texto: "*Professor(a) Explique aos alunos que duas grandezas são inversamente proporcionais quando, aumentando uma, a outra diminui na mesma proporção. Por exemplo, multiplicando por 2 uma grandeza a outra fica multiplicada pelo inverso, isto é, ½".* O texto mostra que uma das condições de $f(x)$ proposta por Lima (1986, 1991) para grandezas inversamente proporcionais não é explorada, ou seja, $f(x)$ deve ser decrescente. Entretanto, os PCN's e as pesquisas nacionais e internacionais sugerem que para o desenvolvimento do raciocínio proporcional deve-se propor a distinção de situações que têm subjacentes relações de natureza proporcional de situações que não o têm.

Como podemos perceber as situações apresentadas pelos livros didáticos envolvem mais as grandezas quantidade de um produto e custo, portanto, entendemos que o contexto mais explorado foi o cotidiano, seguido das outras áreas do conhecimento, principalmente, a física, ao explorar as grandezas distância e tempo. O contexto da própria matemática foi explorado em situações envolvendo lado e perímetro de figuras planas.

Os livros LD2, LD3, LD4, LD5, LD7 apresentam um item no capítulo/unidade de função afim no qual a função linear é abordada como modelo da proporcionalidade direta. Os autores do LD1 apresentam apenas, no final do capítulo, uma questão do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) resolvida e ao comentarem a resolução afirmam que ela pode ser solucionada tanto pelo conceito de função quanto pela ideia de proporcionalidade (entendida como igualdade de razões). Já os autores do LD6 não mencionam a proporcionalidade no capítulo/unidade de função afim. Ainda, em relação ao item dedicado a relação entre função linear e proporcionalidade, constatamos que as duas condições de $f(x)$ para grandezas proporcionais propostas por Lima (1986, 1991) são exploradas apenas pelo LD2.

Acreditamos que todos os livros deveriam explorar as condições de $f(x)$ para grandezas proporcionais, visto que muitos alunos identificam crescimento com proporcionalidade direta e decrescimento com proporcionalidade inversa, gerando problemas, em especial, na resolução de situações que envolvem crescimento exponencial.

As atividades apresentadas exploram várias representações matemáticas (numérica, tabular, algébrica, gráfica), mas em relação aos sentidos na coordenação dessas diferentes representações, constatamos que, o mais explorado é: língua natural → registro tabular → registro algébrico. Constatamos apenas uma atividade, no livro LD4, que requer a verificação da existência de proporcionalidade direta a partir da análise da representação gráfica. A representação gráfica das grandezas inversamente proporcionais não foi explorada pelos livros didáticos no capítulo/unidade analisado.

5. Considerações Finais

Diante desses resultados, é importante destacar que o conceito de proporcionalidade está relacionado a muitos outros conceitos matemáticos como porcentagem, número racional, função (principalmente, função linear), entre outros. Portanto, requer a mobilização de outros conceitos, em especial, conceito de função para a sua apropriação, bem como, a mobilização e coordenação de várias representações semióticas. No entanto, considerando o limite deste estudo (análise de um capítulo/unidade), essas relações não estão sendo privilegiadas pela maioria das propostas dos livros didáticos.

Considerando que o livro didático é o principal recurso utilizado pela maioria dos professores torna-se imprescindível que os autores proponham atividades com maior ênfase na relação entre os vários conceitos do que apenas na manipulação de fórmulas.

6. Referências Bibliográficas

ÁVILA, G. *Razões, proporções e regra de três*. In: Revista do Professor de Matemática, nº8, 1º semestre, 1986.

BERNAL, M. M. *Estudo do objeto proporção: elementos de sua organização matemática como objeto a ensinar e como objeto ensinado*. Dissertação de mestrado, UFSC, 2004.

BRASIL. *Ministério da Educação e do Desporto*. Parâmetros Curriculares Nacionais- Matemática 5ª a 8ª série. Brasília: SEF, 1998.

BRASIL. *Ministério da Educação e do Desporto.* Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Brasília: SEB, 2006.

COSTA, C. R. *Panorama de um estudo sobre razões e proporções em três livros didáticos.* Dissertação de mestrado – Centro de Ciências Exatas e Tecnologias, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

DUVAL, R. *Registros de Representação Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática*. In: Machado, Silvia Dias Alcântara (org.). Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica- Campinas, São Paulo. Papirus, pp. 11-33, 2003.

DUVAL, R. *Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semiótica*. São Paulo: PROEM, 2011.

IMENES, L. M. P. *Proporcionalidade um tratamento funcional.* Slides dos Seminários de Ensino de Matemática Sema, 2008. Disponível em http://www.educared.org/educa/index.cfm?pg=textoapoio.ds_home&id_comunidade=179#1023. Acessado em dezembro de 2012.

LIMA, E. L. *O que são grandezas proporcionais?* In: Revista do Professor de Matemática, nº 9, 2º semestre, 1986.

LIMA, E.L. *Meu professor de matemática e outras histórias*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1991.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. *A pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 1986.

MIRANDA, M. R. *Pensamento proporcional: uma metanálise qualitativa de dissertações*. Dissertação de mestrado, PUC/SP, 2009.

NUNES, T. *É hora de ensinar proporção.* Disponível http://revistaescola.abril.com.br/matematica/fundamentos/hora-ensinar-proporcao-fala-mestre-terezinha-nunes-428131.shtml. <Acessado em 02/11/2009>.

OLIVEIRA, I. *Proporcionalidade: estratégias utilizadas na Resolução de Problemas por alunos do Ensino Fundamental no Quebec*. In: Bolema, Rio Claro (SP), Ano 22, nº 34, 58 2009, p. 57 a 80.

OLIVEIRA, I. A. F. G. *Um estudo sobre a proporcionalidade: a resolução de problemas de proporção simples no ensino fundamental*. 2000. 127 folhas. Dissertação de mestrado, UFPE, 2000.

PONTE, J. P.; SILVESTRE, A. I.; GARCIA, C.; COSTA, S. *O desenvolvimento do conceito de proporcionalidade directa pela exploração de regularidades*. Disponível em http://www.apm.pt/files/_Materiais_Proporcionalidade__(IMLNA)_4cfc0dcb29b46.pdf. Acessado em dezembro de 2012.

POST, R. T.; BEHR, J. M.; LESH, R. *A proporcionalidade e o desenvolvimento de noções pré-álgebra*. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. As ideias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995.

SILVA, E. A. *Pensamento proporcional e regra de três: estratégias utilizadas por alunos do ensino fundamental na resolução de problemas*. Dissertação de Mestrado, UTP, 2008.

SILVESTRE, A.; PONTE, J. (2009). *Ser ou não ser uma relação proporcional: uma experiência de ensino com alunos do 6.º ano*. In *Actas do XX Seminário de Investigação em Educação Matemática* (CDROM). Viana do Castelo: Associação de Professores de Matemática.

SOARES, M. A. S.; NEHRING, C. M. *Proporcionalidade e o conceito de função: uma análise de livros didáticos*. In: Anais da III EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática, Santa Maria/RS, 2012.

VERGNAUD, G. *A teoria dos Campos Conceituais.* In: BRUN, J. Didáctica das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

VERGNAUD, G. *A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar*. Tradução Maria Lucia Faria Moro; revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: Ed. UFPR, 2009a.

VERGNAUD, G. *O que é aprender?* In: BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (org) A aprendizagem Matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais. Curitiba: Ed. CRV, 2009b.