

## A INTEGRAÇÃO MATEMÁTICA E FÍSICA COM MODELAGEM DE FENÔMENOS FÍSICOS

*Prof. Daniel Guimarães Silva*  
*Instituto Federal do Norte de Minas Gerais – Campus Pirapora*  
*daniel.guimaraes@ifnmg.edu.br*

### Resumo

O presente artigo apresenta resultados parciais de uma pesquisa de um Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática. O trabalho a ser desenvolvido é de Modelagem Matemática como alternativa pedagógica para o estudo da Matemática integrado à Física, utilizando as tecnologias de informação e comunicação (TICs). Nesse contexto, além de o conteúdo matemático ganhar significado pela associação entre Matemática e Física, o trabalho com a modelagem desperta no aluno a capacidade de construir seu próprio conhecimento, pois ele é convidado a experimentar e testar os resultados encontrados, incentivando sua autonomia. As atividades estão sendo criadas em laboratório num trabalho integrado com o professor de Física. Será apresentada uma das atividades em desenvolvimento para estudo das funções trigonométricas seno ou cosseno, elaborada com um experimento físico construído em laboratório, onde os dados do experimento serão coletados, via computador, utilizando o *software* GeoGebra.

**Palavras Chave:** Modelagem Matemática; Matemática e Física; Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC).

### 1. Introdução

O ensino na educação básica pode ser significativo e motivador, buscando uma associação entre diversas áreas e com diversos avanços científicos e tecnológicos. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) apontam a necessidade de um ensino médio ligado ao mundo contemporâneo, onde o conhecimento escolar tenha significado, mediante a contextualização e interdisciplinaridade.

Na Matemática, então, a associação com outros campos científicos é natural, uma vez que os PCN ressaltam que todas as áreas requerem alguma competência em Matemática que é útil para fazer argumentações ou tirar conclusões. A Física, por exemplo, é uma das ciências que mais necessita da Matemática como uma linguagem para expressar suas leis e desenvolver seus fundamentos, de modo a aumentar o seu poder de previsão. Essa

dependência entre essas duas ciências é mútua, grande parte dos conceitos da Matemática encontram sua inspiração e desenvolvimento dentro da Física. Assim, o ensino daquela associado à esta pode ser motivador para ambas as áreas.

Uma possibilidade para o desenvolvimento desse tipo de ensino é a utilização de atividades que envolvam a modelagem matemática. Diversos problemas externos ao âmbito da Matemática são trabalhados utilizando a modelagem, que é um elo entre a Matemática abstrata e a prática, Biembengut (2011, p. 13) diz que “genericamente, pode-se dizer que matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos e a modelagem é um meio de fazê-los interagir.” Assim sendo, ela proporciona um trabalho prático, voltado a um ensino que tem sentido para o aluno.

As TICs, nesse contexto, são um importante instrumento metodológico. Moran (2010, p. 24 e 27) afirma que “o conhecimento se dá fundamentalmente no processo de interação, de comunicação. A informação é o primeiro passo para conhecer. As tecnologias nos ajudam a ampliar a nossa comunicação”. As TICs facilitam, dessa forma, a ligação entre áreas de conhecimento e entre conceitos tratados na escola com outros externos a esse ambiente, auxiliando, por exemplo, a aplicação de outras disciplinas, como a Física na Matemática.

Portanto, descreve-se neste trabalho o desenvolvimento de atividades envolvendo modelagem matemática de fenômenos físicos, utilizando TICs no laboratório de Física e Matemática para obter a integração entre as duas ciências.

## **2. Modelagem no Ensino da Matemática**

De acordo com os PCN, o ensino da Matemática no ensino médio está pautado em três aspectos: na Matemática como ciência, com características próprias; na Matemática formativa, que contribui no desenvolvimento de capacidades pessoais dos alunos e na Matemática como instrumento, com técnicas e estratégias para serem aplicadas a outras áreas do conhecimento. A partir dessa última característica, o ensino-aprendizagem dessa disciplina pautado na modelagem mostra-se atraente e em consonância com os outros dois aspectos apontados.

Segundo Bassanezi (2011, p. 16), “a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Já Almeida (2012, p. 15) destaca “que uma

atividade de modelagem matemática tem em uma situação problemática a sua origem e tem como característica essencial a possibilidade de abarcar a cotidianidade ou a relação com os aspectos externos à Matemática”. Sendo assim, utilizar situações reais e de outras áreas para trabalhar essa ciência é uma alternativa de estímulo ao estudo do conteúdo, conforme Biembengut (2011, p. 18)

a modelagem matemática no ensino pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente. Isso porque é dada ao aluno a oportunidade de estudar situações-problema por meio de pesquisa, desenvolvendo seu interesse e aguçando seu senso crítico.

Barbosa (2007, p. 161), por sua vez defende que “a modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade”. Nesse sentido, com a motivação encontrada nas aplicações dos conteúdos matemáticos, o aluno vai se tornando sujeito ativo, na busca dos conhecimentos necessários para resolução de uma situação real. A identificação dessa situação é o ponto de partida do trabalho com a modelagem matemática. Almeida (2012, p.12) lembra

[...] uma atividade de modelagem matemática pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final.

O problema a ser explorado parte de uma situação prática, que é trabalhada utilizando a Matemática como ferramental, objetivando uma possível solução. Nesse processo são destacadas algumas etapas essenciais para o desenvolvimento de um trabalho eficaz com a modelagem matemática. Almeida (2012) destaca que são necessárias as fases de inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação para configuração, estruturação e resolução da situação-problema proposta. Com o problema a ser trabalhado definido, na etapa de inteiração, informações são estudadas, objetivando a familiarização com o tema para o desenvolvimento de todo o trabalho. Assim, com os conhecimentos necessários do assunto abordado, na matematização é feita a formulação do problema por meio da linguagem matemática, levantando hipóteses necessárias para a efetivação da fase seguinte. Na resolução, por sua vez, busca-se a construção de um modelo matemático para a solução do problema. Desse modo, é feita uma avaliação sobre o modelo construído, verificando sua eficácia quanto ao que foi proposto inicialmente,

concretizando-se, assim, a última fase de interpretação de resultados e validação. De acordo com a autora, essas fases não são estáticas, a qualquer momento pode ser necessário voltar a um aspecto não observado ou antecipar alguma situação, na última fase por exemplo, caso a conclusão obtida não seja adequada, faz-se necessário o retorno à outras etapas.

Portanto, o ensino da matemática pautado na modelagem não contempla apenas o vínculo da Matemática com a prática ou outras áreas do conhecimento, mas contribui também para a formação de um aluno crítico, participativo e pesquisador, além de exigir o domínio dos conceitos matemáticos dos alunos. Biembengut (2011, p. 18) destaca como objetivos deste trabalho:

aproximar uma outra área do conhecimento da matemática; enfatizar a importância da matemática para a formação do aluno; despertar o interesse pela matemática ante a aplicabilidade; melhorar a apreensão dos conceitos matemáticos; desenvolver a habilidade para resolver problemas e estimular a criatividade.

Com base nessas características, busca-se uma pesquisa que contribua para o aperfeiçoamento da modelagem matemática como método de ensino de Matemática.

### **3. Tecnologias da Informação no Processo de Aprendizagem Matemática**

Diante os diversos avanços tecnológicos na atualidade, pode-se buscar uma sintonia entre o ensino nas escolas com as diversas tecnologias de informação e comunicação (TICs). Borba (2001, p. 43) entende “que uma nova mídia como a informática, abre possibilidades de mudanças dentro do próprio conhecimento e que é possível haver uma ressonância entre uma dada pedagogia, uma mídia e uma visão de conhecimento”. Os estudantes têm cada vez mais vínculo com variados recursos tecnológicos e o professor deve usar isso como auxiliar no processo de ensino-aprendizagem de seu conteúdo.

Apesar do crescimento exacerbado da informática em diversos segmentos, na escola isso acontece de forma bastante amena, poucos educadores utilizam regularmente recursos tecnológicos diversificados em seu ambiente de trabalho. Segundo Masetto (2010, p. 133) “em educação escolar, por muito tempo – e eu diria mesmo, até hoje –, não se valorizou adequadamente o uso de tecnologia visando tornar processo de ensino-aprendizagem mais eficiente e mais eficaz”. Não significa que o professor deva utilizar tais recursos indiscriminadamente, pois para Moran (2010, p. 32), “cada docente pode

encontrar sua forma mais adequada de integrar as várias tecnologias e os muitos procedimentos metodológicos”. De acordo com o conteúdo trabalhado e os objetivos almejados é verificada a possibilidade do uso de um recurso tecnológico adequado que contribua para um processo de aprendizagem significativo e estimulante.

As tecnologias de informação e comunicação são apenas recursos didáticos que o professor deve utilizar como ferramenta de apoio, elas não devem ser encaradas como protagonistas na aprendizagem dos alunos, não são solução para os diversos problemas existentes na educação. Conforme Masetto (2010, p. 139)

[...] a tecnologia apresenta-se como meio, como instrumento para colaborar no desenvolvimento do processo de aprendizagem. A tecnologia reveste-se de um valor relativo e dependente desse processo. Ela tem sua importância apenas como um instrumento significativo para favorecer a aprendizagem de alguém. Não é a tecnologia que vai resolver ou solucionar o problema educacional do Brasil. Poderá colaborar, no entanto, se for usada adequadamente, para o desenvolvimento educacional de nossos estudantes.

É o professor o mediador de todo o processo de ensino-aprendizagem e as TICs são valiosas ferramentas de apoio, criadoras de condições de aprendizagem. Borba (2001, p. 34) explana que “as novas mídias, como computadores com softwares gráficos e as calculadoras gráficas, permitem que o aluno experimente bastante, de modo semelhante ao que faz em aulas experimentais de biologia ou de física”. Tem-se, então, um aluno ativo, participativo no processo de ensino-aprendizagem, que utiliza a tecnologia como um meio de pesquisa e aprimoramento de um assunto abordado.

No ensino trabalhado com a modelagem matemática, as tecnologias de informação e comunicação são indispensáveis, Meyer (2011) com embasamento em exemplos apresentados por outros autores destaca as TICs como atrizes ao se fazer modelagem.

Com o aumento da presença das TICs no cotidiano escolar, as possibilidades de experimentação e investigação de determinadas situações podem ser otimizadas, viabilizando a realização de simulações e previsões. E o acesso a internet pode também facilitar a realização de pesquisas (MEYER, 2011, p. 116).

Os recursos computacionais otimizam o trabalho de modelagem, com a internet, por exemplo, o acesso à informação é rápido, atualizado e permite uma comunicação facilitada com sujeitos ligados ao assunto explorado. Trabalhar com um número de dados e variáveis expressivos se torna mais fácil com a informática, os *softwares* matemáticos são eficientes na construção de gráficos e fórmulas, agilizam o trabalho e fazem estimativas mais precisas em relação ao trabalho manual.

Desse modo, as TICs são importantes meios para construção e simulação de modelos, são relevantes para um trabalho de modelagem matemática com parâmetros atuais do desenvolvimento da tecnologia que traz um suporte da informática para a utilização da modelagem, o que facilita a coleta de dados e sua análise.

#### **4. O Ensino da Matemática Integrado à Física**

A Matemática é dotada de uma estrutura própria, entretanto não é independente de outras ciências. Tanto a matemática encontra suporte e motivação em áreas diversas, como física, química, biologia e estatística, quanto inúmeras outras ciências respaldam-se em conceitos matemáticos.

O reconhecimento de uma teoria científica passou a ter como condição necessária o fato de poder ser expressa em uma linguagem matemática. A própria matemática teve uma evolução substancial, em decorrência da demanda das diversas áreas de pesquisa por novas teorias matemáticas. (BASSANEZI, 2011, p.19)

A Física e a Matemática são influenciadas mutuamente. Uma encontra na outra inspiração para o desenvolvimento de muitas de suas teorias. De acordo com Machado (2001, p. 50) “a Física nos entulha de exemplos de conceitos e teorias matemáticas que surgiram como respostas a questões formuladas pela experiência e não como fruto de mera especulação intelectual”. A Física encontra na Matemática uma formalização de seus conceitos, muitas de suas teorias são expressas em linguagem matemática e são demonstradas através de operações matemáticas. Robilotta (1988, p.13) afirma que “os conhecimentos da Física englobam fenômenos e teorias, sendo estas últimas baseadas em conceitos e leis, e estruturadas por meio da Matemática”.

A ideia da matemática num contexto estruturante de conhecimentos da Física pode ser estendida para o ensino a partir do entendimento dos conceitos físicos por parte dos alunos. Campos (2000, p. 54) alega que “ao estabelecer relações operatórias entre os conceitos físicos, a Matemática cumpre uma função estruturadora do conhecimento, emprestando forma às teorias”. O estudante utiliza o conhecimento aprendido na Física, traduzindo-o em linguagem matemática, tirando conclusões sobre o que é estudado.

Nessa perspectiva, a metodologia de ensino de matemática através da modelagem matemática de fenômenos físicos, mostra-se propícia. Campos (2000), com base em outros autores, destaca o desenvolvimento de propostas metodológicas para introduzir os alunos

na prática de modelização matemática que torna possível a resolução de problemas práticos, expressa regularidades, transformações e permanências entre grandezas físicas.

## 5. Atividades

Serão aplicadas quatro atividades para os alunos do ensino médio integrado ao curso técnico do Instituto Federal do Norte de Minas Gerais, *campus* Pirapora. O objeto de estudo são algumas Funções Matemáticas, que pela Modelagem Matemática, serão abordadas sob o contexto de fenômenos físicos que serão analisados em laboratório.

Essas atividades compõem o produto da pesquisa no Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC Minas). Elas estão sendo construídas em laboratório de Física, num trabalho integrado com o professor de Física.

Serão utilizadas as etapas descritas por Almeida (2012): Inteiração, Matematização, Resolução, Interpretação de Resultados e Validação. Elas serão analisadas do ponto de vista qualitativo, observando não apenas as descrições, fórmulas e gráficos apresentados pelos alunos, mas também o raciocínio utilizado para obter conclusões, verificando sua eficácia como metodologia de ensino de funções matemáticas.

Três atividades, destinadas a alunos do primeiro ano, abordarão o tema função quadrática. A primeira terá como objetivo o estudo da função quadrática com a modelagem matemática do movimento de um corpo com aceleração constante. A segunda o estudo da função quadrática com a modelagem matemática do movimento de um corpo em queda livre. A terceira, por sua vez, terá como finalidade estudar a função exponencial modelando matematicamente a carga presente em um capacitor em função do tempo.


A quarta atividade, que está descrita abaixo, será aplicada com alunos do segundo ano do ensino médio e tem como finalidade o estudo das funções trigonométricas seno ou cosseno, fazendo a modelagem matemática de um movimento harmônico simples de um corpo. Uma bola de isopor será girada por um aparelho de rotação e um sensor de posição captará a distância que essa bola se encontra dele em função do tempo, caracterizando assim um movimento periódico que pode ser trabalhado no contexto físico de um movimento harmônico simples de um corpo.

A atividade será desenvolvida após a familiarização dos alunos com o laboratório de Matemática e Física, com o *software* matemático GeoGebra e com programa CidepeLab.

Quadro 1: Atividade a ser desenvolvida

<b>Análise do Movimento Harmônico Simples de um Corpo</b>
<b>Objetivo</b>
Estudar Função através do movimento harmônico simples de um corpo.
<b>Metodologia</b>
Seja uma bola de isopor, será feita sua rotação através de um aparelho. Apesar de se ter um movimento circular bidimensional da bola de isopor, será feita a análise apenas do movimento em uma dimensão, um estudo sobre um movimento harmônico.
<b>Situação Inicial</b>
Movimento harmônico simples de um corpo.
<b>Inteiração</b>
<i>Recordando na Física</i>
Todo movimento que se repete a intervalos regulares é chamado de movimento periódico ou movimento harmônico (HALLIDAY, 2009, p. 88).
<i>Os componentes necessários para essa experimentação serão</i>
<ul style="list-style-type: none"><li>• 01 computador;</li><li>• 01 sensor de posição;</li><li>• 01 tripé universal delta acoplado com uma haste pequena;</li><li>• 01 interface;</li><li>• 01 aparelho para rotação;</li><li>• 01 corpo de prova esférico (bola de isopor).</li></ul>
<i>Serão utilizados os softwares</i>
<ul style="list-style-type: none"><li>• CidepeLab;</li><li>• GeoGebra.</li></ul>
<i>Observações</i>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Os cálculos necessários e comentários importantes devem ser explicitados;</li><li>• Todas as etapas realizadas no GeoGebra devem ser salvas.</li></ul>



<i>Procedimentos do Experimento</i>	
1	Encaixe a bola de isopor no aparelho de rotação, deixando-a mais à esquerda possível do aparelho.
2	Posicione o sensor de posição a esquerda do aparelho de rotação alinhado à bola de isopor distante 50 cm dele.
3	Interligue o sensor de posição à interface e a interface ao computador.
4	O conjunto de equipamentos deve ficar semelhante a figura abaixo. 
5	Ao se ligar o aparelho de rotação, obter-se-á a distância que a bola se encontra do sensor de presença em função do tempo.
6	Regule o aparelho de rotação na velocidade seis.
7	Regule a aquisição de dados na janela do osciloscópio, de maneira que os dados sejam captados a cada 100 milésimos de segundos (ms) durante um tempo de 15 segundos (s).
8	Ligue o aparelho de rotação e em seguida o osciloscópio no software CidepeLab e inicie a análise dos dados.
9	Exporte os dados para a tabela.
10	Com a experimentação feita, escreva então a meta dessa atividade.
<b>Matematização e Resolução</b>	
1	Analise os dados da tabela e descreva o que acontece com a posição da bola em relação ao sensor de presença a medida que se aumenta o tempo.
2	Qual tipo de Função Matemática pode representar esta situação?
3	Faça as seguintes definições sobre a função que será estudada. Variável independente:

	Variável dependente:
4	Para fazer o trabalho de modelagem matemática, serão selecionados alguns pontos importantes que descrevem a tendência do movimento. Então, essa escolha é criteriosa, deve-se tomar cuidado para não utilizar pontos atípicos, que fogem do padrão esperado. Para que o modelo seja mais preciso possível, provavelmente será necessário fazer algumas aproximações nos valores dos pontos, senão será impossível padronizar o movimento no tipo de função desejada.
	Portanto, selecione 3 pontos máximos e 3 pontos mínimos. Não há necessidade que esses pontos sejam exatamente os da tabela, faça ajustes (aproximações de valores) para que eles pertençam ao modelo de função estudada.
5	Trace os 6 pontos no GeoGebra.
6	Qual o conjunto imagem da função que contempla esses pontos?
7	Deve-se então procurar a lei de uma função, cujo gráfico siga o comportamento dos pontos assinalados. Para fazer isso, partiremos da função básica citada no item 2.
	Escreva a lei matemática (fórmula) do tipo de função citado no item 2.
8	Trace o gráfico dessa função no GeoGebra.
9	Qual seu conjunto imagem?
10	Chama-se de amplitude desse tipo de função a metade da diferença entre os pontos máximo e mínimo. Então, qual a amplitude dessa função?
11	Se a lei da função for multiplicada por uma constante “c”, qual será a amplitude da função gerada? (Caso necessário, faça testes com números quaisquer no GeoGebra).
12	E seu conjunto imagem?
13	Apenas multiplicando a lei da função do item 7 por uma constante positiva, obtenha a lei de uma função com mesma amplitude da função desejada (função que

	contempla os 6 pontos selecionados).
14	Trace o gráfico dessa nova função no GeoGebra.
15	O que deve ser feito com a lei dessa nova função para que ela atinja a mesma altura da função desejada? Escreva a fórmula dessa nova função e trace o seu gráfico no GeoGebra.
16	Qual o período dessa função?
17	O que deve ser feito na lei dessa função para modificar seu período? Descreva como acontece esse processo.
18	Qual o período da função desejada?
19	Como ficaria a lei de uma outra função com o mesmo período da função desejada, aplicando o processo descrito no item 17 na lei da função do item 13?
20	Trace no GeoGebra o gráfico dessa outra função.
21	Caso o gráfico ainda não contemple os 6 pontos almejados, deve haver um deslocamento horizontal. Ou seja, uma constante “k” deve ser adicionada na fórmula do item 19. Acrescente essa constante “k” no local adequado na lei dessa função e descreva como se procede essa alteração (Confirme sua resposta fazendo testes no GeoGebra).
22	Obtenha o valor de “k”, substituindo um dos 6 pontos do experimento na fórmula do item anterior.

23	Escreva a lei dessa função.
24	Trace seu gráfico no GeoGebra.
<b>Interpretação dos Resultados e validação</b>	
Verifique a validade da fórmula obtida para outros casos. Faça um teste com alguns valores utilizando a fórmula, comparando o resultado com os dados reais presentes na tabela construída com o experimento.	
<b>Situação Final</b>	

## 6. Resultados Parciais da Pesquisa

A pesquisa em andamento é composta de elaboração de um conjunto de quatro atividades como citado e será complementada com sua aplicação e possíveis reformulações para constituição do produto a ser apresentado na dissertação do programa de mestrado em Ensino de Ciências e Matemática da PUC Minas.

A atividade apresentada mostra que, com um único experimento físico, pode-se trabalhar com vários conceitos da função trigonométrica, como imagem, período, amplitude, deslocamento vertical e horizontal do gráfico, tudo isso, utilizando as etapas de modelagem descritas por Almeida (2012).

O objetivo é o estudo de um conteúdo da Matemática, entretanto, a associação Física e Matemática cria um contexto para o estudo de função trigonométrica, trazendo

significado aos conceitos trabalhados e contribui para que o aluno relembre ou familiarize o conceito físico trabalhado.

Todo o desenvolvimento do trabalho será feito com a utilização de alguma tecnologia, objetivando maior motivação e agilidade na atividade.

Assim, aplicando a ideia de modelagem de problemas físicos, busca-se a concretização de uma proposta eficaz e motivadora de ensino-aprendizagem em Matemática, dando assim significado a alguns conceitos matemáticos, permitindo ao aluno oportunidades de desenvolver capacidades de interpretação, autonomia, além de aprender o conteúdo matemático.

## 7. Referências

ALMEIDA Lourdes W; SILVA, Karina; VERTUAN, Rodolfo. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BARBOSA, J. C. A Prática dos Alunos no Ambiente de Modelagem Matemática: O Esboço de um Framework. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J de L. (org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007. p. 161-174.

BASSANEZI, Rodney C. **Ensino Aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto, 2011.

BIEMBENGUT, M. S; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo: Contexto, 2011.

BORBA, Marcelo de C.; PENTEADO, Miriam G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio**. Ministério da Educação – Secretaria da Educação Média e Tecnológica. Brasília: MEC, 2000. Disponível em <[http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_content&view=article&id=12598%3Apublicacoes&Itemid=859](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=12598%3Apublicacoes&Itemid=859)>. Acesso em: 25 jan. 2013.

CAMPOS, C. R. **O ensino de Matemática e da Física numa perspectiva integracionista**. São Paulo: PUC, 2000. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática).

HALLIDAY, David. **Fundamentos de Física**. Rio de Janeiro: LTC, 2010. V 3.

MACHADO, N. J. **Matemática e Realidade: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da matemática**. São Paulo: Cortez, 2001.

MASETTO, Marcos T. Mediação Pedagógica e o uso da Tecnologia. In: MORAN, José M.; MASETTO, Marcos; BEHRENS, Marilda A. **Novas Tecnologias e Mediação Pedagógica**. São Paulo: Papirus, 2010. p. 133-172.

MEYER, João F. da Costa; CALDEIRA, A. Donizeti; MALHEIROS, A. P. dos Santos. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

MORAN, José M. Ensino e Aprendizagem Inovadores com Tecnologias Audiovisuais e Telemáticas. In: MORAN, José M.; MASETTO T., Marcos; BEHRENS, Marilda A. **Novas Tecnologias e Mediação Pedagógica**. São Paulo: Papirus, 2010. p. 11-65.

ROBILOTTA, M. **Construção e Realidade no Ensino da Física**. São Paulo: IFUSP, 1988. Monografia.