

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS: UMA EXPERIÊNCIA DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES NO LÓCUS ESCOLAR

Jutta Cornelia Reuwsaat Justo
ULBRA/Canoas
jcrjusto@gmail.com

Margarete Fátima Borga
ULBRA/Canoas
mborga@brturbo.com.br

Janaína Freitas dos Santos
ULBRA/Canoas
janainafrsantos@gmail.com

Kelly da Silva Rebelo
ULBRA/Canoas
rebelokelly@gmail.com

Joelma Fátima Torrel Mattei
ULBRA/Canoas
joelma.mattei@yahoo.com.br

Resumo:

O trabalho apresenta resultados da análise quantitativa do segundo ano de uma pesquisa quase-experimental iniciada em 2011 com duração prevista de quatro anos. O objetivo da pesquisa é aprimorar o desempenho dos alunos do Ensino Fundamental na resolução de problemas matemáticos, qualificando a prática docente a partir de estratégias de formação continuada. Comparou-se o desempenho de 108 alunos, no início e final do ano letivo de 2012, através de pré e pós-testes. Os resultados evidenciaram avanços na aprendizagem dos alunos, levando a crer que a formação continuada de professores qualifica e favorece os processos de ensino e aprendizagem da resolução de problemas aditivos e multiplicativos. Os resultados também apontam para a necessidade dos docentes serem administradores ativos de seu conhecimento e de que a escola deve oferecer e estimular espaços de desenvolvimento profissional.

Palavras-chave: Educação matemática; Resolução de problemas; Formação continuada de professores; Ensino Fundamental.

1. Introdução

A presente pesquisa é parte do projeto aprovado¹ no Edital 2010 do Programa Observatório da Educação (OBEDUC) que se propõe a realizar a formação continuada de professores do Ensino Fundamental. O recorte traz os resultados do segundo ano de uma pesquisa quase-experimental que investiga a resolução de problemas matemáticos por estudantes de uma escola pública no sul do Brasil, cujo objetivo é buscar o aprimoramento no desempenho dos alunos do Ensino Fundamental em resolução de problemas matemáticos aditivos e multiplicativos, qualificando a prática docente a partir de estratégias de formação continuada de seus professores no próprio lócus escolar.

2. Resolução de problemas matemáticos e a formação continuada

A resolução de problemas é uma atividade indispensável para construir o sentido dos conhecimentos matemáticos, pois oferece a possibilidade de modelização de situações, o que ajuda a compreender o mundo que nos rodeia (CHAMORRO, 2003). Entende-se que resolver um problema matemático exige conhecimentos que vão além de realizar contas adequadamente. Para escolher uma operação adequada que resolve um problema é necessário que se tenha uma rede de conceitos sobre as operações matemáticas, construindo significados ligados a diversas situações a que elas pertencem.

Um campo conceitual define-se pelo conjunto de situações cuja compreensão necessita do domínio de vários conceitos de naturezas diferentes. Segundo Vergnaud (1990), a primeira entrada de um campo conceitual é a das situações e a segunda entrada seria a dos conceitos e dos teoremas. Para ele, é através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança. O campo conceitual aditivo é definido por Vergnaud (1990) como o conjunto de situações que pedem uma adição, uma subtração ou uma combinação das duas operações para serem resolvidas e, ao mesmo tempo, pelo conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações como tarefas matemáticas. O campo conceitual multiplicativo se define analogamente ao aditivo, no entanto, com situações de multiplicação e de divisão.

Enfocar a estrutura do problema, e não as operações aritméticas utilizadas para resolver problemas, se tornou dominante na pesquisa em Educação Matemática. Esse enfoque está baseado em hipóteses sobre como as crianças aprendem matemática, três das quais Nunes e Bryant (2009) explicitam: a) para compreender adição e subtração

¹ Projeto financiado pela CAPES e pelo INEP no âmbito do Programa Observatório da Educação.

corretamente, as crianças devem compreender a relação inversa entre elas; o mesmo acontecendo com a multiplicação e a divisão. Assim, um foco específico em operações distintas, que era o modo mais típico de ensinar no passado, se justifica apenas quando o foco do ensino está nas habilidades de cálculo; b) as relações entre adição e subtração, por um lado, e multiplicação e divisão, por outro lado, são conceituais: elas se estabelecem nas conexões entre as quantidades de cada um destes domínios de raciocínio; c) as conexões entre adição e multiplicação e entre subtração e divisão são processuais: a multiplicação pode ser realizada por adições repetidas e a divisão usando repetidas subtrações. É necessário enfatizar que a conexão entre multiplicação e adição não é conceitual e, sim, está centrada no processo de cálculo, ou seja, o cálculo da multiplicação pode ser feito usando-se a adição repetida porque a multiplicação é distributiva com relação à adição. Assim, supõe-se que, apesar das ligações processuais entre adição e multiplicação, essas duas formas de raciocínio são diferentes o suficiente para serem consideradas como distintos domínios conceituais. Portanto, os termos raciocínio aditivo e multiplicativo são usados para as relações conceituais ao invés de se referirem às operações aritméticas (NUNES; BRYANT, 2009).

A semântica dos problemas matemáticos verbais influencia a compreensão dos problemas pelas crianças. A compreensão do problema implica em que o resolvidor interprete a situação-problema através da semântica e, a partir dela, estabeleça relações entre os números do problema, para então buscar a operação matemática que o auxiliará a encontrar a solução.

Vinte tipos de problemas aditivos foram classificados em quatro categorias semânticas: transformação, combinação, comparação e igualação. Duas dessas categorias referem-se explicitamente a uma ação - transformação e igualação, enquanto as outras duas estabelecem uma relação estática entre as quantidades do problema - combinação e comparação. Cada categoria semântica pode identificar distintos tipos de problemas dependendo da quantidade desconhecida. Em função da posição da incógnita, ou seja, dependendo de qual valor é desconhecido, os problemas possuem diferentes níveis de dificuldade. (GARCÍA; JIMÉNEZ; HESS, 2006; JUSTO, 2009; MIRANDA et al, 2005; ORRANTIA, 2006;)

Em relação aos problemas multiplicativos, Nunes e Bryant (1997) afirmam que há níveis diferentes de raciocínio e classificam os seguintes tipos de problemas: Correspondência um a muitos envolvendo os subtipos: multiplicação, problema inverso de

multiplicação e produto cartesiano; relação entre variáveis (covariação); e distribuição. Os problemas de correspondência um a muitos envolvem a ideia de proporção, trabalhando com a ação de replicar. Dentre os seus subtipos destaca-se, para este trabalho, o de produto cartesiano (exemplo: Rita vai viajar levando 3 saias e 4 blusas. Quantos trajés diferentes ela pode vestir mudando suas saias e blusas?) De modo semelhante, os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1997) diferenciam quatro grupos de situações envolvendo problemas multiplicativos: comparação; proporcionalidade; configuração retangular; e combinatória. Os problemas de combinatória (exemplo: Para a festa de São João da minha rua temos 6 rapazes e 8 moças para dançar a quadrilha. Quantos pares diferentes posso formar se todos os rapazes dançarem com todas as moças?) se assemelham aos de produto cartesiano classificados por Nunes e Bryant (1997).

Smole e Diniz (2001) consideram que o ensino baseado na resolução de problemas precisa compreender a aprendizagem de conceitos, a construção de estratégias e de procedimentos, além de habilidades metacognitivas. A metodologia de resolução de problemas leva em conta as habilidades cognitivas e metacognitivas, correspondentes à leitura do problema, à sua compreensão, à análise da situação, ao planejamento de uma solução, à avaliação de resultados; e está vinculada a aspectos didático-metodológicos, como a discussão em classe de diferentes procedimentos de solução encontrados pelas crianças, promovendo a ampliação dos conhecimentos, a partir da interação entre os alunos e professor (JUSTO, 2009; KILPATRICK; SWAFFORD, 2005; KRULIK; REYS, 1997; MAGINA, et al., 2001; NUNES; BRYANT, 2009, 1997; POLYA, 1986, 1997; VERGNAUD, 1990, 1996, 2003; VICENTE, et al., 2008). Os objetivos atitudinais a serem desenvolvidos para atingir a disposição em aprender são os seguintes: desenvolver confiança e convicção em suas habilidades; estar disposto a correr riscos e perseverar; e gostar de fazer matemática (VAN DE WALLE, 2009).

Com relação ao conhecimento matemático do professor, Marcelo (1993) ressalta que os componentes do conhecimento didático em Matemática são quatro: 1) Conhecimento da disciplina: propósitos para ensinar, as ideias mais importantes, conhecimentos prévios a considerar; 2) Conhecimentos sobre os alunos: sobre os seus processos de aprendizagem, o que é mais fácil ou difícil para eles; 3) Meios de ensino: o tratamento que os textos dão ao conteúdo, às atividades e aos problemas; e 4) Processos de ensino: a atenção aos estudantes, atenção à apresentação do conteúdo e atenção aos meios, tanto textos como materiais.

A formação continuada aqui proposta privilegia visões compartilhadas em que a colaboração entre o grupo de professores e seus formadores está em evidência e no qual a própria escola se constitui como lócus de formação (IMBERNÓN, 2009, 2010; FULLAN; HARGREAVES, 1998; NONO; MIZUKAMI, 2002; BOAVIDA; PONTE, 2002).

Entende-se que o rendimento escolar do aluno não é consequência direta, ou somente, da prática do professor, pois, se o fosse, não teríamos rendimentos tão diferenciados em uma mesma sala de aula. Sabe-se que há outros fatores intervenientes no rendimento escolar. No presente estudo, entretanto, enfatiza-se que a prática do professor também é um fator relevante para o rendimento satisfatório ou não do aluno, mesmo que não seja o único.

3. A pesquisa

Este trabalho apresenta parte dos resultados estatísticos referentes ao ano de 2012 de um estudo quase-experimental com duração prevista de quatro anos, iniciado em 2011, em uma escola pública de São Leopoldo/RS. A Escola possui classes da Educação Infantil ao 6º ano do Ensino Fundamental. Em 2012, segundo ano de pesquisa, fizeram parte das investigações as turmas do 3º, 4º, 5º e 6º anos e os 23 professores que ministravam aulas nestas turmas.

A pesquisa busca aprimorar o desempenho dos alunos do Ensino Fundamental na resolução de problemas matemáticos do campo aditivo e multiplicativo, qualificando a prática docente a partir de estratégias de formação continuada. A formação continuada caracteriza-se por realizar-se no lócus escolar, através de reuniões de estudos, elaboração de material de apoio, além de uma assessoria constante ao trabalho do professor, na perspectiva de um grupo que pensa junto e colabora entre si.

Testes sobre a resolução de problemas matemáticos foram utilizados para evidenciar a evolução na aprendizagem dos alunos. Neste sentido, pré e pós-testes foram aplicados no início e final do ano letivo. Os testes propunham a resolução de 15 problemas matemáticos aditivos e multiplicativos para o 3º ano e 16 problemas para o 4º, 5º e 6º anos. As crianças receberam os problemas por escrito e puderam resolvê-los com ou sem material de contagem, através de desenhos ou utilizando outras formas a fim de explicitar suas estratégias de pensamento.

Após aplicados, os testes passaram por correção e foram submetidos à análise quantitativa e qualitativa. A análise estatística na comparação dos resultados considerou testes paramétricos e não paramétricos, como o *t-student*, o *Wilcoxon* e o *Mann-Whitney*.

Analisando-se os erros realizados pelos estudantes ao resolverem os diferentes problemas, as professoras formadoras em conjunto com as professoras regentes organizaram estudos, atividades e ações para minimizar os obstáculos demonstrados no processo de resolução de problemas, tanto no ensino quanto na aprendizagem matemática. Ao final do ano letivo, foi realizado um pós-teste, que comparado ao pré-teste, permitiu analisar e evidenciar as aprendizagens elaboradas ao longo do processo na resolução de problemas matemáticos.

4. Resultados

Este trabalho apresenta parte da análise quantitativa dos resultados, onde compara-se o desempenho dos estudantes nos pré e pós-testes. A comparação faz-se necessária para que se possa verificar se a formação realizada com os professores influenciou a aprendizagem dos estudantes. Esta discussão ocorre sobre a quantidade e tipo de erros cometidos nos problemas matemáticos resolvidos, e sobre os tipos de problemas que apresentaram maior dificuldade para serem resolvidos. Analisaram-se os testes dos 108 alunos que realizaram o pré e o pós-teste.

A correção dos testes considera o processo de resolução do problema desenvolvido pelo aluno. Após análise criteriosa da questão, utiliza-se o código de correção (Quadro 1) para sinalizar o acerto ou o tipo de erro cometido pelo estudante, utilizando-se a categorização dos erros: de raciocínio, de procedimento de cálculo, de falta de atenção, de erro na resposta escrita e em branco.

Quadro 1 – Códigos de correção dos testes de problemas aditivos e multiplicativos.

| CÓDIGOS DE CORREÇÃO | |
|--------------------------|--|
| Questão | Categorias de Erros |
| 0 = incorreta | Se incorreta (0): 1= raciocínio |
| 1 = correta | Se incorreta (0): 3= em branco |
| 2 = parcialmente correta | Se incorreta (0) ou parcialmente correta (2): 4= não se pode avaliar |
| | Se parcialmente correta (2): 2= procedimento de cálculo |
| | Se parcialmente correta (2): 5= falta de atenção |
| | Se parcialmente correta (2): 6= erro na resposta escrita |

Entende-se como erro de *raciocínio*, quando os sujeitos não conseguem chegar ao cálculo que resolve o problema. Os erros de *procedimento de cálculo* ocorrem quando os sujeitos encontram o cálculo adequado para resolução do problema, no entanto não conseguem desenvolver este cálculo corretamente. São considerados erros de *falta de atenção* quando os sujeitos apresentam o raciocínio adequado, desenvolvem o procedimento de cálculo correto, porém, copiam erradamente os números do problema, ou ainda realizam a operação correta, mas indicam outra. O erro na *resposta escrita* ocorre quando o problema é solucionado corretamente, mas a resposta escrita não coincide com a resposta encontrada, ou a resposta escrita não responde a pergunta proposta pelo problema. Têm-se, ainda, questões em que os estudantes não tentam resolver o problema, deixando o mesmo *em branco*. Há casos em que não é possível avaliar, pois o sujeito só escreve a resposta sem apresentar o desenvolvimento da questão.

O gráfico 1 apresenta uma comparação geral entre a quantidade e os tipos de erros ocorridos no pré e pós-testes. Considerou-se os erros cometidos pelo 3º, 4º, 5º e 6º ano, ou seja, somaram-se os erros de cada categoria nas diferentes séries no pré-teste, efetuando o mesmo cálculo no pós-teste e comparando os resultados obtidos.

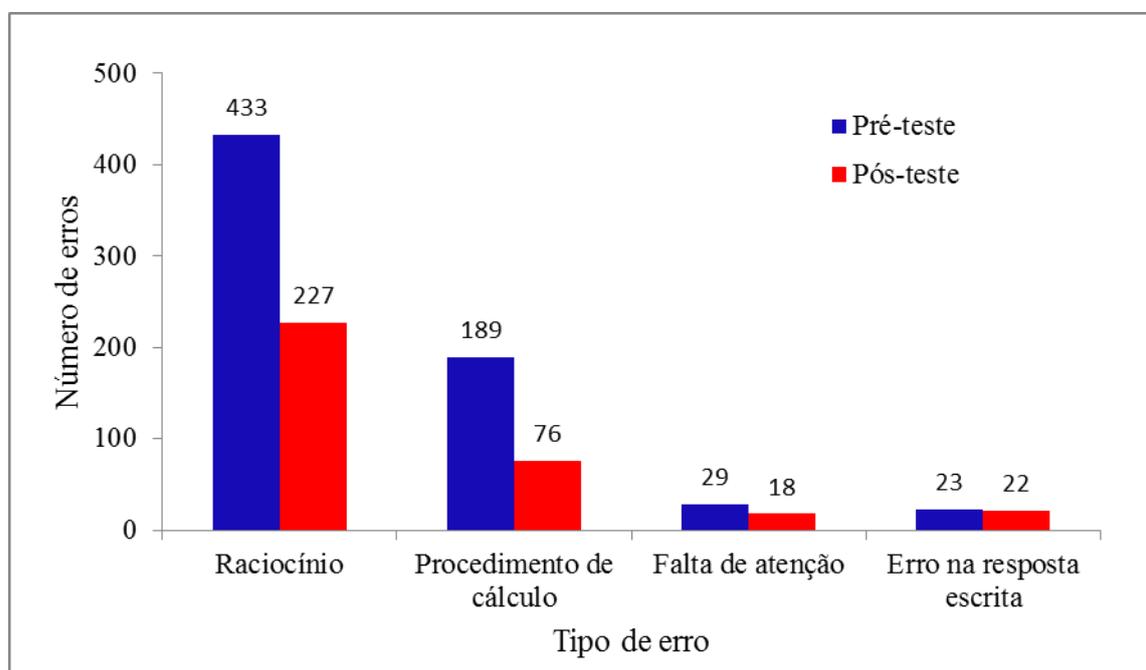


Gráfico 1 - Comparação dos Tipos de Erros Pré x Pós-Teste em 2012, considerando as séries 3º, 4º, 5º e 6º anos.

Ao analisar o gráfico 1, percebe-se uma queda significativa, tanto nos erros de raciocínio como nos erros de procedimento de cálculo, o que considera-se um avanço na

aprendizagem dos alunos. A queda nos erros de raciocínio demonstra que os estudantes estão tendo uma maior compreensão da estrutura da situação-problema, observado pelo fato de estarem conseguindo encontrar o cálculo adequado para a resolução do problema. Esta melhora reflete o trabalho realizado durante a formação continuada com os professores, quando se refletiu com eles sobre a metodologia de resolução de problemas, cujo foco não deveria estar em encontrar rapidamente uma operação aritmética que resolva a questão, mas sim, focar na compreensão da semântica do mesmo e das relações numéricas envolvidas.

A queda significativa no erro de procedimentos de cálculo demonstra que os estudantes estão tendo um maior domínio dos algoritmos. No pré-teste, observou-se um número alto de casos em que os estudantes encontraram o cálculo adequado para resolver o problema, no entanto, não conseguiram efetuar o procedimento de forma correta. Por exemplo, no caso da subtração, utilizavam como minuendo o número menor e como subtraendo o número maior. Já, no pós-teste, isso ocorreu em poucos casos.

Observou-se, na correção do pós-teste, que muitos estudantes que no pré-teste faziam uso de desenhos (bolinhas e tracinhos, por exemplo), mesmo em problemas com números altos - o que dificultava a contagem, no pós-teste, utilizaram o cálculo formal, evidenciando a apropriação das operações e da linguagem matemática.

Buscando uma visão geral dos resultados, comparou-se a quantidade de erros por série em cada uma das etapas de testes, utilizando o teste de Wilcoxon. A tabela 1 indica que, para todas as séries, houve uma redução significativa na quantidade total de erros no período pós.

Tabela 1 - Comparação da quantidade total de erros: Teste Wilcoxon

| <i>Série</i> | <i>Erros Pré</i> | | <i>Erros Pós</i> | | <i>p</i> |
|--------------|------------------|------|------------------|------|----------|
| | Média | DP | Média | DP | |
| 3º ano | 5,39 | 3,36 | 2,61 | 3,10 | 0,000** |
| 4º ano | 7,22 | 3,66 | 4,21 | 3,43 | 0,000** |
| 5º ano | 4,65 | 3,07 | 2,43 | 2,74 | 0,002** |
| 6º ano | 4,95 | 3,59 | 2,47 | 2,40 | 0,004** |

DP = desvio-padrão

Entende-se que a redução significativa na quantidade total de erros está diretamente relacionada à redução de erros de raciocínio e de procedimento de cálculo, visto que os demais tipos de erros não sofreram alterações significativas, assim como seus valores não são muito expressivos, como se pode observar no Gráfico 1. Estes resultados apontam que

os estudantes estão tendo mais facilidade em encontrar o cálculo que resolve adequadamente o problema, assim como, efetuar este cálculo corretamente.

A seguir apresenta-se uma comparação sobre o percentual de erros por questões entre pré e pós-testes por série. Esta comparação tem como objetivo identificar as questões que apresentaram maior nível de dificuldade para os estudantes, assim como verificar em quais questões houve evolução na sua resolução.

No 3º ano o maior percentual de erros concentrou-se nos problemas multiplicativos de comparação (MCP), de proporcionalidade (MP) com a ideia de partilha (MPdp) e de medida (MPdm). Os problemas aditivos mais difíceis foram os de comparação - situações de comparação entre quantidades estáticas - (ACP2, ACP4 e ACP5), como pode ser observado no gráfico 2.

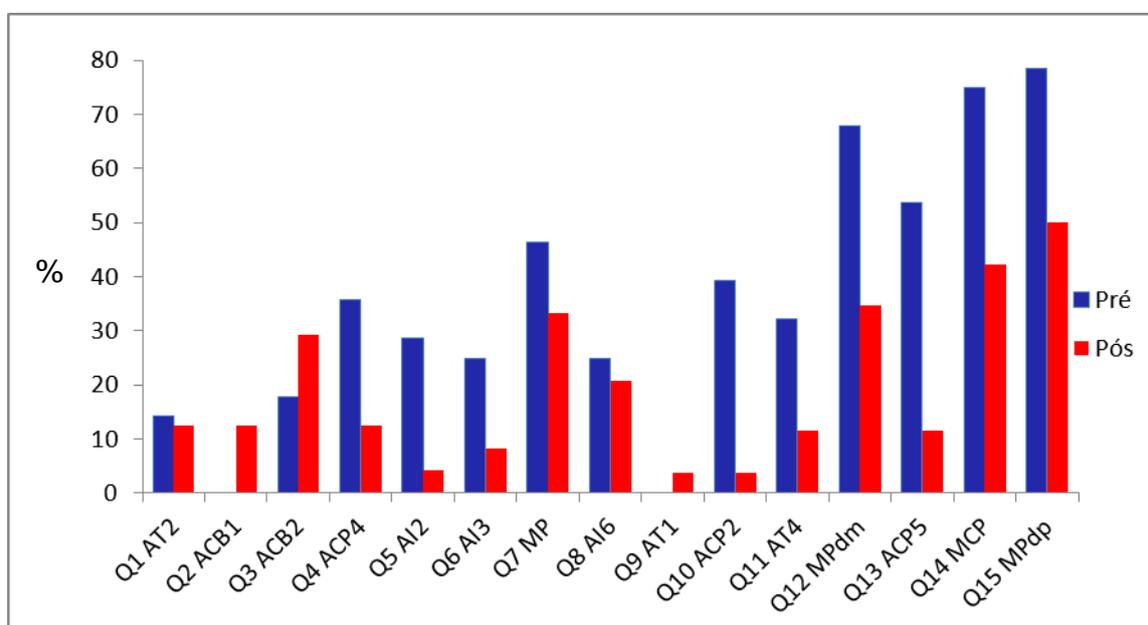


Gráfico 2 - Comparação do percentual de erros por questões - Pré e Pós-testes 2012 – 3º ano geral

Verificou-se que no Pré-teste o 3º ano apresentou acima de 30% de erros em oito problemas (quatro de estrutura multiplicativa e quatro de estrutura aditiva). No Pós-teste, apenas os quatro problemas multiplicativos ainda apresentaram erros acima de 30%. Entende-se que a maior quantidade de erros nos problemas multiplicativos nesta série pode ser explicada por estes problemas não serem trabalhados de maneira formal no 2º ano do Ensino Fundamental. Estes problemas são introduzidos formalmente no currículo da Escola a partir do 3º e 4º anos, o que justifica a dificuldade encontrada pelos alunos em resolver este tipo de problema.

O 4º ano apresentou acima de 30% de erros em treze problemas (quatro de estrutura multiplicativa e nove de estrutura aditiva). No Pós-teste, apenas seis problemas ainda apresentaram erros acima de 30% (dois de estrutura multiplicativa e quatro de estrutura aditiva). Verifica-se que no 4º ano os problemas que permaneceram no Pós-teste com um índice maior de erros foram os multiplicativos de análise combinatória (MAC) e de proporcionalidade com ideia de medida (MPdm) e entre os aditivos foram o de igualação (AI4) e o de comparação (ACP6), conforme mostra o gráfico 3.

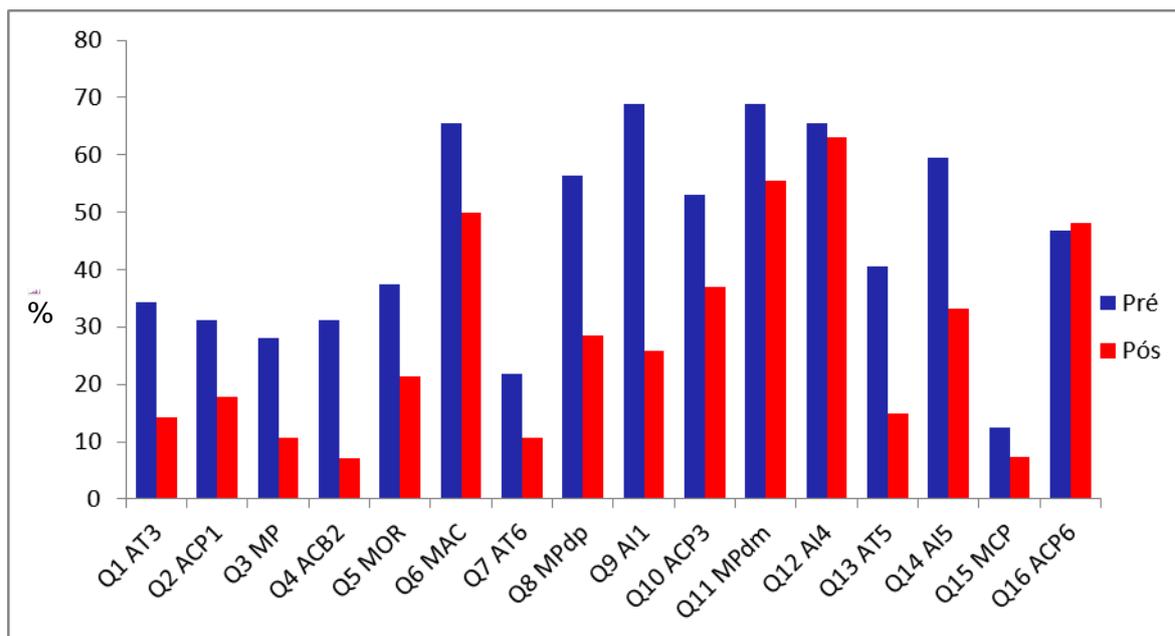


Gráfico 3 - Comparação do percentual de erros por questões - Pré e Pós-testes 2012 – 4º ano geral

O problema multiplicativo MPdp e os problemas aditivos de igualação AI1, de transformação AT5 e combinação ACB2 apresentaram uma queda expressiva no número de erros, no 4º ano.

O gráfico 4 apresenta os resultados do 5º ano. Nesta série, os problemas que apresentaram um índice acima de 30% de erros foram em número de sete no Pré-teste (cinco problemas aditivos de comparação e igualação e dois multiplicativos) e quatro no Pós-teste (dois de estrutura multiplicativa e dois de estrutura aditiva).

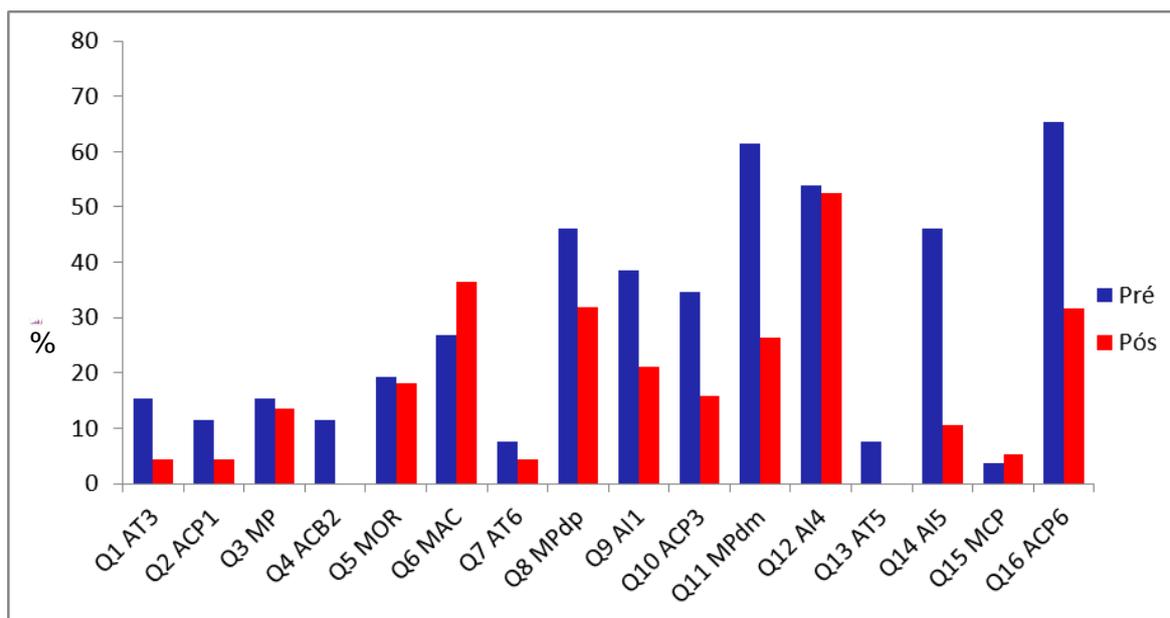


Gráfico 4 - Comparação do percentual de erros por questões - Pré e Pós-testes 2012 – 5º ano geral

No 6º ano, sete problemas apresentaram um índice de erros maior que 30% no Pré-teste (seis problemas aditivos de transformação, igualação e comparação e um problema multiplicativo) e, no Pós-teste, esse número caiu para quatro problemas, sendo dois de estrutura aditiva (ACP6, AI4) e dois de estrutura multiplicativa (MOR, MPdp).

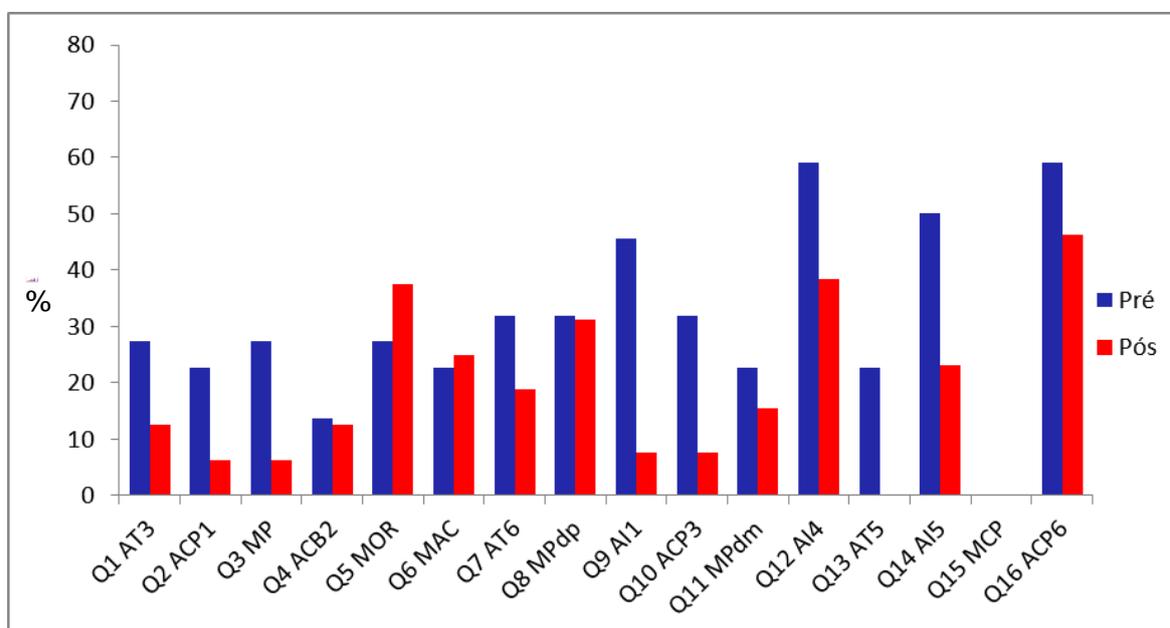


Gráfico 5 - Comparação do percentual de erros por questões - Pré e Pós-testes 2012 – 6º ano geral

Nesta série, os problemas que mais apresentaram avanços na aprendizagem foram os aditivos AI1, ACP3, ACP1, AT5 e o problema multiplicativo MP.

Este estudo vem corroborando a pesquisa de Justo (2009) ao evidenciar que, dentre os problemas aditivos, o de igualação I4 e o de comparação CP6 permanecem os mais difíceis de serem resolvidos ao longo dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Há uma tendência linear crescente ao longo das séries em relação à taxa de acertos nos problemas aditivos, em parte devido ao grau de maturidade inerente a cada faixa etária das séries estudadas (JUSTO, 2009; MENDONÇA et al., 2007).

Os resultados encontrados a partir do desempenho dos estudantes corroboram os resultados de outras pesquisas da área da eficácia escolar e o que vários pesquisadores atualmente estão apontando: que o professor tem um efeito maior do que anteriormente se pensava no desempenho do aluno (BROOKE; SOARES, 2008; JUSTO, 2009; MARZANO; PICKERING; POLLOCK, 2008).

5. Considerações finais

O segundo ano de pesquisa nos leva a crer que a formação continuada de professores qualifica e favorece os processos de ensino e aprendizagem da resolução de problemas aditivos e multiplicativos. Os docentes precisam ser administradores ativos de seu conhecimento e a escola deve oferecer e estimular espaços de desenvolvimento profissional. Os resultados também apontam para a necessidade de promover atividades em que os estudantes desenvolvam habilidades metacognitivas e cognitivas, para que os auxiliem na precisão de seus cálculos, na interpretação dos problemas e na autorregulação de suas aprendizagens.

Nos próximos anos, pretende-se dar continuidade a estudos que favoreçam a aprendizagem e construção do pensamento prático do professor, permitindo e provocando o desenvolvimento de capacidades e competências sempre em diálogo com a situação real. Para isso, considera-se de fundamental importância a videogravação da atuação dos professores para uma futura análise em conjunto.

Os resultados dos testes e os momentos de formação nos levam a perceber que os professores precisam *aprender a aprender* para *aprender a ensinar*. Para isso, é necessário propor situações desafiadoras ao crescimento profissional docente através de formação continuada onde o pensar sobre suas ações, a elaboração de saberes permitam avançar em práticas pedagógicas significativas e relevantes que atendam a demandas da sociedade.

6. Referências

BOAVIDA, A M.; PONTE, J. P. Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In: GTI (Org). **Refletir e investigar sobre a prática profissional**. Lisboa: APM, p. 43-55, 2002.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática**. Vol. 3. Brasília, 1997.

BROOKE, N.; SOARES, J.F. (Orgs.) **Pesquisa em eficácia escolar**. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2008.

CHAMORRO, M.C. (Coord.) **Didáctica de las Matemáticas para Primaria**. Madrid: Pearson Educación, 2003.

FULLAN, M.; HARGREAVES, A. **A escola como organização aprendente**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

GARCÍA, A. I.; JIMÉNEZ, J. E. and HESS, S. Solving Arithmetic Word Problems. **Journal of Learning Disabilities**, vol. 39(3), p. 270-281, May/June 2006.

IMBERNÓN, Francisco. **Formação permanente do professorado**. São Paulo, Cortez, 2009.

_____. **Formação continuada de professores**. Porto Alegre: Artmed, 2010.

JUSTO, Jutta C.R. Resolução de problemas matemáticos aditivos: possibilidades da ação docente. **Tese** (Doutorado em Educação). Porto Alegre: UFRGS, 2009.

KILPATRICK, J.; SWAFFORD, J. (Eds.). **Helping Children Learn Mathematics**. Washington, DC, USA: National Academy Press, 2005.

KRULIK, S.; REYS, R.E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997.

MARCELO, Carlos. **Cómo conocen los profesores la materia que enseñan**: algunas contribuciones de la investigación sobre el conocimiento didáctico del contenido. (1993). Disponível em: <http://ocw.pucv.cl/cursos-1/epe1137/materiales-de-clases-1/unidad-2/construccion-conocimiento-profesional>. Acesso em 24/10/09.

MAGINA, S., et al. **Repensando Adição e Subtração**. São Paulo: PROEM Editora, 2001.

MARZANO, R.J.; PICKERING, D.J.; POLLOCK, J.E. **O ensino que funciona**. Porto Alegre: Artmed, 2008.

MENDONÇA, T.M. et al. As estruturas aditivas nas séries iniciais do Ensino Fundamental: um estudo diagnóstico em contextos diferentes. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, 2007, vol.10, n.2. pp. 219-239.

MIRANDA, A.C. *et al.* Nuevas tendencias en la evaluación de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas: el papel de la metacognición. **Revista de Neurologia**, 40(supl 1), p. 97-102, 2005.

NONO, M. A.; MIZUKAMI, M. G. N. Casos de ensino e processos de aprendizagem profissional docente. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 83, n. 203/204/205, p. 72-84, jan./dez. 2002.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Paper 4**: Understanding relations and their graphical representation. Nuffield Foundation, London, 2009. Disponível em: www.nuffieldfoundation.org.

_____. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artmed, 1997.

ORRANTIA, Josetxu. Dificultades en el Aprendizaje de las Matemáticas: una perspectiva evolutiva. **Revista de Psicopedagogia**, vol 23(71), 2006. pp. 158-180.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciências, 1986.

_____. Sobre a resolução de problemas de matemática na high school. In: KRULIK, S.; REYS, R.E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997.

SMOLE, K.S.; DINIZ, M.I. (orgs). **Ler, escrever e resolver problemas**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

VAN DE WALLE, J.A. **Matemática no Ensino Fundamental**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VERGNAUD, Gérard. La théorie des champs conceptuels. **Recherches em Didactiques des Mathématiques**, 10 (23), p. 133-170, 1990.

_____. A Trama dos Campos Conceituais na Construção do Conhecimento. **Revista do Geempa**, Porto Alegre, 1996, p. 9-19.

_____. A gênese dos campos conceituais. In: GROSSI, E.P. (Org.). **Por que ainda há quem não aprende?** A teoria. Petrópolis, RJ: Vozes, 2003.

VICENTE, S.; et al. Influencia del conocimiento matemático y situacional en la resolución de problemas aritméticos verbales. **Infancia y Aprendizaje**, 31 (4), 2008, pp. 463-483.