Encontro Nacional de Educação Matemática
Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas
Curitiba, PR - 18 a 21 de julho de 2013

ASPECTOS DO RACIOCÍNIO PROPORCIONAL MOBILIZADOS NA RESOLUÇÃO E DISCUSSÃO DE UM PROBLEMA DE PROPORCIONALIDADE: NEGOCIAÇÕES DE SIGNIFICADOS DOS MEMBROS DA COP PAEM

Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino
Universidade Estadual de Londrina
E-mail:marciacyrino@uel.br

Tânia Marli Rocha Garcia
Universidade Estadual de Londrina
E-mail: taniamarli@hotmail.com

Laís Maria Costa Pires de Oliveira
Universidade Estadual de Londrina
E-mail: laís_mariaa@hotmail.com

Resumo:
Nesse artigo apresentamos resultados parciais de uma pesquisa em andamento, desenvolvida em um grupo de estudos estruturado como uma comunidade de prática, formado por pesquisadores, futuros professores de Matemática e professores que ensinam Matemática na Educação Básica, cujo objetivo é investigar aprendizagens dos professores a partir do seu engajamento no estudo do Raciocínio Proporcional e da negociação de significados dos conceitos e ideias mobilizados/construídos na resolução e discussão de problemas que envolvem proporcionalidade. As análises das estratégias, conclusões e justificativas negociadas pelos participantes na resolução e discussão de um dos problemas, evidenciam um processo intenso de negociação de significados, que em nossa análise, foi além Raciocínio Proporcional, envolvendo questões relacionadas ao conhecimento matemático, e também a outros aspectos do conhecimento profissional do professor que interferem em seu trabalho, nomeadamente a gestão do currículo e do processo instrucional, e a visão de si e da profissão de professor.

Palavras-chave: Educação Matemática; formação de professores; Comunidade de Prática; Raciocínio Proporcional; negociação de significados.

1. Introdução

O Nos últimos anos, o Brasil tem testemunhado um crescente número de discussões e produções científicas no que se refere à formação de professores que ensinam Matemática. Os esforços nessa área visam, dentre outros aspectos, reorientar a formação desse profissional, investigar em que medida a formação de professores pode ser pensada de modo a atender as necessidades educacionais de nosso momento histórico e produzir reflexões em torno dos conhecimentos que são necessários para o professor exercer sua atividade profissional.

Com o objetivo de oferecer subsídios que possam ser agregados a esses esforços, o GEPEFOPEM – Grupo de Ensino e Pesquisa sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática – tem investigado e proposto, diferentes perspectivas de Educação Matemática de professores que ensinam Matemática. O ponto de enfoque das recentes investigações do grupo têm sido os espaços de formação com potencial para promover o desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática, pois acreditamos que examinar esses espaços pode orientar futuras pesquisas na busca de entender os processos de aprendizagem de professores e fornecer contribuições para programas de formação inicial e continuada.

No intuito de fomentar a produção acadêmica relativa à Formação de Professores que ensinam Matemática e à formação de recursos humanos em Educação Matemática na Educação Básica, na Graduação e na Pós-graduação (mestrado e doutorado), em 2010 um grupo de docentes do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PECEM da Universidade Estadual de Londrina – UEL submeteu à chamada do Observatório da Educação (Edital nº. 38/2010/CAPES/INEP), o projeto "Educação Matemática de Professores que Ensinam Matemática", sob a coordenação das professoras Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino e Lourdes Maria Werle de Almeida. O projeto envolve docentes e alunos do mestrado e doutorado do PECEM e da Licenciatura em Matemática da UEL, bem como professores que ensinam Matemática de Escolas da Rede Pública de Ensino do Paraná (municípios de Apucarana e Paranavaí).

Um dos objetivos do projeto é fortalecer o diálogo entre esses indivíduos por meio da formação de grupos de trabalho que desenvolvam atividades acadêmicas voltadas para o diálogo qualificado entre esses dois níveis de escolaridade. Esses grupos propiciam um campo de investigação e formação profissional.

As pesquisas vinculadas ao projeto, concluídas ou em andamento, são desenvolvidas em dois grupos de estudos, um deles intencionalmente constituído na busca de fomentar uma Comunidade de Prática, na cidade de Paranavaí. As ações de intervenção desse grupo são organizadas de modo que seus participantes possam estabelecer diferentes conexões entre os conhecimentos matemáticos, os conhecimentos pedagógicos e de outras naturezas.

Nos encontros são oportunizados momentos nos quais os professores e os futuros professores (alunos do curso de Licenciatura em Matemática) podem desenvolver uma atitude investigativa frente à ação docente, por meio de pesquisa e análise da prática em sala de aula das escolas envolvidas, visando análise e compreensão do contexto escolar, da construção de conhecimentos que ele demanda e suas implicações na tarefa de ensinar (CYRINO, 2006).

Nesse artigo apresentamos resultados parciais de uma pesquisa em andamento, desenvolvida nesse grupo de estudos, nomeadamente a negociação de significados a respeito do Raciocínio Proporcional, a partir dos conceitos e ideias mobilizados/construídos na resolução e discussão de problemas em que estão presentes relações de proporcionalidade, e o engajamento dos participantes no estudo do Raciocínio Proporcional.

2. Sobre Comunidades de Prática e formação de professores que ensinam Matemática

Consideramos *comunidade* como um grupo de pessoas que comungam crenças, ideais, sentimentos, ou interesses; que negociam objetivos, tarefas e estão comprometidos pessoalmente com um mesmo tema, interagem com regularidade e se comprometem com atividades conjuntas construindo uma relação de confiança, o que não significa que no grupo haja homogeneidade de idéias e ações, essas devem ser partilhadas e negociadas (CYRINO, 2009). A Comunidade de Prática – CoP – na perspectiva da *Teoria da Aprendizagem Situada* (LAVE; WENGER, 1991) é considerada como um contexto em que o indivíduo desenvolve *práticas* (incluindo valores, normas e relações) e *identidades* apropriadas àquela comunidade por meio da *participação*.

De acordo com Wenger, McDermott e Synder (2002), uma comunidade de prática se caracteriza pela existência de três elementos estruturais: Domínio, Comunidade e Prática. O Domínio é o elemento que mobiliza os membros a contribuírem e participarem da comunidade na busca da afirmação dos seus propósitos, ações, iniciativas, e valorização de seus membros; é o elemento que legitima a existência da comunidade. A Comunidade se refere ao ambiente no qual as pessoas interagem, aprendem e constroem relações; é o “[...] tecido social da aprendizagem” (p.28). A Prática é definida como um conjunto de

> [...] esquemas de trabalho, idéias, informação, estilos, linguagem, histórias e documentos que são partilhados pelos membros da comunidade. Enquanto o domínio denota o tópico em que a comunidade se foca, a prática é o conhecimento específico que a comunidade desenvolve, partilha e mantém (p.29).

Uma CoP é um espaço no qual se pode explorar a negociação de significados como um mecanismo para aprendizagem (significado é fundamentalmente o que a aprendizagem produz). Wenger (1998) considera significado, prática, comunidade e identidade como componentes (interligadas e mutuamente definidoras) necessárias para caracterizar a participação enquanto processo de aprender e conhecer.

"A aprendizagem é um processo de se tornar membro de uma comunidade de prática" (SANTOS, 2004, p.72), é entendida como participação em uma prática social e implica em um compromisso mútuo na busca de um empreendimento articulado com um repertório partilhado. É sobre estas três noções (compromisso mútuo; empreendimento articulado; repertório partilhado) que se configura a idéia de Comunidade de Prática (WENGER, 1998; WENGER, McDERMOTT, SYNDER, 2002).

Assim, em uma CoP deve haver um compromisso mútuo dos participantes na procura de um empreendimento comum que envolva a preocupação com a aprendizagem de todos os seus membros. Os processos de negociação de significados entre os membros de um grupo, em que estão presentes estas noções, nos permitem caracterizar esse grupo como uma Comunidade de Prática.

As CoP's de professores têm se apresentado como um espaço fecundo para impulsionar a constituição da identidade profissional, bem como, para explorar os processos de aprendizagem de professores e futuros professores (CYRINO; CALDEIRA, 2011), promovê-las implica ir além do interesse em investigar o que os professores têm aprendido e trazer para primeiro plano o modo como se envolvem a articulação do empreendimento de aprender para ensinar.

3. Raciocínio Proporcional

A expressão "raciocínio proporcional" tem sido utilizada, dentro e fora da perspectiva da Educação Matemática, para descrever uma maneira de pensar que evidencia a compreensão dos conceitos básicos da Matemática e é condição essencial para o entendimento do conceito de proporcionalidade, de suas propriedades e aplicações em diferentes contextos.

Lesh, Post, & Behr (1988) se referem ao raciocínio proporcional como

> uma forma de raciocínio matemático que envolve um sentido de co-variação e de comparações múltiplas, e a capacidade de armazenar e processar mentalmente várias informações. Raciocínio proporcional está muito ligado à inferência e predição e envolve métodos de pensamento qualitativos e quantitativos (p. 93, tradução nossa).

Segundo os PCN (1997) a proporcionalidade e o raciocínio proporcional estão presentes no currículo escolar “[...] na resolução de problemas multiplicativos, nos estudos de porcentagem, de semelhança de figuras, na Matemática financeira, na análise de tabelas, gráficos e funções.” (p.38). Sua relevância vai além da dinâmica escolar, considerando que “vários aspectos do cotidiano funcionam de acordo com leis de proporcionalidade evidencia que o raciocínio proporcional é útil na interpretação de fenômenos do mundo real” (p.38).

Lamon (2012) descreve o raciocínio proporcional como a capacidade de lidar com situações que envolvem relações de proporcionalidade e de justificar as afirmações feitas sobre essas relações, o que pressupõe análise cuidadosa e consciente das grandezas envolvidas indo além da aplicação mecânica das relações $a/b = c/d$.

Para essa autora o raciocínio proporcional envolve um espectro de conceitos, contextos, representações e formas de pensar amplamente relacionados: as diferentes intepretações do número racional representado na forma a/b ; relações de invariância e covariância; pensamento relativo; situações que envolvem medição, partilha e comparação; a composição e decomposição de unidades de vários tipos. Lamon se refere a esses elementos como *centrais* porque constituem boa parte da estrutura do conhecimento matemático e científico. Eles estão presentes em diversas formas matemáticas de pensar que precisam ser estimuladas continuamente desde os primeiros anos escolares, especialmente no ensino das frações e dos números racionais.

Pensamos ser importante que os professores que ensinam matemática conheçam de maneira mais aprofundada os conceitos e as ideias relacionadas à proporcionalidade e ao raciocínio proporcional, de modo que esses conhecimentos possam subsidiar seu trabalho docente e o desenvolvimento de propostas de ensino que promovam o desenvolvimento do raciocínio proporcional, dotando os indivíduos da capacidade de desenvolver estratégias e aplicar relações que vão além da reprodução mecânica de fórmulas.

4. Contexto da investigação e encaminhamento metodológico

O grupo de estudos investigado foi organizado em 2011 na cidade de Paranavaí, estado do Paraná, e no decorrer de sua trajetória apresentou características de uma Comunidade de Prática que denominamos “Comunidade de Prática de Professores que Aprendem e Ensinam Matemática – CoP PAEM”. A CoP PAEM é formada por pesquisadores, futuros professores e professores de Matemática que atuam na Educação

Básica e se reúnem semanalmente às terças feiras nas dependências do Colégio Estadual de Paranavaí - Ensino Fundamental, Médio, Normal e Profissional.

Em sua configuração inicial, a CoP-PAEM contava com cinco membros, dois pesquisadores do PECEM (um de mestrado e uma de doutorado) e três professoras do Ensino Fundamental, e foi se modificando com a inclusão de novos membros – professores de Matemática de outros estabelecimentos, alunos da graduação e uma professora recém-formada, que em 2012 ingressou no curso de mestrado do PECEM – e também com a saída temporária ou definitiva de alguns, essa trajetória é apresentada no quadro a seguir:

Quadro 1: Participantes da CoP PAEM - 2011 e 2012

Nome[1]	*(I) Ingresso* *(S) Saída* *(R) Retorno*	*Função*	*Formação*
Tânia	(I) 01/03/2011	Coordenadora/ Pesquisadora	Doutoranda em Educação Matemática (PECEM)
Márcio	(I) 01/03/2011	Pesquisador	Mestrando em Educação Matemática (PECEM)
Bia	(I) 01/03/2011	Professora	Ciências/Matemática-Plena. Especialização em Ensino de Matemática
Clea	(I) 01/03/2011	Professora	Ciências/Matemática-Curta Especialização em Ensino de Matemática
Eva	(I) 01/03/2011	Professora	Ciências/Matemática-Plena Especialização em Ensino de Matemática
Tina	(I) 01/03/2011 (S) 28/06/2011	Professora	Ciências/Matemática-Plena Especialização em Ensino de Matemática
	(R) 05/03/2012	Professora	
Lia	(I) 22/03/2011 (S) 03/05/2011	Professora	Ciências/Matemática-Plena Especialização em Ensino de Matemática
Laís	(I) 05/04/2011	Professora recém formada	Licenciatura Matemática
	05/03/2012	Pesquisadora	Mestranda em Educação Matemática (PECEM)
Iara	(I) 05/04/2011	Professora	Ciências/Matemática-Plena Especialização em Ensino de Matemática
Ada	(I) 19/04/2011	Professora	Ciências/Matemática-Plena Especialização em Ensino de Matemática
Luiz	(I) 06/08/2012	Aluno Graduação	Licenciatura Matemática
Eni	(I) 11/09/2012	Aluna Graduação	Licenciatura Matemática

Os encontros são planejados e coordenados pelos pesquisadores, respeitando as negociações feitas pelos membros da CoP, as ações e empreendimentos bem como as questões de organização e funcionamento, foram estabelecidas com base na negociação constante. Mesmo havendo a figura de um coordenador, assumimos que todos os membros do grupo podem discutir e propor encaminhamentos, temas para estudos.

[1] Os nomes dos professores e dos alunos de graduação são fictícios.

As negociações a respeito de cada empreendimento permanecem abertas ao longo das ações e são retomadas sempre que um ou mais membros da comunidade julgam necessário. Definido o tema do estudo, nos empenhamos em negociar o encaminhamento das ações e definir quem faria o quê, uma forma de envolver os membros da comunidade e promover seu engajamento, de modo que cada um se responsabilize não somente pela "sua parte", mas pelo empreendimento como um todo.

Os empreendimentos desenvolvidos na prática dessa comunidade são:

1. Estudo dos temas SAEB, Prova Brasil e IDEB
2. Estudo dos Números Racionais
3. Estudo sobre o Raciocínio Proporcional

Cada um desses empreendimentos se desdobra em ações desenvolvidas nos encontros do grupo, e também nas salas de aula dos professores participantes.

No presente artigo, nos empenhamos em apresentar uma análise da resolução de um problema, parte de uma tarefa referente ao empreendimento Estudo do Raciocínio Proporcional, a partir das interações entre os participantes da CoP PAEM e de seus registros escritos. Essa tarefa teve como objetivo desencadear a negociação de significados a respeito do Raciocínio Proporcional, a partir dos conceitos e ideias mobilizados/construídos na resolução e discussão de problemas em que estão presentes relações de proporcionalidade, e promover o engajamento dos participantes no estudo do Raciocínio Proporcional.

5. A Resolução do Problema

No início do empreendimento *Estudo sobre o Raciocínio Proporcional,* nos encontros dos dias 03 e 31/07/2012 a coordenadora propôs ao grupo resolver e discutir um conjunto de problemas adaptados de Lamon (2012, p. 11), em que estavam presentes relações de proporcionalidade. Os participantes deveriam resolver os problemas utilizando recursos e estratégias que pudessem justificar, sem aplicar de imediato, regras ou propriedades das proporções (por exemplo: $a/b = c/d$).

A expectativa era que os participantes elaborassem estratégias de resolução que apresentassem indícios de mobilização do raciocínio proporcional, que percebessem que há diversas possibilidades para resolver problemas dessa natureza sem recorrer às regras "mecanizadas", algoritmos e representações algébricas, e a partir da análise da diversidade de estratégias e formas de pensamento mobilizadas se engajassem no estudo a respeito do raciocínio proporcional.

Na resolução dos primeiros problemas, os participantes tiveram dificuldades em abandonar as regras de proporcionalidade e lançar mão de outros recursos, mas com algumas intervenções da coordenadora para apoiar ou encaminhar raciocínios, eles se sentiram desafiados e se empenharam em diversificar as estratégias de resolução.

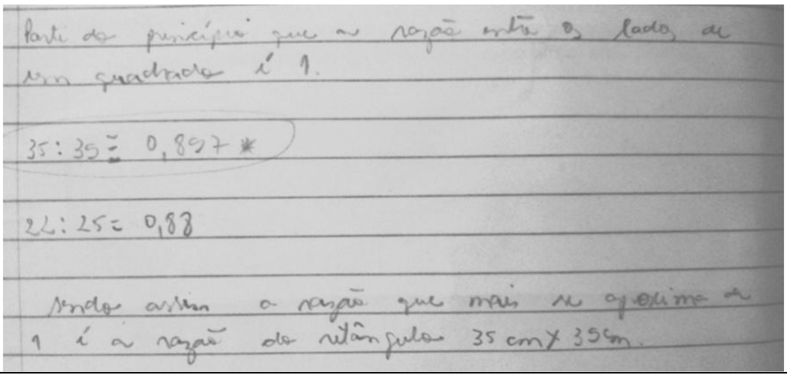
No quadro 2 apresentamos uma síntese das estratégias, conclusões e justificativas negociadas pelos participantes, obtida a partir da análise do processo de negociação ocorrido ao longo da resolução e discussão de um dos problemas. São apresentados também alguns recortes de falas dos participantes, que acreditamos serem representativos em cada caso. A sequência das estratégias, necessária para apresentação em forma de quadro, não representa uma ordem nas negociações, visto que esse é um processo absolutamente não linear.

Quadro 2: estratégias de resolução do problema

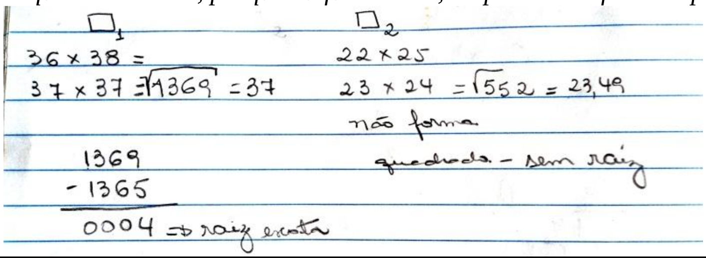
<table>
<tr><td colspan="2">Qual forma está mais próxima de um quadrado: um retângulo que mede 35cm x 39cm ou um retângulo que mede 22cm x 25cm?</td></tr>
<tr><td>ESTRATÉGIA</td><td>CONCLUSÃO/JUSTIFICATIVA</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1. Comparar a medida do comprimento com a medida da largura em cada retângulo.</td><td>a) O retângulo que está mais próximo de ser um quadrado é o retângulo de 22cm x 25cm porque nele é preciso aumentar / diminuir 3 unidades em um dos lados, enquanto que no retângulo maior é preciso aumentar / diminuir 4 unidades.

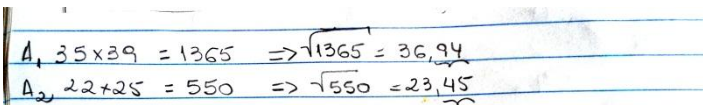
Iara: [...] a diferença entre 39 e 35 é 4 e a diferença de 25 e 22 é 3, por isso que eu acho que é esse aqui [apontando o retângulo de 22cm x 25cm].</td></tr>
<tr><td>b) O retângulo que está mais próximo de ser um quadrado é o retângulo 35cm x 39cm,porque o resultado da divisão das medidas dos lados está mais próxima de 1.

Laís: então, eu pensei assim, num quadrado os dois lados tem que ser, eu pensei só em comprimento e largura, então eles tem que ser iguais, se eu dividir um pelo outro tem que dar 1.[...] aí eu dividi 39 por 35 deu 1,11 aí 25 por 22 deu 1, 36 então quem tá mais próximo de 1 é o retângulo de 39 por 35 né?
Tânia: [dirigindo-se à Bia] você fez essa estratégia?
Bia: só que eu dividi o menor pelo maior.
Tânia: e deu a mesma coisa?
Bia: o que chegou mais perto do 1 foi o retângulo maior [...] a razão entre as medidas dos lados está mais próxima do 1.
Laís: mais próxima de um que é o do quadrado.


</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2. Igualar os lados do retângulo aumentando e diminuindo os lados simultaneamente.</td><td>O retângulo que está mais próximo de ser um quadrado é o retângulo 35cm x 39cm,porque aumentando e diminuindo os lados em 2cm, podemos fazer um quadrado de 37cm de lado; enquanto que no retângulo de 22cm x 25cm, não é possível formar um quadrado aumentando e diminuindo quantidades inteiras.

Clea: Eu fui tirando olha, eu fui mudando o quadrado né, então do 39 eu tirei uma unidade de medida e coloquei pra cá então ficou 36 e 38, tirei mais uma unidade ficou 37 com 37, aí 1369 tem raiz exata que é 37, aí no segundo não deu pra formar um quadrado exato, porque eu fui tirando, 22 por 25 vai ficar 23 por 24.

</td></tr>
<tr><td>3. Obter a área de cada retângulo, considerá-las como área de um quadrado e encontrar a medida do lado, extraindo a raiz quadrada.</td><td>O retângulo que está mais próximo de ser um quadrado é o retângulo 35cm x 39cm,porque a medida do lado do quadrado que tem a mesma área desse retângulo está mais próxima de um número inteiro.

Clea: [...] pela raiz quadrada das áreas iniciais mesmo né? Por exemplo, 1365 [35x39] a raiz quadrada vai ser 36,94 então falta 0,06 pra uma próxima raiz exata. [...] e a raiz quadrada de 550 [22x25] é 23,45 ou seja, vai faltar 0,55 pra outro número.

</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4. Comparar os acréscimos (ou reduções) de área necessários para transformar cada retângulo em um quadrado.</td><td>a) O retângulo que está mais próximo de ser um quadrado é o retângulo de 22cm x 25cmporque nele é preciso aumentar / diminuir uma área menor do que no retângulo de 35cm x 39cm.

Márcio: [...] eu pensei assim: já tá um retângulo lá, 39 por 35 então pra se ter um quadrado a partir dali ou eu tiro 4 aqui e fica 35 por 35 ou eu acrescento lá 4, [...] eu analisei assim quantos cm quadrados eu teria que colocar ou retirar daquela figura pra ser um quadrado. [...] Então eu fiz o cálculo tanto para o 1º quanto para o 2º. [...] pra eu ter um quadrado de 39 por 39 eu tenho que aumentar 156 cm quadrados porque eu vou ter que completar 4 aqui ó, pra ficar 39 [...] no outro se fosse pra aumentar seria 75[cm quadrados] pra ficar 25 x 25. [...] se eu avaliar por acréscimo o de 22 por 25 é mais próximo. [...] agora a gente vai tirar aqui ó ver por falta, e pega 3 x 22, que dá 66 de qualquer forma esse aqui [aponta para o retângulo de 22cm x 25xm].</td></tr>
<tr><td>b) O retângulo que está mais próximo de ser um quadrado é o retângulo 35cm x 39cm,porque nesse retângulo o percentual da área a ser aumentada ou diminuída é menor em relação à área inicial.

Márcio: só que daí eu pensei assim que tem que ter uma referência com a área que tem lá entendeu? É nesse ponto que eu to perdido. [...] pra eu ter um quadrado de 39 por 39 eu tenho que aumentar 156 cm quadrados [...]então quanto que 156 é de 1521?
Laís: então pera aí, então aí aqui vai dar 0,09.[...]
Márcio: Agora vamos analisar no outro se fosse pra aumentar seria 75 pra ficar 25 x 25 dá 125, [...] então 75 é quanto de 125, é 0,12. [...] porque isso aqui é o percentual que isso é disso [relaciona o aumento na área inicial com a área inicial</td></tr>
</table>

	do retângulo]. Laís: *vai dar 9 % e aqui vai dar 12%.* [...] Márcio: *a conclusão agora, que é o primeiro mesmo [...] porque daí o percentual de acréscimo é menor do que lá.* Bia: *em relação à área total né?* Iara: *ah o percentual da área!*

Para resolver o problema em questão é necessário avaliar as mudanças que devem ser feitas em cada retângulo para que se torne um quadrado, e decidir em qual deles a mudança é "menor". No entanto, essas mudanças podem ser interpretadas de maneiras diferentes: mudança absoluta e mudança relativa, e dependendo do contexto, essas interpretações podem levar a resultados distintos.

Outra questão a ser considerada é a relação de covariância das medidas dos lados do quadrado (se um lado muda, o outro também deve mudar da mesma maneira para manter a forma) e a relação de invariância da razão entre as medidas dos lados do quadrado.

Nas resoluções dos participantes essas interpretações ficam evidentes na estratégia 1 (análise da mudança na medida de um lado) e na estratégia 4 (análise na mudança da área). Na estratégia 1 Iara faz uma análise estritamente absoluta, o que a leva a afirmar que o retângulo de 22cm x 25 cm está mais próximo de um quadrado; enquanto que Laís e Bia analisam a mudança em termos relativos, consideram a invariância da razão entre as medidas dos lados dos retângulos, e escolhem o de 35cm x 39cm.

Na estratégia 4, Márcio avalia as mudanças nas áreas, fazendo inicialmente uma análise em termos absolutos e concorda com a escolha de Iara. Mas depois de várias discussões com os participantes, numa negociação mais direta com Laís, Márcio adota outro ponto de vista e analisa as mudanças relativamente, comparando os acréscimos ou reduções nas áreas dos retângulos por meio da razão, e concorda com Laís e Bia. Na negociação, Márcio e Laís também interpretam e descrevem as razões na forma de porcentagem, o que parece fazer com que Iara, que até então mantinha sua interpretação relativa, considere a possibilidade dessa interpretação.

Nas estratégias 2 e 3 a análise das mudanças nos retângulos não são analisadas em termos de aumento ou diminuição de lados ou de áreas, mas por meio de transformações dos retângulos em quadrados, preservando sua área. Desse modo, a análise levou em conta em qual retângulo a área produziria um quadrado, cujo lado fosse mais próximo de um número inteiro, em termos absolutos, concluindo que seria o retângulo de 35cm x 39cm.

No entanto, nas discussões, os participantes mostraram dúvidas quanto à "validade" dessa estratégia, e decidiram discuti-la em outro momento.

De acordo com Lamon (2012), a capacidade de analisar uma alteração, tanto em termos absolutos quanto em termos relativos é uma das mais importantes formas de pensamento exigidas para o raciocínio proporcional. A autora afirma também que o mais importante não é definir se uma perspectiva está errada e a outra está certa. Se levarmos em conta que a palavra "mais" tem dois significados diferentes, as duas perspectivas são válidas e é importante que o ensino de matemática promova o envolvimento das crianças com as duas, desde os primeiros anos de escolarização.

Na discussão do problema, os participantes parecem não lidar bem com essa ambiguidade, principalmente porque nesse problema, adotar uma ou outra perspectiva levou a respostas diferentes.

Tânia:	*qual forma está mais próxima de um quadrado? [...] um retângulo de 35 por 39 tá mais perto de ser quadrado ou um retângulo de 22 por 25?*
Iara:	*é, a Laís usou razão, ela já usou a razão então aí ...usou a razão...*
Bia:	*é o de 35 por 39*
Tânia:	*é o de 35 por 39?*
Bia:	*a razão entre as medidas dos lados está mais próxima do 1.*
Laís:	*mais próxima de um que é o do quadrado.*
Tânia:	*Vocês concordam com o argumento delas [de Laís e Bia] ou ainda mantém o de vocês? [...]e aí Iara?*
Iara:	*é duro é admitir, mas eu ficaria com a minha*
Tânia:	*então argumente, vamos lá*
Iara:	*ah, porque igual eu falei pra você, se eu for montar um outro quadrado, de 39 por 39 e de 25 por 25, o pedaço que eu vou precisar ainda é menor [no de 25 por 25]*
Márcio:	*eu também fiz essa análise que você fez e eu também tinha chego [a essa resposta].*
Tina:	*eu acho que é esse pequeninho pela questão...*
Tânia:	*[...] porque você acha que é o pequeno? O que te leva a pensar isso?*
Bia:	*mas qual que é o correto?*

Os questionamentos e argumentos de alguns participantes evidenciam uma crença de que a resolução de um problema de matemática deveria levar a uma única resposta, considerada "certa". Outro fato a considerar é a persistência de Iara em manter sua resposta. Mesmo considerando o fato de que Laís usou a ideia de razão, o que para ela parece ser matematicamente "mais correto", ela não abandona a perspectiva adotada inicialmente e reforça seu argumento se apoiando na mudança de área.

Questões abertas como essa dos retângulos, demonstram quanto às vezes é difícil para as pessoas afastar o pensamento aditivo, com o qual elas costumam lidar com mais frequência, para pensar relativamente.

> Pensamento relativo envolve mais abstração do que pensamento absoluto e, por meio do pensamento relativo, criamos quantidades mais complexas. Na era do computador, os alunos estão acostumados com uma avalanche de dados sensoriais; o conhecimento vem de dados baseados na percepção. No entanto, em matemática, o conhecimento geralmente consiste em compreender abstrações impostas aos dados sensoriais. Essa abstração é muito mais uma *con*cepção do que uma *per*cepção. (LAMON, 2012, p. 42, tradução nossa).

Nessa perspectiva, as resoluções e argumentos de Laís e Bia, e a segunda resolução apresentada por Márcio, evidenciam aspectos do pensamento relativo: ao comparar as grandezas (medida de comprimento ou de área) de modo relativo, eles vão além da percepção imediata das diferenças entre as medidas, e recorrem a uma forma de pensamento em que as comparações feitas produzem um resultado que não é uma medida, e sim uma *relação* entre medidas.

Pensar em termos relativos ou raciocinar proporcionalmente é uma capacidade que não nasce com as pessoas, é preciso aprender e desenvolver esse modo de pensar e o ensino de Matemática tem relevante papel nesse processo. De acordo com Lamon (2012), pode levar tempo até uma criança começar a pensar relativamente acerca de uma variedade de situações, então é importante apresentar aos alunos, desde cedo, diversos contextos em que é necessário escolher entre a perspectiva absoluta e a relativa.

Fazer essa escolha não é uma tarefa fácil para as crianças, e uma das dificuldades é que, em geral, usamos as mesmas palavras para fazer questionamentos nos dois tipos de situação. Por exemplo, se em um contexto em que é preciso comparar dois comprimentos, perguntamos *"Qual é maior?"*, o raciocínio absoluto é apropriado, mas se a mesma pergunta for feita no contexto de um problema de área ou um problema de ampliação, o pensamento multiplicativo é exigido.

Isso chama a atenção para o modo como fazemos os questionamentos nas tarefas que propomos aos nossos alunos, e para o cuidado em associar os contextos, as palavras e as operações apropriadas.

> Não é simplesmente um jogo de palavras. Assim como o pensamento relativo exige uma mudança cognitiva na perspectiva, uma variação correspondente ocorre nas palavras que usamos para falar sobre ideias multiplicativas. Atividades de pensamento relativo oferecem oportunidade para os alunos expandirem o alcance da aplicabilidade de certas palavras, com as quais eles, em

> princípio, associavam somente conceitos aditivos, por exemplo, a palavra "mais". Embora muitas crianças estejam familiarizadas com a palavra como um sinal para adição/subtração, a palavra pode ter um significado proporcional ou relacional. (LAMON, 2012, p. 44, tradução nossa)

As negociações e reflexões acerca da resolução desse problema foram além do conhecimento matemático, e envolveram questões relacionadas ao ensino e à aprendizagem de Matemática, e também às condições de trabalho do professor. Nesse encontro do dia 31/07/2012, o grupo conversou a respeito de como tem sido o ensino de proporcionalidade e das possibilidades de reorganizar esse trabalho, a partir dos estudos e discussões feitos no grupo, de modo que os alunos tenham mais possibilidades para desenvolver seu raciocínio proporcional.

Tânia*:* *Naquele encontro (do dia 03/07/2012) e nos anteriores vocês me falaram que [...] vocês trabalham primeiro a ideia de razão, a proporcionalidade como uma igualdade de duas razões e daí pra frente regra de três direta, inversa e aí, finaliza com alguns problemas...*

Iara*:* *É, razão, proporção, grandezas proporcionais juros simples...*

Tânia*:* *Mas será que é isso? [...] Será que isso é suficiente? [...] O que a gente pode trabalhar, em que momentos do nosso trabalho a gente pode desenvolver e estimular esse tipo de situação para que os alunos possam pensar [...]?*

Assim como em outros momentos de discussão a respeito do ensino de matemática, os participantes apontam alguns aspectos do seu trabalho que eles acreditam que deveriam ser revistos.

Bia: *Eu fico pensando que a gente tem assim, uma matriz curricular tão extensa, tão cheia de conteúdo assim, sabe, a gente tinha que repensar essa matriz, ver o que é prioridade pro 7º, 8º 9º ano e trabalhar bem em cima desses conteúdos que são prioridade. Tem tanta coisa pra trabalhar que acaba trabalhando quase tudo [superficialmente].*

Ada: *Eu acho que falta tempo para o professor estudar [...] o professor precisa de tempo para estudar [...]. No meu ponto de vista, porque eu to com dificuldade. [...] Tanto é que na última aula que nós nos deparamos com esses exercícios, a aplicação, [...] da parte algébrica foi beleza, agora nós ficamos patinando no raciocínio, que raciocínio é esse? Como que a gente vai desenvolver esse raciocínio se a gente não estudar?*

Os questionamentos levantados pelas professoras evidenciam sua preocupação com suas condições de trabalho e apontam a necessidade de estudar para lidar com os desafios impostos pelo trabalho docente com mais segurança. Esse tema emerge com frequência nas discussões, e nesses momentos os participantes demonstram reconhecer a importância da formação contínua e de sua participação na comunidade em seu desenvolvimento profissional.

6. Considerações finais

Nesse artigo apresentamos a mobilização dos participantes da Comunidade de Prática CoP PAEM na resolução e discussão de um dos problemas presentes em uma tarefa cujo objetivo era desencadear a negociação de significados a respeito do Raciocínio Proporcional e promover o engajamento dos participantes no estudo desse tema.

Os dados apresentados evidenciam o envolvimento dos participantes em um processo intenso de negociação de significados, que em nossa análise, foi além Raciocínio Proporcional, envolvendo questões relacionadas não só ao conhecimento matemático, como também a outros aspectos do conhecimento profissional do professor que interferem em seu trabalho, nomeadamente a gestão do currículo e do processo instrucional, e a visão de si e da profissão de professor.

As resoluções e argumentos dos participantes evidenciam a mobilização de elementos apontados por Lamon (2012) como centrais no desenvolvimento do raciocínio proporcional: o pensamento relativo - na comparação das medidas de comprimento e de área por meio da razão e da porcentagem – e a percepção das relações de covariância - das medidas dos lados do quadrado - e de invariância da razão entre essas medidas.

A resolução e discussão desse e dos demais problemas da tarefa se constituiu como o contexto que possibilitou que esses elementos viessem à tona e fossem tomados como ponto de partida para os estudos a respeito do Raciocínio Proporcional, que foram aprofundados no decorrer dos encontros em 2012, e que ainda farão parte das práticas da comunidade em 2013, evidenciando um engajamento significativo dos participantes.

Observamos que quanto mais os professores exploram as diferentes estratégias para a resolução de problemas dessa natureza, eles se tornam mais preparados para identificar formas de raciocínio mais complexas e sofisticadas, o que pode ajudá-los a tomar decisões em relação ao ensino. No entanto, Lamon (2012) enfatiza que mais importante do que reconhecer boas formas de raciocínio quando elas surgem, é saber como oportunizá-las.

Nesse sentido, destacamos a atividade de resolver e discutir tarefas, como prática de uma comunidade de professores que ensinam matemática, como contexto importante para as aprendizagens desses professores, corroborando os resultados apontados na tese de doutorado de Nagy Silva (2013).

Essa prática se soma a outras que fazem parte da dinâmica de estudos desse grupo: leitura e discussão de textos; produção e análise de material manipulativo; elaboração e aplicação de tarefas com os alunos do Ensino Fundamental, seguidos de discussão e reflexão sobre esse trabalho, dinâmicas que têm propiciado aos professores um espaço para reflexões, discussões e negociação de significados, num processo de aprendizagem onde seus saberes docentes são (re) construídos e suas práticas reestruturadas.

7. Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais*. Matemática: Ensino de quinta a oitava séries/ Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997. 148 p.

CYRINO, M. C. C. T. Preparação e emancipação profissional na formação inicial do professor de Matemática. In: NACARATO, Adair M.; PAIVA, Maria A.V. A. (Org.). *A formação do professor que ensina Matemática: perspectivas e pesquisa.* 1 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006, v. , p. 77-88.

________. Comunidades de Prática de professores como espaço de investigação sobre a formação de professores de Matemática. In: Irinéa de Lourdes Batista; Rosana Figueiredo Salvi. (Org.). *Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática:* um perfil de pesquisas. Londrina: EDUEL, 2009, v. , p. 95-110.

_________; CALDEIRA, J. S. Processos de negociação de significados sobre pensamento algébrico em uma comunidade de prática de formação inicial de professores de Matemática. *Revista Investigações em Ensino de Ciências*, v. 16, n. 3, p. 373-401, dez. 2011.

LAMON, S. J. *Teaching fractions and ratios for understanding – Essential content knowledge and instructional strategies for teachers*. Third edition. Routledge, New York, 2012.

LAVE, J.; WENGER, E. *Situated Learning*: Legitimate Peripheral Participation. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1988). Proportional Reasoning. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.) *Number Concepts and Operations in the Middle Grades* (pp. 93-118). Reston, VA: Lawrence Erlbaum & National Council of Teachers of Mathematics.

NAGY, M. C. Trajetórias de aprendizagem de professoras que ensinam matemática em uma Comunidade de Prática. 2013. 197 folhas. Tese de doutorado (Programa de Pós-

Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, 2013.

SANTOS, M. P. *Encontros e esperas com os Ardinas de Cabo Verde:* Aprendizagem e Participação numa Prática Social. Tese de doutorado (Educação – Didáctica da Matemática). 2004. Universidade de Lisboa, Faculdade de Ciências, Departamento de Educação.

WENGER, E. *Communities of Practice*: Learning, Meaning, and Identity. New York: Cambridge University Press, 1998.

WENGER, E.; Mc DERMOTT, R.; SYNDER, W. *Cultivating Communities of Practice*. Harvard Business School Press, Boston, 2002.