MÉTODOS DE PESQUISA COMBINADOS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Péricles César de Araújo
Aluno do doutorado EDMAT-PUC-SP
pericles@uefs.br

Sonia Barbosa Camargo Igliori
Orientadora do doutorado EDMAT-PUC-SP
sigliori@pucsp.br

Resumo

Este estudo insere-se nas investigações sobre metodologia de pesquisa em Educação Matemática entre aquelas que avaliam que o uso de métodos mistos (qualitativos e quantitativos) pode ampliar o grau de confiabilidade dos resultados. O objetivo refletir sobre a problemática de combinação de métodos de pesquisa, tendo em vista a variabilidade e a imprecisão dos dados dessa área de investigação. Tradicionalmente a variabilidade, aspecto aleatório dos dados, é analisada por meio de métodos quantitativos utilizando a Estatística Clássica, e a imprecisão é geralmente analisada por meio de métodos qualitativos. A proposta deste artigo é apresentar uma combinação de métodos utilizando a Estatística Bayesiana e a Lógica dos Conjuntos Difusos, evidenciando possíveis vantagens da mesma.

Palavras chave: Pesquisa em Educação Matemática, Método Estatístico Bayesiano, Conjuntos Difusos.

1. Introdução

Este estudo insere-se nas investigações sobre metodologia de pesquisa em Educação Matemática entre aquelas que avaliam que o uso de métodos mistos (qualitativo e quantitativo) pode ampliar o grau de confiabilidade dos resultados. Assim sendo nossa proposta é a de refletir sobre as vantagens da combinação de métodos científicos tendo por referência a variabilidade dos dados da Educação Matemática e imprecisão dos mesmos, decorrentes da relação de pertinência elemento/conjunto.

O estudo está em consonância com preocupações da área no que tange à utilização de métodos mistos de pesquisa. Como referência, indicamos o trabalho de Ross e Onwuegbuzie (2012), que pesquisaram 87 artigos em dois jornais de Educação Matemática entre 2002 e 2006. Eles analisaram as possíveis tendências em métodos mistos, observando que a integração entre pesquisa quantitativa e qualitativa ampliou o grau de confiabilidade dos resultados, isto é, os dados quantitativos e qualitativos foram utilizados para complementar um ao outro.

Quanto à combinação de métodos vale destacar o que consideram Strauss e Corbin (2008, p. 40). Dizem eles: a *combinação de métodos pode ser feita por razões suplementares, complementares, informativas, de desenvolvimento e outras.* A proposta apresentada neste artigo se sustenta em duas dessas razões: a de desenvolvimento e a de complementação. O desenvolvimento está proposto segundo a perspectiva da metáfora conceitual de Lakoff e Johnson (2003) levando-se em consideração as críticas de Otte (2008). E a ideia de complementaridade está em conformidade com os argumentos da Otte (2003). No que se refere à pertinência do uso da metáfora, apoiamos-nos nas considerações de Leite (2010) sobre a notável evolução de sua concepção culminando mesmo com o reconhecimento de sua função epistemológica para ciência e para a matemática, com está ilustrado na Figura 1.

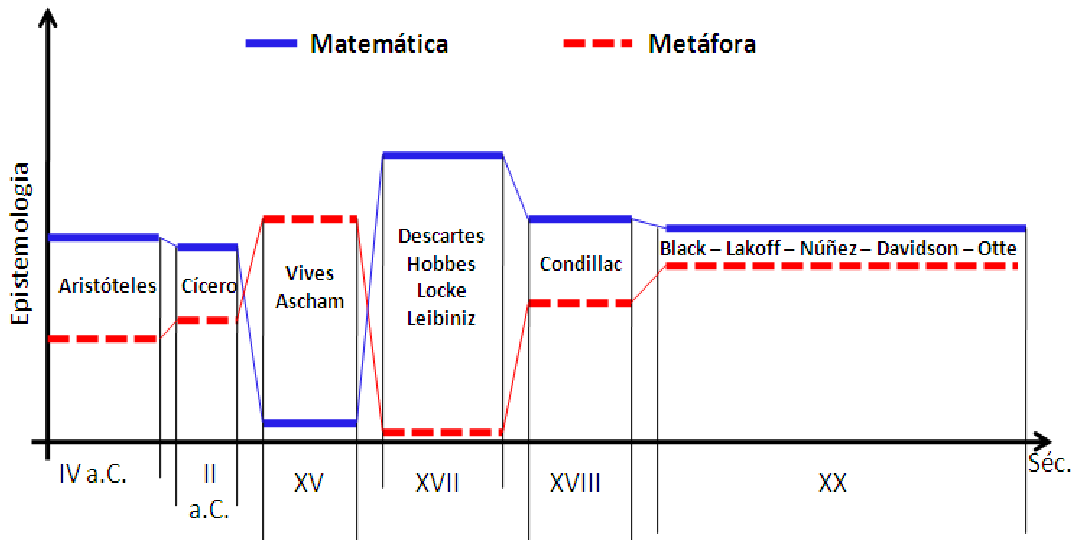

Figura 1: Metáfora e Matemática – distanciamentos e aproximações
Fonte: Leite (2010, p.100)

É fato de que a variabilidade, aspecto aleatório dos dados, é tradicionalmente analisada nas pesquisas da Educação Matemática utilizando-se a Estatística Clássica, e a imprecisão dos dados é geralmente analisada por meio de métodos qualitativos. Neste artigo propomos duas alterações fundamentais: a utilização da Estatística Bayesiana para abordar a variabilidade ou aspecto aleatório, e da Lógica dos Conjuntos Difusos para tratar a imprecisão. Isso se justifica, pois, a Estatística Bayesiana é uma teoria que tem como base a definição subjetiva de probabilidade, atualizada por meio do Teorema de Bayes. Assim, a Estatística Bayesiana, torna-se um suporte teórico para um método quantitativo na análise da variabilidade dos dados, levando em conta também os aspectos subjetivos que envolvem a pesquisa na área da Educação Matemática. A Lógica dos Conjuntos Difusos tem como base a generalização da relação de pertinência elementos / conjunto, essa lógica é adequada para tratar a imprecisão dos dados, porque os objetos observados, no âmbito da pesquisa em Educação Matemática, não satisfazem de modo preciso aos critérios de pertinência da Teoria Clássica de Conjuntos.

Com o arcabouço teórico acima acreditamos oferecer reflexões que vão ao encontro do que cada vez mais vem sendo defendido pela comunidade científica: o uso dos métodos mistos computacionais, possivelmente pelo avanço da computação, e pela exigência do rigor na pesquisa.

No âmbito da pesquisa em Educação Matemática, a importância do paradigma convencional está comprovada por meio do artigo de Utsumi, M. C. *et al* (1999): "Questões metodológicas dos trabalhos de abordagem quantitativa apresentados no GT19-ANPED". Esses autores apresentam um inventário de procedimentos estatísticos clássicos ou convencionais.

Reconhecemos essa importância e, numa perspectiva complementar, indicamos que a Estatística Bayesiana não se atém apenas aos dados, isso porque é baseada na interpretação subjetiva de probabilidade. Assim sendo também leva em consideração o ponto de vista do pesquisador, formalizando o argumento de Kant, conhecimento nunca se dá de maneira neutra, isto é, como relação ao pesquisado a substituição do adjetivo "*observador*" *pela palavra* "*participante*" (CAPRA, 2011, p. 150).

2. A complementaridade entre probabilidade e grau de associatividade

As aplicações operacionais das Teorias Objetivas, Popper (2003 e 1993) estão associadas à Estatística Clássica enquanto as Teorias Subjetivas têm aplicações operacionais nos Métodos Estatísticos Bayesianos (PAULINO *et al*, 2003). A Estatística Clássica é caracterizada, no âmbito, das Ciências Sociais como um procedimento expresso por fórmulas matemáticas e dados observados; isto é, uma coleção de ferramentas misteriosas.

Métodos Estatísticos Bayesianos são fundamentados no Teorema de Bayes que revisa as estimativas de probabilidade inicias. Segundo Lakatos (1999, p.99), o Método Bayesiano é revolucionário. Os Métodos Estatísticos Bayesianos preservam aspectos de falseacionismo sofisticado ou metodológico, segundo Popper, Lakatos e Gelman, e revisão de probabilidades, segundo Bayes e Kuhn. Os problemas observados, no âmbito das Ciências Humanas, em particular na Educação Matemática, são de natureza interdisciplinar. Portanto, adequados aos Métodos Bayesianos que cada vez mais são utilizados nas soluções de problemas com tais caracterizações, possibilitando, assim, responder à questão de relevância científica nas análises, como proposto por Popper, e não tornar a análise estatística somente uma coleção de ferramentas.

Os conjuntos difusos são conjuntos cujos elementos têm graus de associativismo. Nos conjuntos não difusos a relação de pertinência de elementos a um conjunto é binária, isto é, o elemento pertence ou não ao conjunto, enquanto que na teoria de conjuntos difusos há uma avaliação gradual da pertinência do elemento ao conjunto. A Lógica de Conjunto Difuso, ou simplesmente Lógica Difusa, tem como objetivo representar o pensamento humano, ou seja, uma representação mais aproximada, ou melhor, ligar à linguística e à inteligência humana, porque muitos conceitos são melhores definidos por palavras ou como Zadeh (1995) definiu, variáveis linguísticas.

A partir da noção de conjuntos difusos Zadeh vai estender o conceito de probabilidade para um evento difuso (*fuzzy*). Ele diz que nas experiências do dia a dia com frequência encontram-se situações para as quais um “evento” é antes difuso do que um conjunto de pontos bem delimitados. E exemplifica com os eventos em que há imprecisão nos significados das palavras e, portanto difusos: “É um dia quente” “x é aproximadamente igual a 5”, “em vinte jogadas de uma moeda há mais caras que coroas” (ZADEH, 1968, p.421). Para Zadeh a extensão dos conceitos de evento e probabilidade para os conjuntos difusos alarga o campo de aplicações da teoria das probabilidades.

A complementaridade foi definida em Bohr (1995) introduzindo a ideia de que: a natureza humana é dotada de duas imagens assim com a onda e a partícula, elas são consideradas aspectos complementares da matéria.

Otte (2003) interpreta essa definição de Bohr no âmbito da Educação Matemática, indicando que a complementaridade faz referencia a símbolos e conceitos, em um duplo sentido, que se reajustam reciprocamente que se integram para capturar os aspectos essenciais do desenvolvimento cognitivo e epistemológico do conhecimento científico e conceitos matemáticos.

Zadeh (1995) propõe que a Lógica do Conjunto Difuso não é concorrente à Teoria de Probabilidades, mas complementar. Para este estudo nos interessa essa perspectiva a da complementaridade na combinação de probabilidade com a intensidade de pertinência. O universo da pesquisa na Educação Matemática é caracterizado por uma acentuada heterogeneidade, dessa forma, faz sentido uma partição difusa deste universo, em que cada dado, informação ou indivíduo pode ser membro parcial de mais de um subconjunto deste universo (SULEMAN, 2009).

Na Lógica do Conjunto Difuso define-se a função associativismo, uma função que assume valores no intervalo [0; 1], grau de pertinência. Não se trata de uma probabilidade, representa sim, uma medida matemática da proporção da intensidade de pertinência.

Por outro lado, no Cálculo de Probabilidade há função de densidade de probabilidade que é diferente da função associativismo, porque mede o grau de incerteza de tal pertinência. Outra diferença entre a função de densidade de probabilidade e a função de associativismo, do ponto de vista matemático, é que a função de densidade de probabilidade é normalizada. A normalizar é multiplicar por uma constante, para que a área da região limitada pelo eixo das abscissas e a curva de densidade de probabilidade, seja 1. Com isso, a função *f* de densidade de probabilidade satisfaz: a) $f(x) \geq 0, \forall x \in R$, b) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$.

Segundo Ragin (2000), os cientistas sociais enfrentam um dilema, quando realizam pesquisa social, quanto ao método de pesquisa diretamente relacionado tanto à profundidade quanto à amplitude do método. Os métodos de pesquisa qualitativos têm a propriedade da profundidade, enquanto os métodos quantitativos a propriedade da amplitude. Ragin(2000) considera que o método de pesquisa etnográfico, um método qualitativo para determinara a dimensão sócio – cultural da Educação Matemática, conforme Gurgel (2012, p.1), é uma estratégia de profundidade. Nesse sentido, por meio da lógica difusa (*fuzzy)*, Spagnolo (2003) tenta compreender como é possível analisar e estudar os fenômenos do ensino/aprendizagem da Matemática em situação multicuturais.

3. A Engenharia Didática Clássica e o Método da Estatística Bayesiana

A teoria da Engenharia Didática, um método qualitativo de pesquisa criado no âmbito da Educação Matemática, foi elaborada numa analogia entre as ações da Didática da Matemática e do trabalho de um Engenheiro. Isto é,

> A noção de engenharia didática emergiu em didática da matemática no início dos anos 1980. Tratava-se de etiquetar com esse termo uma forma do trabalho: aquele comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto preciso, se apoia sobre os conhecimentos científicos de seu domínio, aceita submeter-se a um controle de tipo científico, mas, ao mesmo tempo, se encontra obrigado a trabalhar sobre objetos muito mais complexos que os objetos depurados da ciência e, portanto de se atacar, praticamente com todos os meios que ele dispõe problemas que a ciência não deseja ou não pode ainda se encarregar. (ARTIGUE, 1988, p. 283).

Ross e Onwuegbuzie (2012) propõem que pesquisadores em Educação Matemática poderiam usar dados qualitativos na análise estatística, de maneira complementar. Considerando a definição de Artigue(1988) e de forma complementar, Araújo e Igliori (2010) construiram um exemplo de método misto, isto é, uma agregação do método quantitativo ao método qualitiativo da Engenharia Didática.

Para agregação foi utilizado um método quantitativo, representado pelo Teste Wilcoxon (*antes e depois*) da Estatística Não Paramétrica da Estatística Clássica e não o teste t. Porque para utilização do teste t é adequada quando a variável aleatória tem distribuição Normal e variância desconhecida, segundo Magalhães e Lima (2011, p. 274). De outra forma, como afirmam Magalhães e Lima (2011, p. 277): *Se a variável de interesse, além de ter variância desconhecida, não tiver densidade Normal, é necessário* *utilizar técnicas não paramétricas para a realização do teste de média.* Portanto, utilizamos uma técnica não paramétrica de maneira adequada aos dados que surgem na Engenharia Didática e evitando o acumulo de mais um teste t, como obsevou Lester (2010, p.68).

Assim, a agregação foi feita ao método qualitativo Engenharia Didática utilizando uma técnica não paramétrica representada pela função *wilcox.tes*, um algoritmo presente no programa livre R (www.r-project.org). Esse recurso, também, mune a metodologia da Engenharia Didática de um tratamento que atende a prerrogativa da falsificabilidade do método científico de Popper.

A definição de Engenharia Didática utilizada em Araújo e Igliori (2010) é a *Engenharia Didática Clássica (amplamente conhecida) ou também denominada Engenharia Didática de 1ª Geração*. (ALMOULOUD E SILVA, 2012, p. 22).

Neste item, o foco de interesse dos autores é a Engenharia Didática Clássica como uma metáfora conceitual do Método Estatístico Bayesiano, conforme:

> [...]metáfora na Matemática e na Educação Matemática, partindo da premissa de que muitas equações A=B são metáforas, isto é, são construções teóricas somente possíveis de serem concebidas a partir de uma perspectiva particular e inusitada de estabelecimento de semelhança entre desiguais, de modo que a criatividade matemática consiste em representar um objeto A como um outro objeto B para, desta maneira, resolver um problema. Discutir a representação e comunicação com foco na metáfora pode contribuir para uma compreensão diferente de como se desenvolvem as idéias matemáticas, as particularidades de sua gênese, e particularmente o modo como se dá a intercomunicação de tais idéias em contextos educativos.(LEITE E OTTE, 2010, p.87)

A Estatística Bayesiana é uma teoria que tem como base a definição subjetiva de probabilidade que é atualizada por meio do Teorema de Bayes. O Teorema de Bayes para variáveis aleatórias discretas por Bussab e Morettin (2002, p.311): Suponha que θ tenha os valores $\theta_1, \theta_2, ..., \theta_n$ com probabilidades *a priori* $P(\theta = \theta_i) = p(\theta_i)$, $i = 1, 2, ..., n$; independente da experiência ou das informações dos dados obsevados. Chamamos de x a nova informação sobre θ, que é obtida de um modelo discreto. Então o teorema de Bayes pode ser escrito:

$$P(\theta_i/x) = \frac{P(\theta_i)P(x/\theta_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(\theta_i)P(x/\theta_i)}, \quad i = 1, 2, ..., n.$$

Então, temos $\sum_{i=1}^{n} P(\theta_i)P(x/\theta_i)$ é uma constante de normalização, as verossimilhanças dependentes da experiência ou das informações dos dados observados são $P(x/\theta_1), \ldots, P(x/\theta_n)$, e as probabilidades *a posteriori* determinadas pelo teorema de Bayes são $P(\theta_1/x), \ldots, P(\theta_n/x)$. Obtida essa distribuição *a posteriori* de θ, dada a nova informação da observação x, podemos, por exemplo, estimar θ como sendo a média dessa distribuição ou a moda (o valor que maximiza $P(\theta/x)$).

Schoner(2000) afirma que Kant expressa uma ideia muito semelhante a de Bayes, na medida em que postula que tem de haver alguma habilidade *a priori*, intelectual ou conhecimento, a fim de adquirir novos conhecimentos a partir da observação.

Do ponto de vista de Gelman(2011), a abordagem clássica ou frequentista da estatística, em que a inferência é centrada nos testes de hipóteses, está associada a uma filosofia em que a ciência é dedutiva e segue doutrina de Popper de falsificação.

A inferência bayesiana é comumente associada com o raciocínio indutivo e com a ideia de que um modelo pode ser destronado por um modelo concorrente, mas nunca pode ser diretamente falsificada por um teste de significância. Gelman(2011) considera incorretos os argumentos que fazem associações da inferência bayesiana só com o raciocínio indutivo, o que foi prejudicial à prática da Estatística Bayesiana. Por meio de sua experiência, no uso e desenvolvimento de Métodos Bayesianos na área social e ciências ambientais, Gelman(2011) tem encontrado maneiras para verificação do modelo e falsificação, segundo Popper.

A distribuição *a priori* e a distribuição *a posteriori* são os fundamentos do Método Bayesiano. Assim como análise *a priori* e análise *a posteriori* são os fundamentos da Engenharia Didática Clássica. Também, podemos observar as considerações sobre análise *a priori* e análise *a posteriori*.

O aspecto subjetivo dos dois paradigmas, Método Bayesiano e a Engenharia Didática Clássica, como os seus fundamentos distribuição *a priori* e a distribuição *a posteriori* e análise *a priori* e análise *a posteriori*, respectivamente, são elementos semelhantes nos dois métodos. No âmbito da Estatística Baysiana, há criticas ao Método Bayesiano Empírico porque é um método que utiliza dados empíricos para determinar a distribuição *a priori*, informações externas. Como afirma Artigue (1988), a validação da Engenharia Didática Clássica é essencialmente interna, fundada no confronto da análise *a priori* da análise *a posteriori*. Neste sentido o a Engenharia Didática Clássica, também, critica o uso do método empírico, mais um ponto de semelhança entre a Engenharia Didática Clássica e Método Bayesiano.

Observamos, também, que a Engenharia Didática Clássica expressa uma ideia que está de acordo com os argumentos de Kant, assim como Kant expressa uma ideia muito semelhante aos argumentos de Bayes, como afirma Schoner(2000). Portanto, há um vínculo de similaridade semântica entre os fundamentos do Método Bayesiano e a Engenharia Didática Clássica. Portanto, consideramos que a Engenharia Didática Clássica é uma metáfora conceitual segundo o que apresenta Leite(2010):

> Nesse sentido, segundo a teoria da metáfora conceitual, “a essência da metáfora é compreender e experienciar uma coisa em termos de outra” (LAKOFF & JOHNSON, 2002, p. 48) a partir de uma rede conceitual, que lembra um mapeamento ou um morfismo entre coisas distintas. (LEITE 2010, p. 71-72)

Assim, observamos que a Engenharia Didática Clássica, com relação ao Método Bayesiano, é uma metáfora conceitual porque a Engenharia Didática Clássica é potencial heurístico, pois pode agregar aspectos da inferência do Método Bayesiano, no sentido de Leite(2010, p. 58) quando observa: [...] *potencial heurístico proporciona à metáfora uma importância cognitiva, visto que ela se torna relevante para a geração de um novo conhecimento.*

Os aspectos subjetivos dos dois métodos nos remetem a teoria do conhecimento de Kant, que o conhecimento nunca se dá de maneira neutra, como afirma Silveira (2002):

> A teoria do conhecimento de Kant – a filosofia transcendental ou idealismo transcendental ou idealismo transcendental – teve como objetivo justificar a possibilidade do conhecimento científico dos séculos XVII e XVIII. Ela partiu da constatação de que nem o empirismo britânico, nem o racionalismo continental explicavam satisfatoriamente a ciência. Kant mostrou que, apesar de o conhecimento se fundamentar na experiência, esta nunca se dá de maneira neutra, pois a ela são impostas as formas *a priori* da sensibilidade e do entendimento, características da cognição humana. (SILVEIRA 2002, p.28):

4. Método Estatístico Bayesiano e a Lógica dos Conjuntos Difusos

A variabilidade foi abordada por meio do Método Estatístico Bayesiano, a imprecisão terá como referencial teórico a Lógica dos Conjuntos Difusos. Neste sentido, considerando Viertl(2011), por meio do argumento do Método Estatístico Bayesiano com

Dados Difuso, podemos atualizar a probabilidade condicional P(*t/e*) de Popper, agregando a probabilidade subjetiva e grau de pertinência entre os elementos de um conjunto. Assim, corrigindo o erro de Popper, propomos uma solução alternativa ao grau de corroboração, isto é, grau de pertinência por meio do Teorema de Bayes. Singpurwall e Booker (2004) consideram que há benefícios no uso da Teoria da Probabilidade em Conjuntos Difusos por meio do Teorema de Bayes porque é uma habilidade que permite lidar com diferentes tipos de incertezas que podem surgir dentro do mesmo problema. Na Figura 2 está uma representação gráfica da síntese do estudo apresentado neste artigo.

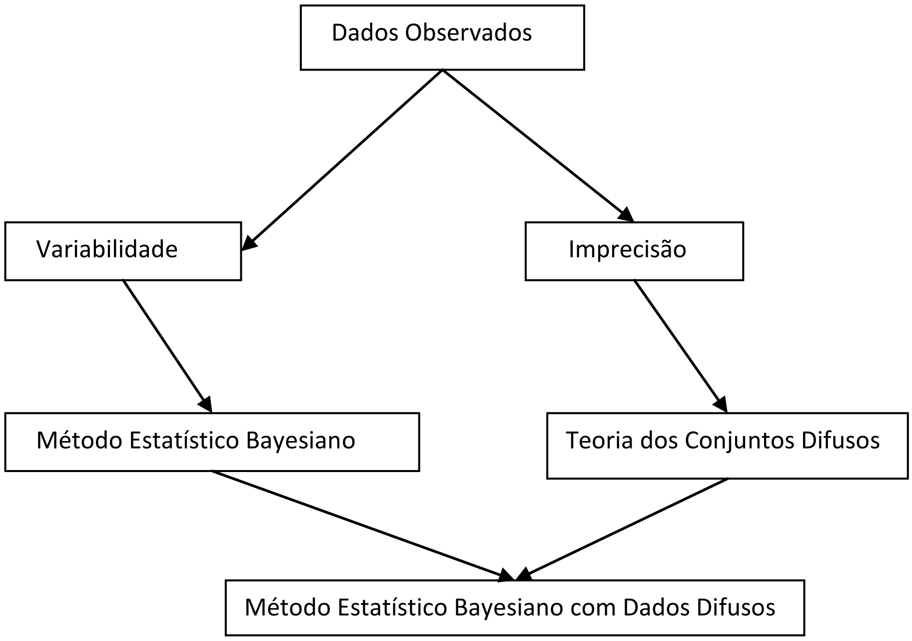

Figura 2. Dados Observados: Variabilidade e Imprecisão. Método Bayesiano

Fonte: Adaptado Viertl (2011, p.4).

4.1 Exemplo de Aplicação

As aplicações de Lógica do Conjuntos Difuso e Método Estatístico Bayesiano têm sido observadas em várias áreas do conhecimento. Apresentaremos a seguir alguns exemplos de aplicação.

Ragin (2000) considera que as declarações teóricas em pesquisa social, na maioria das vezes podem ser formuladas como declarações sobre conjuntos. Os métodos qualitativos e quantitativos têm como propriedades a profundiade e amplitude, respectivamente**.** Ragin (2000) observa que há um meio termo entre elas e propôs uso de Lógica Difusa ou conjuntos difusos como um caminho alternativo para análise de dados observados em pesquisas das Ciêncais Sociais.

Spagnolo (2003) tenta compreender como é possível analisar e estudar os fenômenos do ensino/aprendizagem da Matemática em situação multicuturais.

Spagnolo e Gras (2004) propõem a utilização da Lógica Difusa no âmbito da Análise Estatística Implicativa. No préfacio da edição digital do 5º Colóquio da A.S.I. (Analyse Statistique Implicative) é respondida a seguinte pergunta: *Análise Estatística Implicativa: uma vez mais, o que é?*

> Na busca da essência da questão da origem do desenvolvimento da Análise Estatística Implicativa, Régis Gras e Jean-Claude Régnier consideram que "neste momento (ela) designa um campo teórico central sobre o conceito da implicação estatística ou mais precisamente sobre o conceito de quase – implicação para destingi-la da implicação da lógica de domínio da lógica e da matemática. O estudo da concepção de quase – implicação e tanto um objeto matemático, dentro de campo das probabilidades e da estatística , que permitem construir os objetos teóricos que instrumentalizam um método de análise de dados." (Gras *et al* (2009, p.6) *apud* (Régnier *et al* , 2010, p. 4))

Spagnolo e Gras (2004) consideram importante adequar a Análise Estatística Implicativa a uma nova epistemologia por meio da representação implicação *fuzzy*. Essa nova perspectiva está implementada no *software* CHIC 3.1. Análise Estatística Implicativa é um método de classificação de dados fundamentada na Estatística Clássica. Assim, a variabilidade, o aspecto aleatório da incerteza, no âmbito da Análise Estatística Implicativa, segue a abordagem da Estatística Clássica. A Estatística Clássica está fundamentada na interpretação de probabilidade por meio da frequência relativa. Por outro lado, Spagnolo e Gras (2004) propõem utilizar a implicação *fuzzy* na imprecisão dos dados, o aspecto difuso da incerteza. Portanto, *software* CHIC 3.1 utiliza a Estatística Clássica e a implicação *fuzzy* para fazer a classificação dos dados por meio de árvores de classificação e grafos de implicação.

Suleman (2009) expõe duas aplicações do Método Estatístico Bayesiano com Dados Difusos, utilizando a Análise Bayesiana Empírica para dados observados em Portugal. Já foi observado que há criticas ao Método Bayesiano Empírico porque é um método que utiliza de dados empíricos para determinar a distribuição *a priori*. Mas, alguns pesquisadores, como Suleman (2009), utilizam a Análise Bayesiana Empírica pela facilidade computacional por conta do *software* GoM desenvolvido pela DSISOFT (www.dsisoft.com). As duas aplicações apresentadas por Suleman (2009, p. 213-259) são: acidentes domésticos e perfis de competência bancária. A competência bancária é exemplo que apresenta alguma relação com a pesquisa em Educação Matemática devido à variável Grau de Escolaridade. A variável Grau de Escolaridade comporta três categorias: 1: "Formação inferior ao 12º ano"; 2 "Formação igual ao 12º ano"; 3: "Formação superior ao 12º ano". Assim, o universo é então particionado em três classes caracterizadas inicialmente pela formação acadêmica dos seus membros. Suleman (2009) afirma que:

> Os dados analisados não são conclusivos quanto a Educação como promotora de competências. Os aspectos relativos ao papel da instituição no aproveitamento de capacidades não puderam ser contabilizados. O debate entre qualificação e competência mantém assim toda a atualidade. (SULEMAN 2009, p. 258)

5. Conclusão

A combinação de métodos não é novidade. Mas o que torna nossa proposta inédita é o fato de tratar o problema no âmbito da pesquisa em Educação Matemática por meio da sua própria linguagem, a Matemática, utilizando novas ferramentas, a Lógica dos Conjuntos Difusos e o Método da Estatística Bayesiana. Nesta proposta se considera o aspecto dual dos dados observados no âmbito da pesquisa em Educação Matmática, isto é, a variabilidade e a imprecisão dos dados. Com isso, a Lógica dos Conjuntos Difusos e o Método da Estatística Bayesiana podem agregar a aspectos quantitativos aos métodos qualitativos que são utilizados na pesquisa dos fenômenos ou problemas reais da Educação Matemática, problemas caracterizados por representações epistemológicas, histórico-epistemológicas e comportamentais. Por conseguinte, o Método Estatístico Bayesiano é uma boa pratica estatística que tem interseção com as ideias de Popper, Kuhn e Lakatos. E por fim, reforçamos que é nossa crença que os argumentos apresentados no artigo, como pretendíamos, podem contribuir com as reflexões sobre o uso dos métodos mistos na pesquisa da Educação Matemática e a consequente melhoria da confiabilidade dos resultados da pesquisa nessa área.

Referências

ARTIGUE, M. Ingénierie didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques, La Pensée Sauvage, Grenoble, v. 9, n. 3, p. 281-307, 1988.

ALMOULOUD, S. A. e SILVA, M.J.F. Engenharia didática: evolução e diversidade. R. Eletr. De Edu.Matem., v.07, n.2, p.22-52, Florianópolis, 2012.

ARAÚJO, P.C. ; IGLIORI, S.B.C. Engenharia Didática como uma Estatística Não-Paramétrica. Caderno de Física da UEFS, 2010.

BYAES, T. An essay towards solving a problem in the doctrine of chances. Phil. Trans. Roy. Soc. 53, 370-418, 54, 296-325, reprinted in Biometrika, 45 , p.293-315, 1958.

BOHR, N. Física atômica e conhecimento humano: ensaios 1932-1957. Rio de Janeiro, Contraponto Editora LTDA, 1995.

BUSSAB, W. O. e MORETTIN, P.A. Estatística Básica. Editora Saraiva, 5ª Edição. São Paulo, 2002.

CAPRA, F. O Tao da Física : uma análise dos paralelos entre a física moderna e o misticismo oriental. Ed. Cultrix, São Paulo, 2011.

GELMAN, A. Induction and Deduction in Bayesian Data Analysis**.** Special Topic: Statistical Science and Philosophy of Science Edited by Deborah G. Mayo, Aris Spanos and Kent W. Staley. RMM Vol. 2, p. 67–78, 2011.

GURGEL, C. M. **A.** Pesquisa etnográfica e educação matemática:processo, contextualização e construção. **http://www.periodicos.udesc.br/index.php/linhas/article/viewFile/1257/1069.** Acesso em 04/08/2012.

KANT, I.Crítica da Razão Pura. Tradução baseada no original alemão intitulado KRITIK DER REINEN VERNUNFT, Edição da Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 2010.

KUHN,T.S. The Structure of Scientific Revolutions, University of Chicago Press, Chicago, 1962.

LAKATOS, I. The methodology of scientific research programmes, Philosophical Papers Volume I, Cambridge University Press, Paperback edition, Cambridge, 1999

LAKOFF, G. & JOHNSON, M. Metaphors We Live By. Chicago: University of Chicago Press, 1980.

LEITE, K.G. Metáfora e Matemática: A contingência em uma disciplina escolar considerada exata**.** Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Educação da UFMG sob a orientação do Prof. Dr. Michael F. Otte, Cuiabá, 2010.

LESTER, F. K. On the Theoretical, Conceptual, and Philosophical Foundations for Research in Mathematics Education. In: Theories of Mathematics Education, Springer, p. 67-85, 2010.

MAGALHAES, M. N. e LIMA, A. C. P. Noções de Probabilidade e Estatística. 7ª. ed. São Paulo: Edusp, 2011.

OTTE, M. Complementarity, Set and Numbres. Educational Studies in Mathematics. 53: 203-228, Printed in the Netherlands: Kluwer Academic Publisher, 2003.

OTTE, M. F. Metaphor and Contingency**.** In: RADFORD, L.; SCHUBRING, G.; SEEGER, F. (Orgs.). *Semiotics in Mathematics Education: Epistemology, History, Classroom, and Culture*. Rotterdam: Sense Publishers, 2008.

PAULINO, C.D.; TURKMAN, M.A.A.; MURTEIRA,B. Estatística Bayesiana, F. Calouste Gulbenkian, 2003.

POPPER, K. A Lógica da Pesquisa Científica, editora Cultrix, São Paulo-SP, 1993.

_________ Conjecturas e Refutações, Tradução de Benedita Bettencourt. Coimbra: Livraria Almedina,2003.

RAGIN, C. C.Fuzzy-set social science. Chicago: University of Chicago Press, 2000.

RÉGNIER, Jean-Claude; GRAS, R.; BAILLEUL, M. 6º Colóquio Internacional sobre Análise Estatística Implicativa - A.S.I., Caen (França), 2012. https://sites.univ-lyon2.fr/asi6/lang/br/Appel_ASI6_PT_BR.pdf. em 15/08/2012.

ROSS, A, e ONWUEGBUZIE, Prevalence of Mixed Methods Research in Mathematics Education. *The Mathematics Educator,* Vol. 22, No. 1, p. 84–113, 2012

SCHONER, B. Probabilistic Characterization and Synthesis of Complex Driven Systems. Doctor of Philosophy, MIT, 2000.

SILVEIRA, F.L. A Teoria do Conhecimento de Kant: O Idealismo Transcendental**.** Caderno Brasileiro de Ensino de Física, v.19, p. 28-51, Florianópolis,2002.

SINGPURWALLA, N., D. e BOOKER, J.M.Membership Functions and Probability Measures of Fuzzy Sets**,** Journal of the American Statistical Association, Vol. 99, No. 467, Review Article September, 2004.

SPAGNOLO, F. Fuzzy Logic, Fuzzy Thinking and the teaching /learning of mathematics in multicultural situations. The Mathematics Education into the 21º Conference and the Undecidable in Mathematics Education Brno, Czech Republic, September, 2003.

____________ L'Analisi Statistica Implicativa : uno dei metodi di analisi dei dati nella ricerca in didatticadelle Matematiche, Troisième Rencontre Internazionale A.S.I. (Analyse Statistique Implicative), Octobre , Palermo, Itália, 2005

_________GRAS, R.A. New approach in Zadeh's classification: fuzzy implication through statistic implication. In NAFIPS-IEEE 3rd Conference of the North American Fuzzy Information Processing Society, p. 425-429, 2004.

STRAUSS, A. e CORBIN, J. (2008)Pesquisa qualitativa: Técnicas e procedimentos para o desenvolvimento de teoria fundamentada. Tradução Luciane de Oliveira da Rocha. 2ª Ed. Artmed, Porto Alegre, 2008.

SULEMAN, A. Abordagem Estatística de Conjuntos Difusos, Edições Sílabo, Lisboa, 2009.

UTSUMI, M.C.; CAZORLA,I.M.;VENDRAMINI, C.M.M. e MENDES, C.R. Questões metodológicas dos trabalhos de abordagem quantitativa apresentados no GT19-ANPED. Educação Matemática e Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduação em Educação Matemática/PUC-SP, São Paulo-SP, 1999.

VIERTL, R. Statistical methods for fuzzy data. John Wiley & Sons, New Delhi, India, 2011.

ZADEH, L. A. Fuzzy sets. Inf Control, 8, p.338-353, 1965

____________Probability measures and fuzzy events. J.Math. Anal Appl, 23, 421-427, 1968.

_____________Discussion: Probability Theory and Fuzzy Logic Are Complementary Rather Than Competitive. *Technometrics*, 37, p.271–276, 1955.