OS BLOCOS LÓGICOS E O DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO COMBINATÓRIO

Paulo Jorge Magalhães Teixeira
IME – UFF, Colégio Pedro II
pjuff@yahoo.com.br

Resumo:
Este trabalho apresenta o resultado de reflexões acerca de uma experiência realizada com quatro crianças, todas com 10 anos completos, estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental de um colégio federal localizado na área urbana de uma grande cidade, durante a qual foram propostas situações-problema cujo objetivo foi o de construir, classificar, identificar e contar os elementos de diferentes coleções de objetos selecionados do material concreto "Blocos Lógicos". Utilizaram-se árvores de possibilidades para o desenvolvimento de noções básicas relacionadas com o raciocínio combinatório de maneira a favorecer a apropriação de procedimentos e conceitos para um dos significados da multiplicação, que é a ideia combinatória. Em relação à fundamentação teórica valemo-nos de resultados de pesquisas para analisar a introdução de conceitos sob a luz da Teoria dos Campos Conceituais, na perspectiva de Gérard Vergnaud (1991).

Palavras-chave: Raciocínio Combinatório; Combinatória; Ensino e Aprendizagem; Ensino Fundamental.

1. Introdução

Nosso objetivo é o de relatar experiência realizada com um grupo de quatro alunos do 5º Ano do Ensino Fundamental, em dois encontros de duas horas-aula cada, com duração aproximada de 200 minutos, que socializaram a resolução de algumas situações-problema com o uso do material pedagógico conhecido como Blocos Lógicos. Os alunos vivenciaram procedimentos metodológicos que contribuem para a apropriação e o desenvolvimento do raciocínio combinatório, enquanto construíam árvores de possibilidades e obtinham, por enumeração, a contagem direta dos agrupamentos de objetos presentes nos "galhos terminais" da árvore. A utilização de peças dos Blocos Lógicos para a construção de diferentes árvores de possibilidades obedecendo à separação dos objetos em conjuntos disjuntos e, por outro lado, tendo uma árvore de possibilidades em mãos, fazer a posterior separação, identificação e contagem dos objetos ali representados têm como propósito conhecer as potencialidades de atividades dessa natureza para o entendimento e o desenvolvimento do raciocínio combinatório. Também teve o objetivo de identificar até que ponto o conhecimento dos procedimentos acerca da construção de uma árvore de possibilidades e o entendimento de seus elementos constitutivos, constituem-se em ferramenta combinatória adequada para a obtenção da solução de situações-problema de contagem, contemplando noções básicas de combinatória. Durante a construção de uma árvore de possibilidades, a ação de determinar o quantitativo das ações de tomadas de decisões, a cada "nó" da árvore, visa favorecer o entendimento acerca da aplicação do Princípio Multiplicativo, tomando por base relações entre objetos do tipo "um-para-muitos", conforme Nunes e Bryant (1997). Destarte, realçamos a importância de trabalhar, já a partir da 3ª Série/4º Ano, com árvores de possibilidades em situações que permitem introduzir ideias que envolvem o raciocínio combinatório, tal qual prescrevem os PCN (1997) e resultados de pesquisas. Segundo Navarro-Pelayo et al (1996): "Fischbein & Gazit (1988) estudaram o efeito da instrução sobre a capacidade de trabalhar com problemas de combinatória, descobrindo que, inclusive crianças de 10 anos, podem aprender algumas ideias combinatórias com a ajuda do diagrama de árvore" (NAVARRO-PELAYO et al ,1996, p.2). O entendimento das etapas de construção de uma árvore de possibilidades, bem como de esquema, produto cartesiano, tabela de dupla entrada ou a enumeração de conjuntos disjuntos de agrupamentos constituem-se em alternativas atraentes de solução de um mesmo problema de contagem. O objetivo é de que o aluno conheça e se familiarize com essas diferentes representações gráficas que possibilitam determinar todos os casos possíveis que satisfazem à solução da situação-problema proposta e em seguida contá-los. Depois que o aluno se familiariza com a construção de algumas representações gráficas e efetue a contagem direta das possibilidades, o professor pode sugerir que ele utilize uma ou mais expressões aritméticas que determinam o mesmo valor da contagem que foi feita antes. Essa é uma alternativa para a contagem, obtida por meio de expressões aditivas ou uma equivalente expressão que envolva um cálculo multiplicativo. Em algumas situações-problema propostas, ao pedir que os alunos construíssem árvores de possibilidades, foi possível identificar que eles determinam a contagem dos casos possíveis a partir dos "galhos terminais" da árvore. Nesses "galhos" estão identificados os elementos constitutivos do conjunto finito solução, os quais foram obtidos segundo padrões próprios sistematizados por cada aluno, enquanto construía a árvore. As ações que permitem a construção dos "galhos" são idênticas àquelas que se utilizam quando da aplicação do Princípio Multiplicativo de modo que, quando o aluno julgar procedente ele se desprenderá da necessidade de construí-la e de efetuar a contagem direta dos conjuntos disjuntos que compõem os "galhos". A partir de então ele indica a operação de multiplicação e efetua a contagem, segundo a qual os fatores envolvidos correspondem à totalidade de modos de efetuar as ações constitutivas dos "galhos iniciais, galhos internos e galhos terminais".

Sit.1: Separe as seguintes peças dos blocos lógicos: três retângulos finos e grandes nas cores amarela, azul e vermelha e dois círculos grossos na cor vermelha, um pequeno e um grande. Queremos juntar um círculo sobre um retângulo. Quantos conjuntos diferentes contendo as duas peças podem ser feitos? As crianças separaram as peças conforme estabelecido no enunciado e montaram os 6 diferentes conjuntos possíveis. Há duas ações combinadas: escolha de uma peça no formato retangular e escolha de uma peça em círculo ou escolha de uma peça em círculo e em seguida, escolha de peça em retângulo. A escolha da peça retangular poderá ser feita de 3 maneiras distintas: cor amarela, cor azul ou cor vermelha (três primeiros galhos da árvore). Para cada ação de escolha de uma peça retangular há duas distintas maneiras de escolha do círculo para combinar com o retângulo escolhido: o círculo pequeno ou o círculo grande (os dois galhos intermediários da árvore para cada escolha de retângulo feita). Para cada dupla de ações combinadas (escolha do retângulo e do círculo) num total de seis possibilidades, há um conjunto diferente de duas peças que atendem à solução do problema, que deve ser identificado em cada um dos 6 galhos terminais da árvore. O total de 6 possibilidades, pelo uso do Princípio Multiplicativo, pode ser obtido por 2 x 3 = 6 ou por 3 x 2 = 6, e está apresentado nos conjuntos de duas peças nos galhos terminais de uma árvore. Em uma folha de papel pardo, grande, colocada no chão da sala, os alunos completaram as duas árvores, onde apenas os títulos estavam escritos e as 3 linhas da primeira e as 2 linhas, respectivamente, das 2 árvores estavam desenhadas. Note que os fatores correspondem à totalidade de galhos da árvore representados para cada uma das possibilidades de tomada de decisão, em cada ação. Convém chamar atenção para o fato de que as representações dos agrupamentos de dois objetos que formam cada diferente figura montada, na forma de conjuntos com dois elementos cada não representam ordenação entre os objetos envolvidos, uma vez que qualquer uma das 2 peças que compõe cada conjunto retângulo-círculo poderia ser escolhida em qualquer ordem. O melhor é que devêssemos representar na forma de conjuntos, como: {retângulo fino grande amarelo, círculo grosso vermelho pequeno}. Dessa forma, como se tem 6 conjuntos disjuntos, poder-se-ia aplicar o Princípio Aditivo obtendo a contagem de possibilidades. É importante fazer esse tipo de diferenciação na representação das soluções a uma dada situação-problema de modo que, em situações tipo escolher Presidente e Secretário para direção do Grêmio as escolhas (Ana, Paulo) e (Paulo, Ana) diferem entre si em relação aos cargos dos ocupantes e, neste caso, o par ordenado é a representação correta, e não na forma de conjuntos. Em princípio, problemas como estes podem ser resolvidos sem que seja necessário fazer nenhum cálculo, uma vez que a solução pode ser obtida pela contagem direta das possibilidades. Nesse caso, o objeto da aprendizagem que emerge da situação-problema proposta é a descoberta de um procedimento: construção de uma tabela de dupla entrada ou um diagrama ou uma árvore, que assegure a identificação de todos os casos possíveis. Essas outras representações foram desenhadas em outra folha de papel pardo, colocada no chão, e foi pedido que os alunos as completassem. De início, o aluno precisa utilizar-se de uma representação na qual tenha segurança de que todas as possibilidades possíveis foram obtidas e identificadas, sem que tenha dúvidas de que o total de possibilidades esteja correto. Mas, por exemplo, caso a árvore construída esteja errada, uma vez que o aluno tenha cometido erro por excesso ou por falta, na contagem, é preciso que o aluno estabeleça estratégias que o permitam verificar as condições em que todas as possibilidades foram esgotadas. Essa vivência com tipos de situações-problema como a que foi proposta permite que, mais adiante, o aluno se aproprie de novos conceitos desenvolvidos nos outros anos da Educação Básica. As situações sugeridas, por mais simples que possam parecer, trazem possibilidades que não exigem outros conhecimentos de Matemática que não o de cálculos aritméticos simples, e estão apropriadas para níveis cognitivos de conhecimento a partir dos 10 anos de idade, sugerindo os primeiros contatos com enumeração, generalização e pensamento sistemático. O conjunto de situações objeto da experiência vivenciada permitiu incorporar sugestões de encaminhamentos e algumas modificações que as tornaram adequadas ao universo de alunos, tal qual foi sugerido.

2. Raciocínio Combinatório. O que é?

Antes de refletirmos sobre as potencialidades dos blocos lógicos é importante destacar o significado do raciocínio combinatório. Nos parece que na literatura o significado de raciocínio combinatório deva ser algo tão simples que não tem havido preocupação de conceituar esse tipo de raciocínio nos trabalhos, fazendo menção de modo bastante natural e corriqueiro, sem se aterem à cognição envolvida quando de seu uso. É fato que esse raciocínio é algo que não é inato ao ser humano. Mas, enquanto ser pensante, desde que sejam propostas situações as quais precise exercitar esse raciocínio, utilizando estratégias relacionadas a ele, uma pessoa terá melhor êxito na resolução de problemas de contagem se raciocinar combinatorialmente desde que o ensino que lhe é ofertado seja desenvolvido com esse propósito, com ela e junto dela. Mas, quem são essas estartégias? Segundo Navarro-Pelayo (1996): "De acordo com Inhelder e Piaget (1955), o raciocínio hipotético-dedutivo opera com as possibilidades que o sujeito descobre e avalia, por meio de operações combinatórias. Esta capacidade pode relacionar-se com os estágios descritos na teoria de Piaget: depois do período das operações formais, o adolescente descobre procedimentos sistemáticos de construção combinatória, ainda que para as permutações seja necessário esperar a idade de 15 anos" (NAVARRO-PELAYO, 1996, p.2). Todavia, os resultados de Fischbein (1975) mostram que a "capacidade de resolver situações que envolvam o raciocínio combinatório" nem sempre se alcança no nível das operações formais, se um ensino específico sobre o assunto não for oferecido. Assim, para os nossos propósitos, podemos dizer que raciocínio combinatório é um conjunto de ações cognitivas, não inatas ao sujeito, que permitam a ele encaminhar procedimentos de seleção, partição ou colocação, de objetos, pessoas, números ou letras, combinando-os adequadamente de modo que o resultado dessas ações tenha significado, obedeça a sistematizações e sua representação possa ser feita utilizando diferentes linguagens - língua materna (a primeira língua que se aprende, pode ser Libras ou de Sinais), verbal, matemática, gráfica ou na forma de tabelas – como meio de produzir, expressar e comunicar ideias, interpretando diferentes intenções e situações. Portanto, o raciocínio combinatório é concebido quando se pensa no ato de "combinar" (o mesmo que compor, juntar ou associar) objetos (ou pessoas, letras, algarismos). Podemos então dizer que ele se refere à aquisição de habilidades e competências que são exigidas quando o desenvolvemos mesmo antes de precisar utilizar-se de operações combinatórias para a solução de problemas de combinatória. É neste arcabouço de ideias que o raciocínio combinatório pode ser explorado ao longo de toda a Educação Básica, como prescrito nos PCN (1997).

3. Blocos Lógicos e Metodologia

Os blocos lógicos constituem-se de 48 peças em formatos geométricos: quadrados, retângulos, triângulos e círculos (12 de cada), distribuídos nas cores amarelo, azul e vermelho, em dois tamanhos: pequeno e grande e em duas espessuras: fina e grossa. Eles foram criados por volta da década de 50 pelo matemático húngaro Dienes (Zoltan Paul Dienes), constituindo-se de material pedagógico que estimula crianças na percepção e na análise, favorecendo o raciocínio lógico (desenvolve noções com operações lógicas e suas relações, como correspondência e classificação) que pode levar a situações de raciocínio abstrato. Neste particular uso para desenvolver as primeiras noções relacionadas ao raciocínio combinatório sugerimos que eles sejam utilizados em conjunto com árvores de possibilidades, em duas situações distintas: uma em que o professor sugere diferentes classificações entre as peças e pede que os alunos as representem segundo o uso da árvore de possibilidades, e em outra na qual a árvore de possibilidades é desenhada e o professor pede para o aluno nomear os elementos constituintes dos "galhos" ou "ramos da árvore", indicando os quantitativos que foram identificados por meio do manuseio do material.

O grupo, com quatro alunos e dois professores (um regente da turma e outro observador), reuniu-se em dois encontros de duas horas-aula cada, em sala de aula de um Colégio Federal de Educação Básica, em horário diferente daquele em que exercem sua prática docente. O convite partiu do autor a um dos professores e este convidou o colega observador. Foram distribuídos três conjuntos de blocos lógicos de uso dos professores e pertencentes ao Colégio, um para cada dupla de alunos e o outro pertencente ao autor. No primeiro encontro foi distribuída uma ficha que continha as situações 2 a 5, sugeridas a seguir. No segundo encontro, uma semana após, no mesmo local e horário, nova ficha foi distribuída, onde foi proposto trabalhar a situação-problema 10, sendo pedido que resolvessem a situação da mesma forma como estivessem trabalhando com seus alunos, explorando o máximo de representações que conheciam para a solução. A dinâmica foi acordada de modo que as professoras discutissem entre si tendo o autor como mediador, interferindo quando solicitado, e as duplas de alunos apresentassem suas soluções nas folhas de papel em branco que foram distribuídas ou então no quadro de giz, bem como opiniões e sugestões dos alunos e que os professores prosseguissem nas discussões socializando-as entre si, mas que não deixassem de, quando possível, observar o que os alunos faziam, quando discutiam todos entre si, os quatro. O autor gravou as falas das professoras (algumas não foram compreendidas) e anotou os registros feitos no quadro de giz de modo a poder compreender como os processos de ensino se desenvolveram. Partiu dos professores a sugestão da atividade da situação 1. As situações de 2 a 10 foram sistematizadas pelo autor com base nas discussões e reflexões dos alunos, e apresentadas a seguir. Os professores disseram já terem feito trabalho similar com o uso dos blocos lógicos, mas não com a ênfase nas árvores de possibilidades, embora já a conhecessem.

4. Situações-problema desenvolvidas e sugestões de outras

Sit.2: De modo a descontrair a turma e interagir os alunos com a temática, sugerimos ao professor que coloque todos os alunos sentados no chão. A seguir, o professor deve pedir que os alunos dividam-se em grupos de meninas e meninos representando essa divisão através de uma árvore de possibilidades no chão, utilizando-se de uma fita crepe. A seguir pede que os alunos dividam-se em grupos por idade (anos completos) independente do sexo; depois que os alunos dividam-se em grupos, respeitando os bairros onde moram e, por fim, em grupos de acordo com clube de futebol que torcem. Em todas as situações, ora o aluno apresenta o desenho da árvore de possibilidades, ora pede sugestões de como a árvore poderia ser feita. Depois, o professor pede a construção de outras árvores de possibilidades com sugestões originárias dos alunos. *Sit.3:* Considerando que o quantitativo de peças dos blocos lógicos é 48, ao escrever o número 48 como resultado de um produto de fatores primos, tem-se: 48 = 2 x 2 x 3 x 4. Os divisores de 48 são D(48) = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48}. Vamos, então, trabalhar com situações relacionadas aos divisores de 48. Peça que os alunos dividam o conjunto das peças em dois grandes grupos, indicando essa divisão nos ramos da árvore, prosseguindo na contagem de peças em cada um dos ramos. As peças podem ser repartidas entre finas e grossas ou entre grandes e pequenas. *Sit.4:* Nesta situação o professor pede para escreverem nos três ramos da árvore desenhada por ele o que representa cada ramo e o total de peças em cada um. Os ramos são as três cores das peças. *Sit.5:* Nesta situação o professor pede para dividirem as peças em quatro grandes grupos e representarem essa divisão segundo uma árvore de possibilidades que eles deveriam desenhar, indicando o que cada ramo representa e a totalidade de peças em cada. Os ramos são as quatro formas das peças. *Sit.6:* Nesta situação o professor pede para dividirem as peças em dois grandes grupos e, a seguir, cada um desses grupos serem divididos em três grupos. Ou então, dividir a totalidade das peças em três grandes grupos e, a seguir, cada um desses grupos dividirem-se em dois grupos, e representarem essas subdivisões segundo uma árvore de possibilidades, a qual pode ser apresentada em quatro distintos formatos, visto que 6 = 2 x 3 = 3 x 2, indicando o que cada ramo representa e a totalidade de peças em cada. *Sit.7*: Como na situação anterior, o mesmo pode ser feito quando escrevemos 8 = 2 x 4 = 4 x 2 ou 12 = 2 x 6 = 6 x 2. Nesta situação o professor pode aproveitar para utilizar-se da representação na forma de produto cartesiano ou escrevendo os elementos na forma de elementos de um conjunto (quando essa representação já for conhecida): A x B = {{fino, círculo}, {fino, triângulo},{fino, quadrado}, {fino, retângulo}, {grosso, círculo}, {grosso, triângulo}, {grosso, quadrado}, {grosso, retângulo}}. Chamamos a atenção para o fato de que os elementos do produto cartesiano acima são conjuntos, cada um deles formado de 6(seis) peças que têm atributos diferentes daqueles que foram objeto do produto cartesiano: se o conjunto A possui o atributo espessura (fino ou grosso) e B possui o atributo forma (círculo, triângulo, quadrado, retângulo), então o produto cartesiano é um conjunto que possui seis elementos, cada um deles com peças que têm os atributos tamanho (pequeno, grande) e cor (amarelo, vermelho, azul). *Sit.8*: Como nas situações 4 e 5, o mesmo pode ser feito quando escrevemos 16 = 2 x 2 x 4 = 2 x 4 x 2 = 4 x 2 x 2. *Sit.9*: Nesta situação o professor apresenta diferentes árvores de possibilidades, e pede que os alunos indiquem os atributos em cada um dos ramos das árvores e o total de peças em cada ramo e o total delas na forma de produto dos fatores constituintes da totalidade de ramos e o total em cada um deles. Por exemplo: grupos de peças finas e grossas em duas diferentes cores; grupos de peças segundo cor, espessura e tamanho, ou então, peças segundo forma e espessura ou forma e tamanho. O professor poderá sugerir novas experiências para a classificação de outros diferentes objetos segundo o uso de árvores de possibilidades, caracterizando os atributos que julgar conveniente, utilizando-se de uma quantidade não muito grande de possibilidades, como: 3 x 4 x 3 = 36; 2 x 3 x 6 = 36; 2 x 2 x 9 = 36. *Sit.10*: Querendo saber quantas são as diferentes "casinhas", como as desenhadas a seguir, que podemos formar utilizando somente as peças grossas e pequenas.  . É preciso aproveitar situações como essa, com valores pequenos de possibilidades para explorar diferentes representações que a situação oferece as quais serão muito úteis em situações outras de matemática. Assim, acreditamos que o professor possa explorar com diferentes exemplos, situações similares a essas e outras tantas interessantes que a combinatória nos oferece e que os alunos vão gostar.

5. Situações didáticas e o Raciocínio Combinatório e Considerações finais

Segundo Guy Brousseau (1986), ao longo das atividades didáticas às quais o estudante é confrontado é desejável que "produza, formule, prove, construa modelos, linguagens, conceitos e teorias". Diferentes situações de Combinatória se prestam bem ao que Brousseau sugere. A utilização de diversas atividades envolvendo material concreto - além de jogos - no ensino da Matemática permite ao aluno se desenvolver enquanto sujeito protagonista de seu aprendizado. Desse modo, estimular gradualmente o uso do raciocínio combinatório num ambiente lúdico, em diferentes situações, promove o pensar, de forma criativa e crítica, desenvolvendo habilidades e competências cognitivas as quais passam a fazer parte de sua estrutura mental, podendo ser generalizadas para outras situações. Acredito que a combinatória e o raciocínio combinatório durante a fase de construção dos conceitos sejam importante ferramentas para que o aluno adquira conhecimentos e desenvolva habilidades que o capacitam para resolver problemas reais ao seu alcance, compreendendo outras situações. Infelizmente, quando se trata da ideia combinatória da multiplicação como sugerida em Brasil (1997, p.109-112), na maioria das vezes ela é pouco explorada e fica restrita a poucos exemplos que relacionam saias e blusas, procedendo-se à utilização de uma operação multiplicativa. Mas que, por outro lado, deixam de explorar diferentes representações para uma mesma situação, essencial para a apropriação de outros conceitos. Assim, após trabalhar com árvores o professor pode apresentar as potencialidades de sua utilização em situações simples de combinatória nas quais o raciocínio combinatório se faz presente e, assim, aproveitar situações com valores menores de possibilidades para explorar diferentes representações que serão muito úteis em situações outras de matemática. Manipular material concreto (quadrado e triângulo - objetos distintos) é muito importante para que o aluno compreenda o raciocínio da “combinação” no sentido de “combinar”, presente entre os objetos que estão à sua mão, de modo que, nas situações em que a quantidade de objetos seja grande ele não encontre dificuldades em realizar a contagem, principalmente naquelas que exijam a “combinação” de uma quantidade maior de cada tipo de objeto em algo mais do que somente dois tipos desses objetos. Como visto utilizar diferentes representações para uma situação envolvendo raciocínio combinatório favorece a apreensão intuitiva do princípio fundamental da contagem, imprescindível ao desenvolvimento do pensamento abstrato e no uso em situações que exigem generalização. Por conta disso, este trabalho tem como sustentação a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1991), a qual leva em conta uma série de fatores que influenciam e interferem no ensino e na aprendizagem quando se procura identificar, formar e desenvolver determinado conceito. O trabalho com situações é muito importante para que o conhecimento conceitual possa emergir a partir da exploração de atividades desafiadoras, desencadeadas a partir de adequados procedimentos em conjunto com a manipulação de material concreto (se possível). Nossa intenção é oferecer opções de situações para o professor trabalhar explorando conceitos de combinatória na Educação Básica. Um dos grandes “nós” que afligem os educadores matemáticos é compreender que a aquisição e a compreensão de um dado conceito não se dão unicamente com a apresentação de um tipo de situação (não emerge daí, somente) e, por outro lado, que uma dada situação pode vir a envolver mais do que um só conceito, por mais simples que possa ser aos nossos olhos. Portanto, conceitos matemáticos têm significado para o aluno quando eles são por ele identificados a partir do enfrentamento de uma variedade (tão extensa quanto necessário) de situações nas quais ele pode compreender a sua importância. Por outro lado, uma dada situação pode apresentar diferentes conceitos envolvidos, ou seja, ela necessita mais do que um conceito para ser analisada e compreendida. Assim, um único conceito fechado em si, e uma única situação não são suficientes para dar conta da aquisição de um dado conhecimento, de forma plena e consistente, capaz de proporcionar segurança no seu uso em diferentes contextos. Combinar objetos como o que foi feito é de tal sorte importante na fase das discussões referentes às ideias acerca do conceito de multiplicação quanto na apropriação e no desenvolvimento do raciocínio combinatório por meio de atividades que visam à apropriação das noções básicas de Combinatória quando da construção de uma árvore de possibilidades para resolver um problema de contagem. Porém, não vivenciar o manuseio das peças dos blocos lógicos quando da resolução desses tipos de situações-problema para a compreensão e a sistematização dos conceitos e significados da multiplicação e da divisão, como explicitado, podem acarretar outras dificuldades que se originam do fato de o conceito não ter sido bem compreendido ou quando esses conhecimentos não foram construídos e explorados pelo aluno. Assim, o desenvolvimento do raciocínio combinatório favorece possibilidades para que o aluno possa levantar hipóteses, questionar, deduzir, tirar conclusões e expressar-se oralmente ou por escrito sobre o que ele está pensando, preparando-o para que seja capaz de tomar decisões de modo consciente.

6. Referências

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática. 1º e 2º ciclos. Secretaria de Ensino Fundamental. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997.

BROUSSEAU, Guy Fondements et Méthodes de la Didactique dés Mathématiques. Recherches em Didactique dés Mathématiques, v.7, n.2, p.33-116, Paris, 1986.

FISCHBEIN, Efraim. The intuitive sources of probabilistic thinking in children. Dordrecht: Reidel, 1975.

FISCHBEIN, Efraim. GAZIT, A. The combinatorial solving capacity in children and adolescents. Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik, v. 5, pp. 193-198,1988.

INHELDER, B., PIAGET. Jean. De La logique de l'enfant à La logique de l´adolescent. Paris: P.U.F., 1955.

NAVARRO-PELAYO, V., Batanero, Carmem. Godino, Juan D. Razonamiento combinatorio em alumnos de secundaria. 1996. Educación Matemática. 8(1). 26-39. Disponível em <HTTP: //www.ugr.es/~batanero>. Acesso em 27/12/2012.

VERGNAUD, Gèrard. El niño, las matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las matemática en la escuela primária. Editorial Trillas. México,1991.