COMO ALUNOS DO ENSINO MÉDIO LIDAM COM SITUAÇÕES DE PRODUÇÃO RELATIVAS AO VOLUME: UM ESTUDO SOB A ÓTICA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Ana Paula Nunes Braz Figueiredo
Universidade Federal de Pernambuco
apnbf@yahoo.com.br

Paula Moreira Baltar Bellemain
Universidade Federal de Pernambuco
paula.baltar@terra.com.br

Rosinalda Aurora de Melo Teles
Universidade Federal de Pernambuco
rosinaldateles@yahoo.com.br

Resumo
Considerando volume como constituinte do campo conceitual das grandezas geométricas, este trabalho objetivou investigar o conceito de volume mobilizado por alunos do ensino médio. Adotamos como aporte teórico a Teoria dos Campos Conceituais desenvolvida por Gérard Vergnaud e colaboradores. Analisamos como os alunos do ensino médio lidam com situações de produção de sólidos a partir de seu volume, aplicando duas atividades com 51 alunos de três escolas, uma da rede particular, uma da rede pública federal e outra da rede pública estadual. Observamos que a maioria não compreende volume como grandeza diante de situações de produção, pois não consegue produzir sólidos de volume menor ou igual ao sólido dado e por vezes confunde a grandeza volume com a figura geométrica. Percebemos também lacunas e entraves com respeito às relações entre volume e outros conceitos como o de área.

Palavras Chave: Grandezas e Medidas; Volume; Teoria dos Campos Conceituais.

1. Introdução

Volume, assim como outras grandezas como massa, área, perímetro, tem um uso de grande significado social, pela presença em atividades do cotidiano. Torna-se relevante seu estudo dentro de um programa de matemática, não só por configurar aplicabilidade da disciplina na prática social, como também por possibilitar a integração entre os vários tópicos programáticos (sistema de numeração, medidas, operações com números racionais, espaço e forma) e entre outras disciplinas como a física e a química.

A análise de pesquisas anteriores sobre o tema, como de Barros (2002) e de Oliveira (2002), revelou diversos tipos de erros associados à expressão “os alunos não compreendem o princípio de conservação de volume”. Além disso, mostra a persistência das dificuldades conceituais em torno do conceito de volume, da distinção entre volume e capacidade, e entre outras grandezas como massa e peso. Os autores supracitados também observaram que os alunos recorrem, na maioria dos casos, à utilização de fórmulas para calcular o volume.

Dessas constatações, surge a questão central da pesquisa desenvolvida por Figueiredo (2013), da qual o trabalho aqui apresentado é um recorte: como os alunos de ensino médio lidam com problemas sobre volume? Em busca de respostas para essa questão, esta pesquisa objetivou analisar a compreensão de volume como grandeza por alunos do ensino médio, adotando como aporte teórico a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990). A consideração de volume como grandeza tem sua origem na adaptação da hipótese didática oriunda das pesquisas desenvolvidas por Douady e Perrin-Glorian (1989), as quais distinguem três quadros para compreensão do conceito de área como grandeza: o quadro numérico, o quadro das grandezas e o quadro geométrico.

O recorte escolhido para essa comunicação corresponde à buscar elementos de resposta à seguinte questão: Como os alunos do ensino médio lidam com problemas nos quais está em jogo a produção de sólidos a partir de condições dadas sobre seu volume? Para isso, utilizamos dois instrumentos de coleta de dados: um teste de sondagem e entrevistas com alunos do terceiro ano do ensino médio.

Abordamos situações de produção que envolvem o conceito de volume para a construção do mesmo, que permitam aos alunos mobilizarem estratégias diversas para a resolução das questões que foram aplicadas e analisar a importância da utilização de representações simbólicas utilizadas nas questões, tanto explicitamente como implicitamente. Desta forma, obtivemos um diagnóstico sobre o que os alunos do ensino médio compreendem a respeito do conceito de volume como grandeza, diante de situações de produção.

2. Referencial teórico

Para Vergnaud (1990), a constituição de um conceito depende de três dimensões do conhecimento, as quais estão inter-relacionadas. O conceito é então definido por:

C= {S, IO, R}

Em que:

S = conjunto de situações que dão sentido ao conceito (a referência);

IO = conjunto de invariantes operatórios, mecanismos utilizados pelo sujeito na resolução do problema (teoremas-em-ação e conceitos-em-ação), sobre os quais se apoia a operacionalidade dos esquemas (significado);

R = conjunto de representações simbólicas utilizadas/possíveis, tanto para apresentação quanto para resolução do problema (significante).

Desta maneira, o conceito é constituído por situações de referência, invariantes operatórios e sistemas de representação simbólica.

Isso implica que para estudar o desenvolvimento e uso de um conceito, ao longo da aprendizagem ou de sua utilização, é necessário considerar esses três conjuntos simultaneamente, não se pode reduzir o significado nem aos significantes nem às situações. Assim, um conceito não se refere a um só tipo de situação e uma situação não pode ser analisada com um só conceito.

Para análise do objeto de estudo, levamos em consideração a classificação em quadros dada ao conceito de área por Douady e Perrin-Glorian (1989) e transposta em pesquisas anteriores (OLIVEIRA, 2002; BARROS, 2002) para o conceito de volume.

O quadro numérico refere-se ao conjunto dos números reais não negativos. O quadro geométrico, para o conceito de área, é constituído pelas figuras que possuem superfície no mundo físico, e o quadro das grandezas são as classes de equivalências das figuras planas de mesma área, e pode ser representado pelo número e pela unidade de medida, por exemplo, $2m^2$.

Considerando de relevância para este estudo o esquema conceitual de quadros construídos por Douady e Perrin-Glorian (1989), podemos considerar os conceitos de volume e capacidade como sendo objetos do quadro das grandezas, os sólidos correspondem ao quadro geométrico e os números reais positivos referentes às medidas das grandezas correspondem a objetos do quadro numérico.

Os tipos de situações propostas nesta pesquisa são os baseados na classificação dada por Baltar (1996) para o conceito de área, que consistem em situações de medida, de comparação e de produção. A situação de medida tem como subtipos situações de transformação de unidade e de operacionalização de volume.

Assim, extraímos os resultados obtidos na dissertação, referentes às questões que envolviam situação de produção do teste de sondagem; tais questões que constituíam parte do teste de sondagem, foram retiradas do trabalho de Anwandter-Cuellar (2008).

Anwandter-Cuellar (2008) levando em consideração a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud e realizando uma analogia com a pesquisa de Baltar (1996) sobre o conceito de área, investigou a aprendizagem do volume em sua dissertação de Master 2 (nível equivalente ao mestrado brasileiro) na França, com 89 alunos dos anos finais do ensino fundamental. Segundo a autora supracitada, os alunos utilizam procedimentos situados no quadro numérico para resolução dos problemas envolvendo situações de produção, como a fórmula de volume.

Situações de produção se caracterizam pela produção de um sólido com volume menor, maior ou igual a um volume dado. Podendo ser: produção de um sólido com volume dado, produção de um sólido com volume menor ou maior, produção de um sólido de volume igual ao de outro sólido dado. Aspectos que podemos observar como entraves diante desse tipo de situação são quanto ao volume do sólido a ser formado a partir de outro sólido, em que se pede de mesmo volume ou de volume maior ou menor, se os alunos conseguem calcular o volume do sólido a ser construído e se os alunos conseguem dissociar o sólido do volume, e construir sólidos diferentes do sólido dado, ou seja, por exemplo, se o sólido dado for um paralelepípedo retângulo, se os alunos constroem sólidos diferentes como o cilindro, o cone, a esfera, entre outros, mostrando que compreendem o quadro das grandezas e sua articulação com os outros quadros, numérico e geométrico.

Como estratégias o aluno pode dispor: da composição, da decomposição-recomposição e do Princípio de Cavalieri.

Portanto, este trabalho tem por finalidade analisar a compreensão de volume como grandeza por alunos do ensino médio, diante de situações de produção.

3. Metodologia da pesquisa

Devido à existência de poucos trabalhos sobre esse tema, optamos por realizar um estudo exploratório, no qual trabalhamos com um grupo de 51 alunos do ensino médio previamente selecionados, de uma escola da rede particular, uma escola da rede pública estadual e uma escola da rede pública federal de ensino da cidade de Recife-PE. As escolas foram selecionadas por serem de referência para o ensino médio nessa cidade, porém, na análise dos dados, todos os sujeitos são tratados indiscriminadamente por não haver intenção de comparar performances das escolas e sim, com o intuito de obter procedimentos de resolução diversificados.

O teste de sondagem permitiu observar como cada aluno, em situação individual e sem consulta, lida com problemas de diversos tipos, envolvendo volume, além de permitir uma confrontação com a análise a priori. As entrevistas, com dez alunos selecionados, objetivaram validar ou não as pistas e evidências sobre a construção do conceito do volume obtidas a partir da aplicação do teste de sondagem, para esclarecer as respostas dadas por eles no teste escrito, confirmando ou não a interpretação dada à resolução deles.

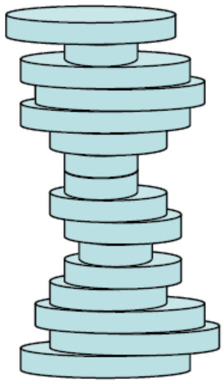
Para construção do questionário, levamos em consideração o estudo de Anwandter-Cuellar (2008) a partir do qual refletimos a respeito das situações de produção, e como os alunos do ensino médio lidam com ela, lembrando que este estudo trata-se de um recorte da pesquisa mais ampla que contemplou os três tipos de situação.

Desta forma, agrupamos as atividades que foram aplicadas aos alunos de acordo com o tripé de Vergnaud (1990) para a obtenção de um conceito (situações, invariantes operatórios e representações simbólicas) e levando em consideração a articulação entre os quadros geométrico, numérico e das grandezas construídos por Douady e Perrin-Glorian (1989).

Como o tema volume só é ensinado no fim do ano letivo do segundo ano do ensino médio, decidimos realizar nosso estudo exploratório com o terceiro ano do ensino médio.

O teste, do total de doze questões envolvendo as situações de volume, continha duas questões de situação de produção, ambas retiradas do trabalho de Anwandter-Cuellar (2008), conforme a seguir:

1) O empilhamento abaixo foi construído a partir de cilindros de $2cm^3$, $4cm^3$ e $8cm^3$ respectivamente. Construa sólidos com 1/3 do volume deste empilhamento. Saiba que os cilindros têm a mesma altura mas apresentam variação de raios.



Codificamos de Q1 a primeira questão. Alguns erros podem ser previstos para esta questão, como a contagem incorreta do volume do sólido a ser construído; ou construir 3 sólidos com a mesma quantidade de cilindros de mesmo volume presentes na questão, e considerar o volume final do sólido construído como sendo apenas a soma dos volumes dos cilindros que participaram da construção de cada sólido, desconsiderando os cilindros que restaram da distribuição. Esta forma de lidar com a divisão de números naturais refere-se à discretização da grandeza.

No trabalho de Anwandter-Cuellar (2008), o teste foi aplicado com 89 alunos. Foi observado que a maioria dos sujeitos (72%), calculou o volume total e dividiu por 3; 17% não construíram o sólido, e, do restante que acertou o volume do sólido, a metade construiu cilindros e a outra metade construiu paralelepípedos retângulos. Diante desses resultados, a autora pôde concluir que há predomínio do aspecto numérico na resolução da questão.

A segunda questão só foi alterada devido à tradução, para trocar o personagem de Luc para João. Codificamos de Q2a, a letra a desta segunda questão, de Q2b, a letra b e de Q2c, a letra c.

2) João possui 36 cubinhos de 1cm de aresta. Ele quer organizá-los de modo a formar um paralelepípedo retângulo.

a)Indique quantos paralelepípedos retângulos diferentes João poderá formar com os 36 cubinhos.

b)João acha que todos os paralelepípedos retângulos formados possuem o mesmo volume. O que você acha?

c)João acha que todos os paralelepípedos retângulos formados têm a mesma área pois possuem a mesma quantidade de cubinhos. Você concorda com ele?

A segunda questão apresenta como objetivos: na letra a, observar se o aluno compreende a invariância do volume por decomposição e recomposição; na letra b, observar se o aluno compreende a invariância do volume por isometria; e na letra c, observar se o aluno compreende área e volume como grandezas distintas.

Para resolver o número de paralelepípedos retângulos que João poderá formar com 36 cubinhos, poderemos utilizar o método de tentativa-e-erro, ou decompor o número 36. Assim poderemos formar 8 paralelepípedos retângulos, ao decompor o número 36 no produto de 3 números naturais, dando indícios de que os alunos compreendem a invariância do volume por decomposição e recomposição, segundo Anwandter-Cuellar (2008) .

O aspecto geométrico é importante para a resolução, embora no trabalho de Anwandter-Cuellar (2008) o aspecto numérico também foi observado em alguns casos (19,35%) em que eram consideradas as medidas das dimensões do paralelepípedo.

Na letra b, a resposta correta é que os paralelepípedos terão o mesmo volume, assim, o aluno mobiliza o terorema-em-ação correto do ponto de vista matemático: "Sólidos compostos por outros sólidos, organizados diferentemente têm mesmo volume", buscando justificativas do tipo: sólidos formados pela mesma quantidade de cubos de mesmas dimensões, possuem o mesmo volume." Como a decomposição e recomposição conserva o volume, considera correto o pensamento de João de que todos os paralelepípedos retângulos possuem o mesmo volume. Pode utilizar como estratégia o cálculo de volume por contagem de cubinhos ou pela fórmula.

Porém, se não respondeu corretamente a letra a, desenhando paralelepípedos contendo quantidades de cubinhos, no total, diferentes, logo, não considera o mesmo volume para os paralelepípedos, pois teriam os paralelepípedos volume diferentes, por conter quantidades de cubinhos diferentes. Assim, erra a questão, não concordando com o pensamento de João. Ou, também erra a questão se considerar o volume dependente da forma e da posição dos paralelepípedos construídos no espaço, por exemplo, o de maior altura, teria maior volume, o que mostra a dificuldade em compreender a independência de volume com a forma e a posição do sólido no espaço.

Anwandter-Cuellar (2008) verificou que 38,71% dos alunos estudados, consideraram a conservação de volume independente da forma do sólido. Porém, outros buscaram o cálculo de volume a partir da fórmula para justificar a questão, mostrando o aspecto numérico em evidência.

Na letra c, como resposta correta, o aluno deve considerar que a área se altera, ao mudar as dimensões do paralelepípedo; como estratégia, pode calcular a área total dos paralelepípedos construídos somando as áreas de cada face ou pela multiplicação de suas dimensões, assim como foi observado no trabalho de Anwandter-Cuellar (2008).

Porém, o aluno pode desenvolver o teorema-em-ação:"as superfícies de sólidos de mesmo volume têm a mesma área". Ao considerar este teorema como válido estará errando a questão, pois a área poderá variar de acordo com o paralelepípedo retângulo formado.

4. Dados e resultados

As situações de produção Q1 e Q2a obtiveram índices de acertos abaixo de 30%, e elevado índice de ausência de respostas, acima de 20%. Tais questões necessitavam da construção de um sólido. Portanto, nesse tipo de situação, os resultados apontam indícios de que os alunos não conseguem calcular o volume do sólido a ser construído e que os alunos não conseguem dissociar o sólido do volume, e construir sólidos diferentes do sólido dado. Observe o gráfico abaixo:

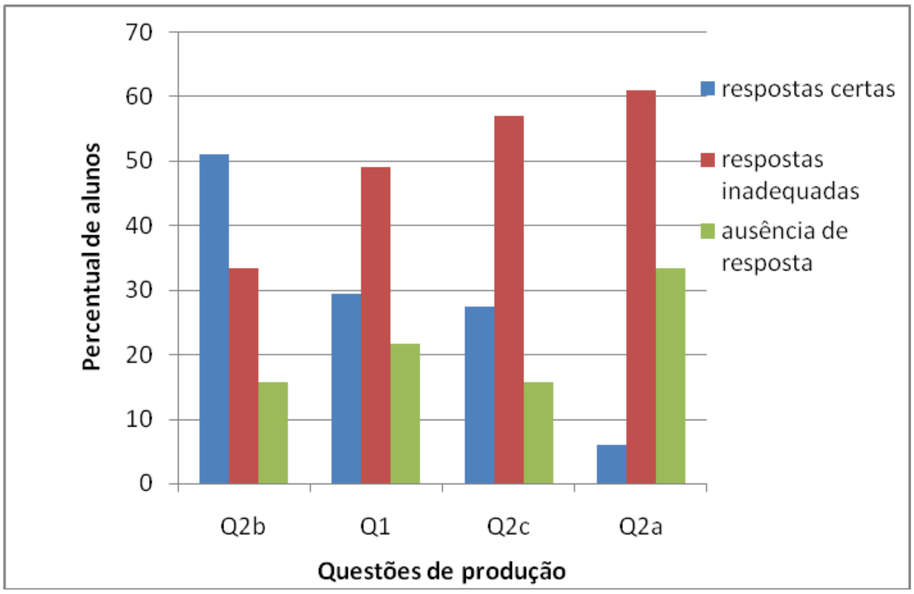


Gráfico 1- Resultado das Situações de produção

A Q1 trata-se de uma situação de produção que permite observar se o aluno mobiliza a ideia de independência do volume em relação ao objeto. Nesta questão, para o aluno alcançar o seu objetivo, deve construir sólidos diferentemente do sólido exposto, cujo volume é um terço do volume do sólido original. Deverá usar como estratégia a medida a partir da contagem dos volumes dos cilindros. Pode utilizar outro instrumento de medida que são os cilindros, para sua resolução e pode também construir outros sólidos diferentes dos cilindros dados, porém com seu volume correspondendo à terça parte do volume do sólido desenhado, o que mostra a independência do volume com a forma do sólido, considerando o volume como uma grandeza autônoma.

Apenas quinze alunos (29,41%) conseguem calcular o volume do sólido e construir o sólido com um terço do volume calculado; percentual bem abaixo do observado no trabalho de Anwandter-Cuellar (2008), que obteve 72%. Sete alunos que acertaram, construíram empilhamentos de cilindros, mostrando dependência do volume com a forma do objeto, assim como foi observado no estudo de Anwandter-Cuellar (2008).

Apenas um dos alunos construiu um cilindro, além de um paralelepípedo, demonstrando uma compreensão relativamente ampla da independência entre volume e o sólido. Observe o exemplo:

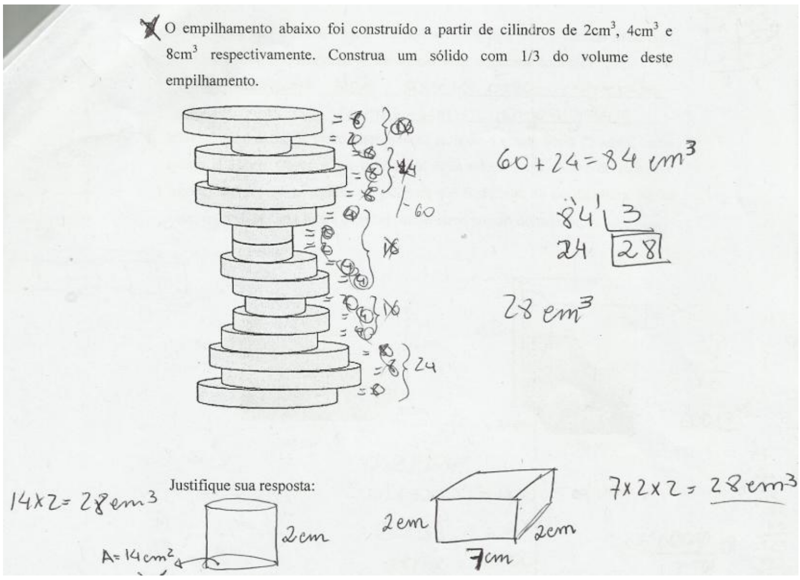


Figura 1- Extrato do protocolo de aluno JOR- Atividade Q1.

Três alunos calculam o volume do sólido a ser construído, utilizando a fórmula do volume do cone, já que o sólido da questão é constituído por um empilhamento de diversos cilindros, e acreditam que o sólido a ser construído é um cone, errando a questão. Observe abaixo:

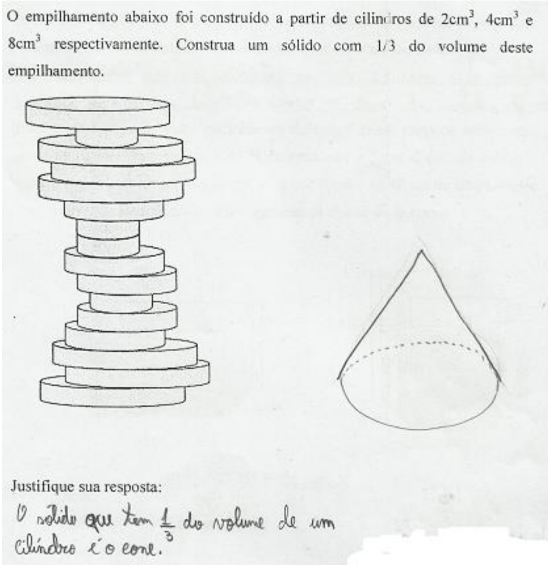


Figura 2- Extrato do protocolo de aluno CLA- Atividade Q1.

Tal procedimento evidencia a influência do aspecto numérico na resolução da questão, como visto no trabalho de Anwandter-Cuellar (2008).

A questão Q2a, em que era dado o volume para serem construídos com cubinhos sólidos diferentes, foi a que mais obteve respostas inadequadas deste grupo de situações (55,78%), o que dá indícios de que os alunos tenham dificuldades em compreender a invariância do volume por decomposição e recomposição, ou seja, de ser capaz de produzir sólidos de mesmo volume com a mesma quantidade de cubinhos, ou que tenham dificuldades no campo numérico, ao decompor o número, ou dificuldades no campo geométrico, não considerando sólidos diferentes apresentarem mesmo volume, o que dá indícios de que os alunos não articulam os quadros numérico e geométrico, assim como foi observado no estudo de Anwandter-Cuellar (2008). Apenas três alunos realizaram a montagem dos sólidos corretamente. Ver figura abaixo.

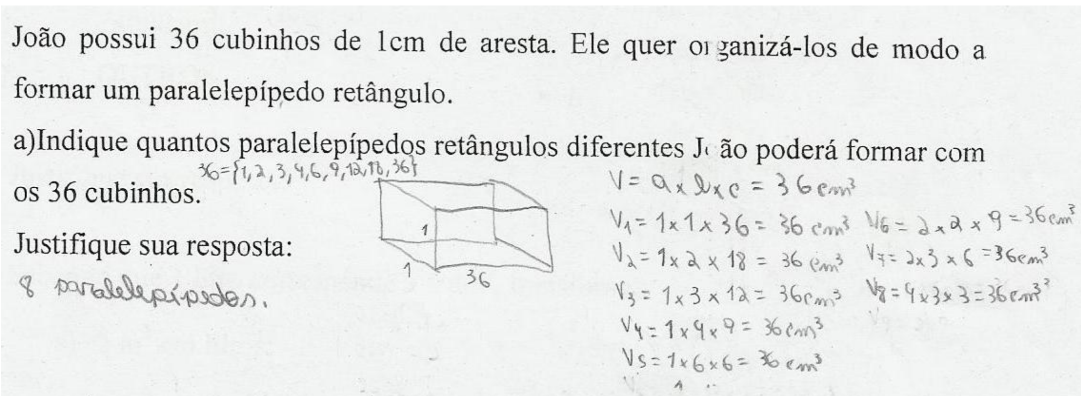
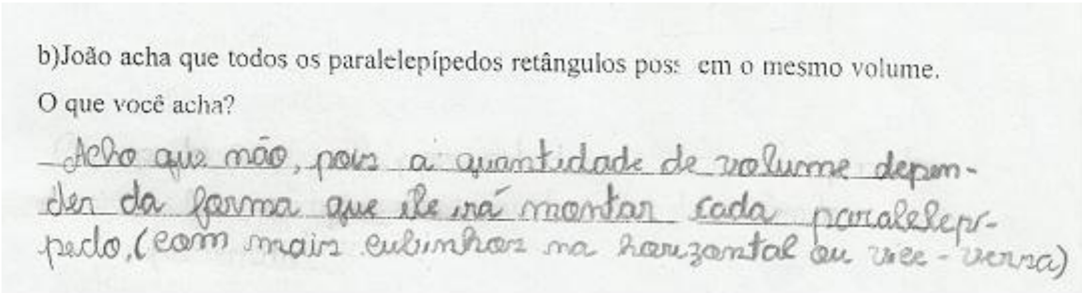


Figura 3 - Extrato do protocolo de aluno FLA- Atividade Q2a

Dos erros, treze alunos buscaram nos divisores as combinações possíveis, porém erraram na quantidade de combinações. Outros erros indicam que os alunos buscaram dividir em partes iguais os 36 cubinhos e acharam respostas diversas, como 3, 4, 6, 12 e 18 paralelepípedos, o que aponta para a interpretação incorreta do enunciado da questão.

De acordo com os resultados obtidos, podemos observar no gráfico 1 que a Q2b foi melhor compreendida pelos alunos, mostrando percentual de acertos igual a 50,98%, acima do resultado obtido por Anwandter-Cuellar (2008), o que evidencia que os alunos compreendem volume como uma grandeza autônoma, independente da forma do objeto a ser construído com a mesma quantidade de cubinhos de 1cm de aresta cada. Em tal questão, dos 17 alunos que erraram, correspondendo a um percentual de erros igual a 33,33%, ou não resolveram, ou erraram a Q2a. Observe o exemplo:

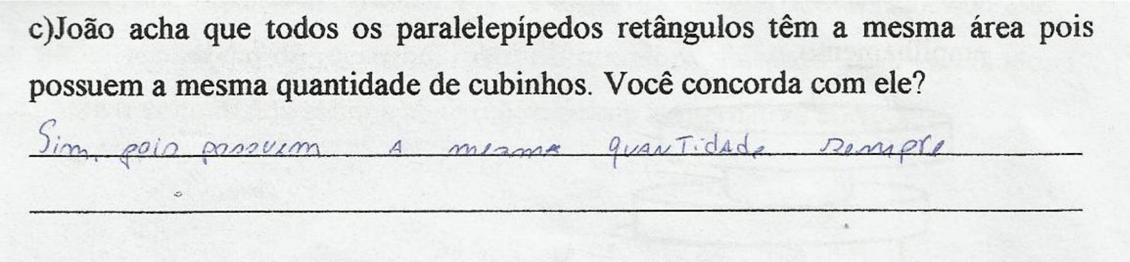

b)João acha que todos os paralelepípedos retângulos pos em o mesmo volume.
O que você acha?

- Acho que não, pois a quantidade de volume depen-
der da forma que ele irá montar cada paralelep-
pedo.(com mais cubinhos na horizontal ou vice-versa)

Figura 41- Extrato do protocolo de aluno LMSP- Atividade Q2b.

Tal resultado aponta para a relevância da relação existente entre a produção do sólido (Q2a) e a compreensão de conservação de volume (Q2b). Os alunos que acertaram a questão Q2a, ou que tentaram resolver pela decomposição do número 36, e assim obtinham as dimensões possíveis, mas não conseguiram encontrar as 8 combinações da resposta correta, acertaram a questão Q2b, o que dá indícios de que os mesmos compreendem a independência de volume quanto à forma do objeto e de que mobilizaram o teorema-em-ação correto do ponto de vista matemático: "Sólidos compostos por outros sólidos, organizados diferentemente, tem mesmo volume", segundo a análise a priori.

Porém, a questão Q2c obteve um índice mais baixo de respostas certas, em relação à Q2b, por tratar da relação entre duas grandezas, volume e área. Os alunos podem ter mobilizado o teorema-em-ação errôneo do ponto de vista matemático: "As superfícies de sólidos de mesmo volume tem a mesma área", segundo observado na análise a priori. Observe o exemplo:



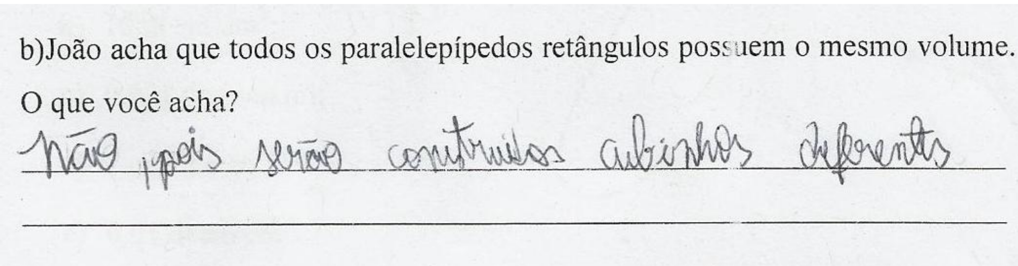
c)João acha que todos os paralelepípedos retângulos têm a mesma área pois possuem a mesma quantidade de cubinhos. Você concorda com ele?

Sim, pois possuem a mesma quantidade sempre

Figura 5- Extrato do protocolo de aluno RBM- Atividade Q2c

Em relação aos invariantes operatórios, codificamos TAC os teoremas–em-ação corretos do ponto de vista da matemática acadêmica e denominamos TAE para teoremas–em-ação errôneos do ponto de vista da matemática acadêmica. Desta forma, listamos os teoremas-em-ação mobilizados pelos alunos diante das resoluções das questões e durante as entrevistas.

O teorema-em-ação TA1E foi mobilizado por seis alunos na Q2b, ao relacionar volume com a forma dos objetos construídos com a mesma quantidade de cubinhos de 1cm de aresta cada. Observe o protocolo a seguir:

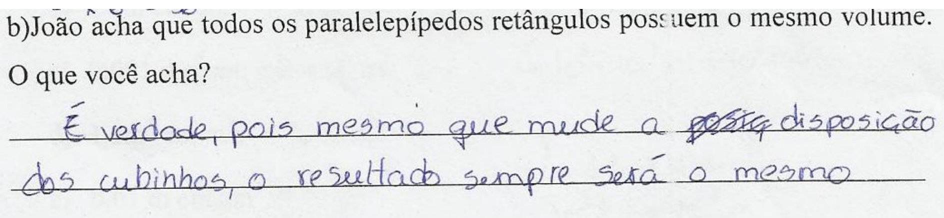


b)João acha que todos os paralelepípedos retângulos possuem o mesmo volume. O que você acha?

Não, pois serão construídos cubinhos diferentes

Figura 6- Extrato do protocolo de aluno VGS- Atividade Q2b.

Os sujeitos podem mobilizar o teorema-em-ação TA1C, ao considerar que todos os paralelepípedos formados terão o mesmo volume. Observe o exemplo:



b)João acha que todos os paralelepípedos retângulos possuem o mesmo volume. O que você acha?

É verdade, pois mesmo que mude a ~~posiç~~ disposição dos cubinhos, o resultado sempre será o mesmo

Figura 7- Extrato do protocolo de aluno CAM- Atividade Q2b.

O teorema-em-ação TA4C foi o mais mobilizado nas situações de medida que necessitavam do cálculo de volume do paralelepípedo retângulo (as quais não fazem parte do recorte da pesquisa exposto nesse artigo). Porém, nas situações de produção abordadas, também observamos a mobilização do TA4C. Observe o exemplo:

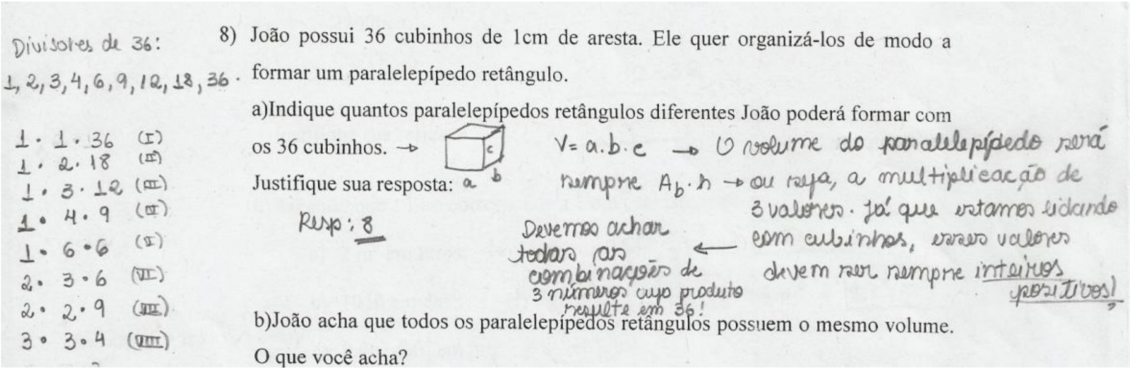


Figura 8- Extrato do protocolo de aluno ARFR- Atividade Q2c- Observação do TA4C.

A presença/ausência do sólido nas situações de produção, assim como outros aspectos presentes a serem observados em pesquisas posteriores, pode influenciar o baixo índice de acertos nesse tipo de situação.

No caso da primeira questão, sete alunos não consideraram o volume como sendo dependente da forma do sólido original, desenhando apenas outras formas de empilhamentos de cilindros contendo um terço do volume do empilhamento inicial, fato este também observado no trabalho de Anwandter-Cuellar (2008). Observe o protocolo a seguir:

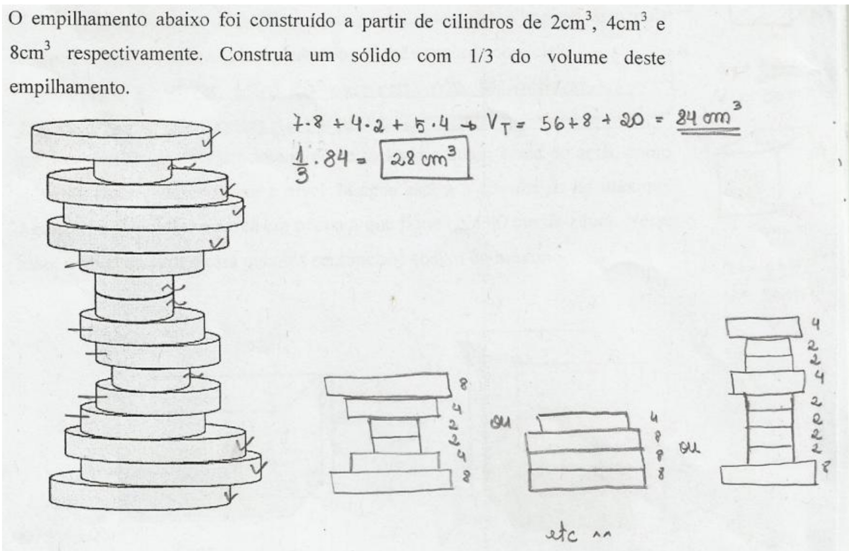
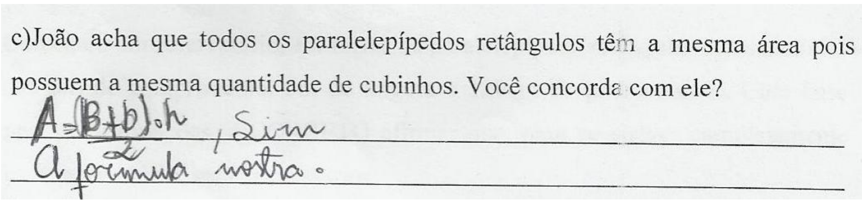


Figura 9- Extrato do protocolo de aluno ACBSA- Atividade Q1.

No caso da segunda questão, a falta da representação gráfica do sólido pode ter levado ao baixo índice de acertos e elevado índice de respostas ausentes, o que dá indícios de que os alunos não compreenderam o enunciado, resolvendo de forma inadequada a construção dos sólidos constituídos por 36 cubinhos. Muitos consideraram a divisão do número 36, apresentando como resposta, valores diversos como 3, 4, 6, 12 e 18 paralelepípedos construídos.

A presença de algum tipo de representação, como no caso da fórmula e do desenho, mesmo em questões em que não era solicitado o seu uso, foi evidenciada em alguns protocolos, como no exemplo a seguir:


c)João acha que todos os paralelepípedos retângulos têm a mesma área pois possuem a mesma quantidade de cubinhos. Você concorda com ele?

$A = \frac{(B+b).h}{2}$, Sim

a fórmula mostra.

Figura 10- Extrato do protocolo de aluno VGS- Atividade Q2c.

No caso do protocolo acima, não havia nenhuma menção no enunciado ao uso de fórmulas, mas o aluno usa a fórmula da área de um trapézio (o que, de passagem, não é pertinente).

5. Conclusões

As questões de produção, Q1 e Q2a, foram as que obtiveram índices elevados de erros (49,02% e 55,78%, respectivamente) além do índice elevado de não respostas (21,57% e 37,25%, respectivamente), evidenciando a dificuldade de compreensão diante deste tipo de situação em se tratando de volume. A Q2a foi a que mais obteve erros desse grupo, 55,78%, o que mostra a dificuldade dos alunos em compreender a invariância do volume por decomposição e recomposição, ou seja, de ser capaz de produzir sólidos de mesmo volume com a mesma quantidade de cubinhos.

Desta forma, podemos concluir que os alunos do ensino médio compreendem melhor situações de volume em que o aspecto numérico está em jogo, porém, diante de situações em que necessitam dissociar e articular os quadros numérico, geométrico e das grandezas, como nas situações de produção, apresentam dificuldades, quer seja no campo numérico, quer seja no campo geométrico ou no campo das grandezas. As situações de produção mostraram que os alunos têm dificuldades em compreender volume como grandeza autônoma, independente da forma e que não conseguem construir sólidos, com volume dado ou com volume maior/menor ou igual ao de outro sólido.

Evidenciamos a mobilização de teoremas-em-ação falsos e verdadeiros do ponto de vista matemático pelos alunos do ensino médio, os quais ora mostram que os alunos não compreendem volume como grandeza independente da forma, dando indícios de que os alunos apresentam dificuldades no campo geométrico; ora deram indícios de que os alunos compreendem volume como sendo uma grandeza independente do objeto.

A presença de algum tipo de representação, como no caso da fórmula e do desenho, mesmo em questões em que não era solicitado o seu uso, foi evidenciada em alguns protocolos observados, o que dá pistas para trabalhos futuros sobre a importância desses tipos de representação e sua influência na compreensão de volume como grandeza.

Referências

ANWANDTER-CUELLAR , N. **Étude de conceptions d'élèves à propos du concept de volume.** FRANÇA. 2008. 96f. Dissertação (Mestrado)- Université Montpellier 2. 2008.

BALTAR, Paula Moreira. **Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surface planes:** une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège. Tese (Doutorado em Didática da Matemática). Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996.

BARROS, J. S. de. **Investigando o conceito de volume no ensino fundamental: um estudo exploratório.** Dissertação (Mestrado)- Centro de Educação. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE. 2002.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M. J. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educational Studies in Mathematics**.1989. v. 20, n°4, pp.387-424.

FIGUEIREDO, A. P. N. B. **Resolução de problemas sobre a grandeza volume por alunos do ensino médio: Um estudo sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais.** Dissertação (Mestrado)- Programa de pós-graduação de educação matemática e tecnológica- Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE. 2013.

OLIVEIRA, G. R. F. **Construção do Conceito de Volume no Ensino Fundamental: um estudo de caso**. 2002. 135 f. Dissertação (mestrado em educação) – Centro de Educação - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE. 2002.

VERGNAUD, G. **Teoria dos Campos Conceituais.** IN: ANAIS do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro: 1990.