

## INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA: UMA METODOLOGIA PARA ENSINAR O TEOREMA DE PITÁGORAS

*Juliane Marques*

*Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa*  
[julianewilliam@hotmail.com](mailto:julianewilliam@hotmail.com)

*Gilvan Soares de Oliveira*

*Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa*  
[gilvanoelves@hotmail.com](mailto:gilvanoelves@hotmail.com)

*Roberto Preussler*

*Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa*  
[roberto.preussler@rs.iffarroupilha.edu.br](mailto:roberto.preussler@rs.iffarroupilha.edu.br)

### Resumo

Relata-se uma experiência pedagógica utilizando a metodologia da investigação matemática como estratégia para ensinar o teorema de Pitágoras. A atividade investigativa foi desenvolvida com o objetivo de observar às aprendizagens que os sujeitos desenvolvem nas interações. Ainda, como os materiais didáticos podem contribuir para formar as conjecturas relacionadas ao teorema de Pitágoras. Os sujeitos eram alunos de uma oitava série do ensino fundamental de uma escola da rede pública de Santa Rosa - RS. A experiência foi organizada na disciplina de Metodologias do Ensino da Matemática da Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Farroupilha - câmpus de Santa Rosa. Para isso, os envolvidos planejaram e aplicaram uma proposta pedagógica envolvendo materiais didáticos: régua, tesoura, papel, EVA e fichas de registros. Os resultados da experiência mostram que utilizando essa metodologia os sujeitos passam a ter uma participação ativa na aprendizagem o que a torna mais significativa.

**Palavras-chave:** Investigação Matemática; Aprendizagem de Matemática; Teorema de Pitágoras.

### 1. Introdução

Nos tempos atuais, as pesquisas na educação matemática conquistam espaço no cenário educacional. A metodologia da investigação matemática apresenta-se como uma estratégia relevante para aprender matemática, pois permite aos sujeitos da aprendizagem uma participação ativa no processo. Essa metodologia é proposta no Brasil pelo escritor português, João Pedro da Ponte e destaca-se tanto no contexto da sala de aula como na formação dos professores. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2005) investigar significa

realizar descoberta, recorrendo a processos metodologicamente válidos, como formular problemas, explorar hipóteses, fazer e testar conjecturas, generalizar e construir argumentos e demonstrações. Ações como essas são necessárias em qualquer atividade de aprendizagem de matemática. Levar os sujeitos a analisar materiais didáticos, levantar hipóteses, conjecturar, testar suas conjecturas e registrar as aprendizagens ocorridas foram os principais desafios desta experiência pedagógica.

Enquanto acadêmicos da licenciatura, sob orientação do professor da disciplina de Metodologias do Ensino da Matemática I, realizamos uma prática pedagógica, organizada segundo as orientações da metodologia da investigação matemática, para observar a aprendizagem do teorema de Pitágoras. Participaram seis alunos da oitava série de uma escola da rede pública municipal de Santa Rosa - RS.

As leituras sobre investigação matemática foram foco de uma disciplina da Licenciatura em Matemática, a qual possuía horas de prática como componente curricular, que são orientações das Diretrizes Curriculares Nacionais para aos cursos de Licenciatura. Desta forma, a experiência tornou-se uma oportunidade para relacionar a teoria com a prática, pois a aplicação da metodologia auxilia na compreensão dos estudos da licenciatura.

Assim buscamos nas leituras de Skovsmose (2008) ideias para organizar a experiência como um cenário propício para investigação matemática. Essa deveria levar os sujeitos a formular questões e procurar explicações. Para o autor, quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem onde eles são responsáveis pelo processo. Skovsmose atribui importância à qualidade do diálogo em sala de aula, enfatizando que o incentivo ao diálogo é importante para o sucesso da investigação. Isso nos fez organizar os sujeitos em grupos para que o diálogo fosse mais presente.

## **2. A metodologia da Investigação Matemática**

Investigação segundo Ponte, Brocardo e Oliveira é: “investigar é pesquisar, procurar conhecer o que não se sabe” (2005, p. 13). A investigação possui dois processos, o de formulação da situação problema e o da conclusão. Os autores afirmam ainda que uma investigação é composta das seguintes partes: razão, problema, hipótese, questões, metodologia, conclusão.

Acreditamos que as investigações em duplas, trio ou grupos de alunos, ampliam as possibilidades de interação, visto que cada um dos indivíduos irá defender a sua ideia, a sua conjectura, gerando assim um confronto de ideias indispensáveis para uma interação. Quando o aluno aprende através da investigação com acertos e erros, dificuldades, experimentos, ele inicia o desenvolvimento de um processo autônomo de aprendizagem. Com relação a isso, Ponte, Brocardo e Oliveira afirmam:

Ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os colegas e professores. (2005, p. 23).

A metodologia da investigação matemática orienta-se por alguns passos. Inicialmente temos o processo de investigação ou o reconhecimento da situação; em seguida a fase de estudos, as discussões. Após, o sujeito passará a desenvolver e formular suas conjecturas; concluirá com testes validando as conjecturas criadas. Na organização da proposta procurou-se seguir esse processo visto que os autores Ponte, Brocardo e Oliveira nos orientam que:

Investigar em matemática assume características muito próprias conduzindo rapidamente à formulação de conjecturas que se procuram testar e provar, se for o caso. As investigações matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente os caracteriza e este estilo de conjectura-teste-demonstração. (2005, p. 10).

Na proposta da pesquisa consideramos de forma significativa as interações para que fosse permitido observar o sujeito participando como um matemático, formulando conjecturas, apresentando resultados e discutindo com colegas e professores. Em uma atividade de investigação é possível prever o início, mas não pode-se saber exatamente como será o final da atividade. É bem provável que as discussões oriundas possam dar uma nova direção a tarefa. Para Fiorentini e Lorenzato as aulas investigativas podem desencadear processos diferentes. Os autores afirmam que:

Aquelas que mobilizam e desencadeiam, em sala de aula, tarefas e atividades abertas, exploratórias e não diretas do pensamento do aluno e que apresentam múltiplas possibilidades de alternativa de tratamento e significação. [...] Dependendo da forma como essas aulas são desenvolvidas, a atividade pode restringir-se apenas à fase de explorações e problematizações. Porém, se ocorrer,

durante a atividade, formulação de questões ou conjecturas que desencadeiam um processo de realização de testes e de tentativas de demonstração ou prova dessas conjecturas, teremos, então, uma situação de investigação matemática (2006, p. 29).

Observar o que afirmam os autores nas leituras desenvolvidas e relacionar com práticas pedagógicas foi importante para nossa formação inicial enquanto acadêmicos. Isso nos permite perceber a necessidade de organizar práticas pedagógicas mais abertas e flexíveis. Quando os sujeitos formam as conjecturas, muitas vezes imprevistas, torna-se necessário testá-las. Assim entendemos a importância do planejamento, parte desta experiência.

### 3. Apresentando e discutindo a investigação

A prática da pesquisa utilizou-se da metodologia da investigação matemática para que os sujeitos formassem conjecturas sobre o teorema de Pitágoras. Nessa procuramos esclarecer os objetivos da atividade proposta aos sujeitos para que fosse necessária a menor intervenção na aprendizagem dos conceitos. Observar na investigação o raciocínio deles era um dos objetivos da nossa prática.

A atividade dos sujeitos era orientada por um roteiro escrito. Inicialmente propôs-se que construíssem um triângulo retângulo com as medidas dos lados igual a: 6 cm, 8 cm e 10 cm. Para isso utilizaram régua e tesoura. Várias tentativas foram desenvolvidas pelos sujeitos até que a figura fosse construída. Nesse momento observamos as estratégias usadas por eles, não foi necessário intervir para esclarecer o que é um triângulo retângulo. Ao concluir a atividade um dos alunos comenta: “um dos lados tem um ângulo reto de  $90^\circ$ . Os três lados são múltiplos de 2” (Aluno A)<sup>1</sup>.

Observamos na fala do aluno que eles levantavam conjecturas e discutiam, mas observamos também a necessidade de intervenção do professor (acadêmicos), pois, seria o lado ou o vértice que teria o ângulo de  $90^\circ$ ? Verifica-se a necessidade de uma correção conceitual. Logo em seguida solicitamos que construíssem três quadrados utilizando régua, EVA, lápis e tesoura. Um dos quadrados deveria medir 6 cm, o outro 8 cm e o maior com 10 cm de lado. Novamente observamos que os alunos relacionam conceitos matemáticos. Um aluno afirma: “os quadrados são semelhantes, pois os ângulos são correspondentes e os lados seguem a razão de serem múltiplos de 2” (Aluno B). Evidencia-se o emprego do

---

<sup>1</sup> Os alunos sujeitos da pesquisa são identificados por letras maiúsculas.

termo “correspondente” pelo aluno. Como os ângulos correspondentes são congruentes parece-nos mais adequado a utilização do termo congruente no caso do quadrado. Entretanto, observamos que a intenção do aluno era dizer que os ângulos dos quadrados possuíam a mesma medida. Em seguida, observamos que eles também relacionam “os múltiplos de 2”, a mesma relação produzida na construção do triângulo retângulo.

Na terceira etapa da atividade, solicitamos que eles dividissem os quadrados em quadrados menores de 2 cm de lado. Assim, provocamos que contassem a área dos quadrados e escrevessem. Solicitamos ainda que observassem qual era a unidade de área e se existia alguma relação entre a área dos quadrados e do triângulo. Nesse momento muitas hipóteses surgiram.

Após várias discussões, solicitamos que analisassem as figuras geométricas planas e buscassem uma relação entre as áreas dos quadrados. Essas discussões deveriam levar ao teorema de Pitágoras. Vários conhecimentos prévios se fizeram presentes. Apresentam-se alguns:

Que em todas as figuras foi usado como base um triângulo. Todos têm um ângulo de  $90^\circ$ . (Aluno A).

Todos têm um ângulo de 90 graus. As faces do triângulo se encaixam nos lados dos quadrados (Aluno B).

Todas as figuras têm o ângulo de 90 graus e os quadrados vão se completando através dos quadradinhos menores de 2 cm. (Aluno C).

Observamos nas falas dos sujeitos que, embora alguns conceitos sejam repetidos, outros se acrescentam. Sempre acrescentam relações que vão aproximando da conjectura esperada, o teorema de Pitágoras. A figura 1, a seguir, apresenta um aluno manipulando os quadrados construídos.

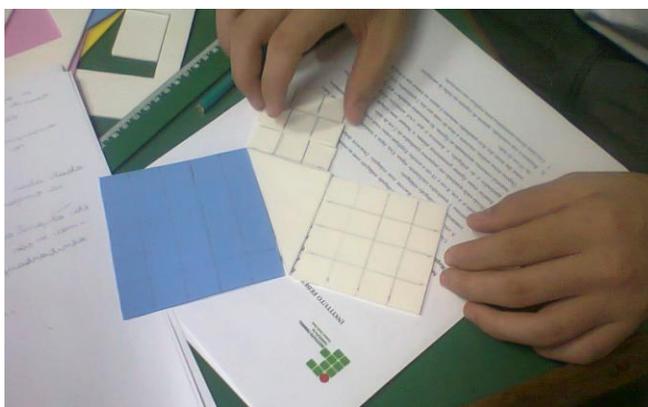


Figura 1. Aluno manipulando os quadrados construídos por um dos grupos.

Insistimos com os alunos na relação entre os lados dos quadrados. Após assistir várias conjecturas orientamos a próxima atividade que era calcular as áreas de cada uma das figuras geométricas. Após isso, retomamos a busca por uma relação entre as áreas dos quadrados. Provocamos os alunos à investigação, pois nosso objetivo era que reproduzisse com seus quadrados construídos a relação apresentada na figura 2, a seguir:

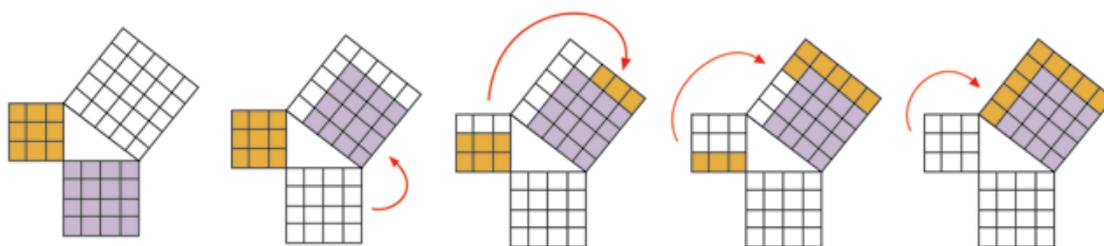


Figura 2. Fonte Rio Grande do Sul. SEEDP. Lições do Rio Grande - 7º e 8º, p. 90-91.

Houve muita interação relacionado às investigações. Num dos grupos, após calcular as áreas dos quadrados, percebem a relação entre a soma das áreas menores que é igual à maior. A figura 3, a seguir, apresenta o cálculo.

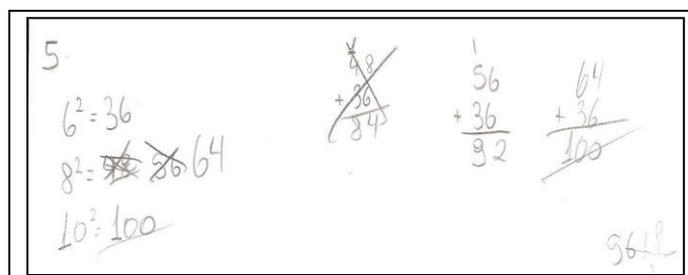


Figura 3: registro dos cálculos dos sujeitos sobre as áreas das figuras.

Os registros da figura 3, acima, nos revelam fragilidades do ensino. Observamos as dificuldades dos sujeitos em realizar cálculos envolvendo as adições e potências. Observações como essas se tornaram importantes para que pudéssemos enxergar carências dos sujeitos.

Em seguida, quando os sujeitos foram questionados se estavam certos de que a soma das áreas dos quadrados menores era igual à área do quadrado maior, estavam todos convictos em afirmar que sim, pois, tinham o cálculo para convencer.

No próximo passo da atividade, solicitamos que fosse anotado tudo o que foi pensando e feito durante a prática, através de escritos e de desenhos. Ainda solicitamos que encontrassem uma forma matemática de explicar a relação existente entre a área dos quadrados que tinham calculado, e se esse cálculo tinha relação com os lados do triângulo.

Um dos grupos desenvolveu uma situação muito importante para a análise. No registro da figura 4, a seguir eles chegam ao teorema de Pitágoras a partir das formas geométricas utilizando uma linguagem muito particular. Atribuem valores aos lados dos quadrados para encontrar o teorema. Ao quadrado com 10 cm de lado eles afirmaram que a base mede R e a altura P. Para o quadrado que possuía 8 cm de lado atribuem a base X e que a altura Y e, no quadrado que possui 6 cm de lado a base valia S e a altura T. Organizando essas medidas, eles calculam as áreas: RP, XY e ST. Em seguida igualam a área do quadrado maior RP a soma da multiplicação dos dois quadrados menores ST e XY. Observe o registro dos sujeitos na figura 4, a seguir.

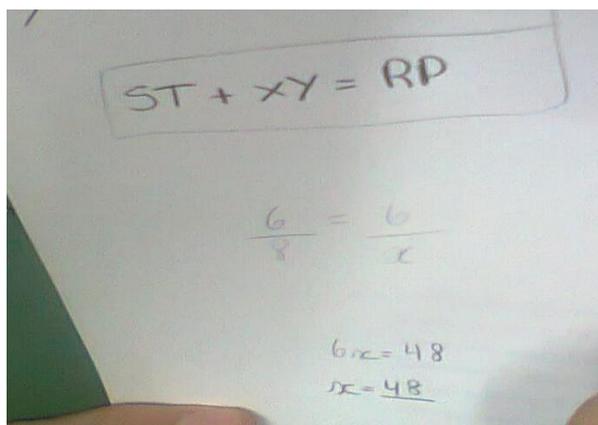

$$\boxed{ST + XY = RP}$$
$$\frac{6}{8} = \frac{6}{x}$$
$$6 \cdot x = 48$$
$$x = 48$$

Figura 4. Grupo que formulou a conjectura sobre o teorema de Pitágoras.

Na relação matemática criada pelos alunos da 8ª série (figura 4) que ainda não tinham estudado o teorema de Pitágoras, pode-se observar que utilizando uma forma muito particular de pensar, eles chegam ao que era proposto inicialmente. Isso mostra as capacidades intelectuais dos adolescentes quando permitidos e envolvidos em atividades de investigação. Nesse sentido muito bem explicam os PCNs:

[...] identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas. (BRASIL, 1997, p. 37).

Para que chegássemos ao final da prática com esses resultados orientados pelas diferentes leituras, em vários momentos foi necessário buscar suporte e compartilhar discussão com colegas acadêmicos e professores. Assim entendemos que o professor deve estar atento a todo esse processo de formulação e teste de conjecturas, registrando todo o processo e solicitando igualmente que os sujeitos registrem. A discussão na investigação é um momento rico, pois é nesse momento que os sujeitos expõem sua curiosidade e as capacidades de solucionar situações matemáticas como verdadeiros matemáticos.

## **5. Considerações da experiência**

Observar uma prática pedagógica envolvendo aprendizagem de conceitos matemáticos, seguindo o rigor de uma metodologia do ensino, foi importante para nós, acadêmicos. Fomos instigados inicialmente à construção da proposta que recebeu diversas intervenções do professor orientador. Planejamos e organizamos o material didático conforme os estudos realizados.

Como o principal objetivo deste trabalho era analisar uma prática pedagógica orientada pela metodologia da investigação matemática para a construção do teorema de Pitágoras, podemos afirmar que a prática cumpriu com sua função. Pois observamos as interações dos sujeitos e a construção de relações matemáticas.

Procuramos demonstrar aos sujeitos como os conhecimentos matemáticos são desenvolvidos sempre procurando valorizar o pensamento autônomo e criativo. Nas interações eles descobriam padrões, relações, argumentavam e registravam os significados matemáticos produzidos.

É nesse sentido que Ponte (2005) defende a utilização das atividades matemáticas por possibilitar a criação do espírito de pesquisa, bem como a argumentação, discussão, descoberta e avaliação. Entendemos que um dos aspectos mais importantes das investigações é o diálogo estabelecido entre os sujeitos durante a execução das atividades investigativas.

Assim, ao finalizar essa discussão, retomamos Ponte (2005) quando afirma que para aprender matemática não é simplesmente compreender a matemática produzida, mas colocar os alunos como sujeitos capazes de desenvolverem investigações que lhes permitam construir a sua própria matemática. Isso torna os alunos verdadeiros

matemáticos, capazes de desenvolver habilidades próprias que lhes permitem aprender matemática diante de circunstâncias variadas.

Os envolvidos no experimento observam e significam a importância das práticas no processo de formação inicial, principalmente ao retomarem e ressignificarem as leituras desenvolvidas. Em situações como estas, conseguimos atribuir importância a muitas discussões da formação inicial. Isso se torna visível quando discutimos as experiências e relacionamos às leituras desenvolvidas. Observamos a necessidade de organizar práticas pedagógicas com maior participação dos sujeitos, permitir espaços para discussões, oportunizar os registros pessoais e, principalmente valorizar a participação dos estudantes como alguém que tem capacidades próprias de aprender matemática.

## 6. Referencias

BRASIL, MEC. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. V. 3. Brasília: MEC/SEF, 1997.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2006.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana.; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

RIO GRANDE DO SUL, Secretaria do Estado da Educação Departamento Pedagógico. **Lições do Rio Grande: livro do aluno**. Porto Alegre: SE/DP, 2009.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da Educação Matemática Crítica**. São Paulo: Papirus. 2008.