CONSTRUÇÃO DO CONCEITO ALGÉBRICO ATRAVÉS DE GEOMETRIA PLANA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Wellington Piveta Oliveira
Escola Estadual Palmitolândia, Tupãssi - PR
wellingtonmat09@hotmail.com

Vilma Rinaldi Bisconsini
Núcleo Regional de Educação, Assis Chateaubriand - PR
vrinaldi@seed.pr.gov.br

Denis Rogério Sanches Alves
PUC - Toledo
denis.alves@pucpr.br

Resumo:
O presente trabalho foi desenvolvido com intuito de contribuir com a pesquisa, produção e socialização das experiências vivenciadas com o ensino de álgebra e geometria na educação básica – ano finais do ensino fundamental. Considerando que o ensino e a aprendizagem desses conteúdos apresentam problemas nesse contexto e, buscando na educação matemática subsídios que fundamentem a prática docente para a melhoria da qualidade desse processo, relatamos a experiência de ensino envolvendo ambos os conteúdos visando à elaboração de seus conceitos para uma aprendizagem mais significativa. Envolvemos um grupo de estudantes do oitavo ano do ensino fundamental, da Escola Estadual Palmitolândia, do município de Tupãssi, Paraná.

Palavras-chave: Ensino e aprendizagem; Conceitos algébricos; Geometria; Educação Básica.

1. Introdução

O presente trabalho é resultado da percepção das dificuldades apresentadas pelos alunos da educação básica, ao entrarem em contato com a álgebra ainda no ensino fundamental. Atendo-se a esta particularidade como objeto de estudo, motivou-nos a pensar estratégias para que o trabalho com este conteúdo permitisse uma abordagem mais clara e objetiva dos conceitos algébricos.

Optamos em introduzir os conceitos algébricos articulados à geometria plana como forma de representar expressões algébricas a partir da dedução do cálculo de área dos quadriláteros notáveis e triângulos. Essas ideias derivam das contribuições de Lorenzato (1995), citado pelas Diretrizes Curriculares de Matemática da Educação Básica do Estado do Paraná.

> [...] porque os objetos e relações dela correspondem aos das outras; assim sendo, conceitos, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser clarificados pela geometria, que realiza a tradução para o aprendiz (LORENZATO, 1995, p. 07).

Orientados por alguns estudos teóricos e auxiliados por material concreto confeccionado pelos próprios alunos, desenvolvemos atividades para elaboração desses conceitos com alunos do oitavo ano do ensino fundamental.

2. Álgebra e seus Objetivos na Educação Básica

Estudos em educação matemática e a prática docente indicam a introdução à álgebra no ensino fundamental – anos finais, como um momento de diversas dificuldades para os estudantes pelo contato com outra forma de linguagem matemática e também para o professor que vê limitada suas estratégias didáticas para o ensino desse conteúdo.

> A visão mais habitual da Álgebra é que se trata simplesmente de regras de transformação de expressões (monómios, polinómios, fracções algébricas, expressões com radicais…) e processos de resolução de equações. Isso é testemunhado pela terminologia usada nos actuais programas dos 2.º e 3.º ciclos do ensino básico que, em vez de falarem em 'Álgebra', falam apenas em 'cálculo', ou seja, em 'cálculo algébrico'. (PONTE, 2006, p. 6).

A álgebra, no processo de ensino e aprendizagem pode ser interpretada por diferentes modos, inclusive com problemas conceituais, consequência advinda das concepções históricas do ensino de álgebra, o que ocorre, por exemplo, na década de 60 no Brasil. Naquele contexto, com o movimento da matemática moderna, a álgebra é assumida com mais rigor considerando seus aspectos lógico-estruturais e maior precisão de linguagem.

Já na perspectiva da psicologia da aprendizagem, o encontro do estudante com a álgebra nos anos finais do ensino fundamental representa um momento de mudança conceitual: os números, agora, podem ser representados por letras e estes podem ser ora incógnitas, ora variáveis. Os algoritmos, antes realizados com os números, passam a ser agora realizados com as letras. Na verdade, é nesse momento da aprendizagem que ocorre o encontro do estudante com a ideia de generalização, ideia esta que o estudante tem dificuldade de entender e que, por vezes, nunca entenderá. (BISCONSINI, 2005). Essa dificuldade é confirmada por Falcão (2003, p. 49), segundo o qual, "A passagem da linguagem natural para o simbolismo formal, no contexto da introdução à álgebra na escola, se constitui em processo complexo [...]".

Essas considerações indicam que o ensino de álgebra, nesse nível de ensino, tem seus problemas históricos, epistemológicos, psicológicos, de formação de professores, dentre outros que precisam ser refletidos na sua abordagem curricular. Porém, percebemos que seu ensino é de fundamental importância por possibilitar ao estudante "pensar genericamente, perceber regularidades e explicitar essa regularidade através de estruturas ou expressões matemáticas, pensar analiticamente, estabelecer relações entre grandezas variáveis" (FIORENTINI, MIORIM e MIGUEL, 1993, p. 87), ou seja, dá a ele a possibilidade de aprofundamento nos conhecimentos matemáticos, instrumentalizando-o matematicamente.

3. Aspectos Revelados pela Experiência

Partindo desses pressupostos, o trabalho ocorreu com um grupo de alunos do oitavo ano do ensino fundamental, da Escola Estadual Palmitolândia, localizada em um distrito do município de Tupãssi, Estado do Paraná. As atividades foram desenvolvidas em cinco aulas, com a participação de sete alunos, subdivididos em dupla e um grupo com três alunos.

Para dar início às atividades, os alunos receberam um kit de material concreto, composto por seis figuras geométricas planas, um quadrado, um retângulo, um paralelogramo, um losango, um trapézio e um triângulo, todos quadriculados para serem recortados e colados em placas de E.V.A., estratégia utilizada para sistematizar as ideias objetivadas (Figura 1). A princípio, o trabalho com a face quadriculada orienta-se para cálculo numérico de área e perímetro enquanto que, com a face colorida busca-se a generalização por meio da representação algébrica da definição área e perímetro do quadrado. Optamos pelo trabalho com material concreto, devido à facilidade de manipular esses objetos, o que capacita o exercício sintético do aluno, facilitando na compreensão dos conteúdos e na elaboração de conceitos matemáticos, além da conquista do mesmo na interação e participação ativa das atividades, socializando as conclusões obtidas.

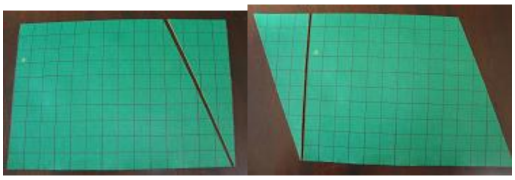
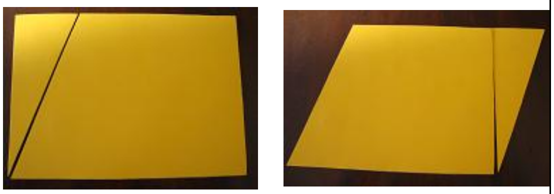
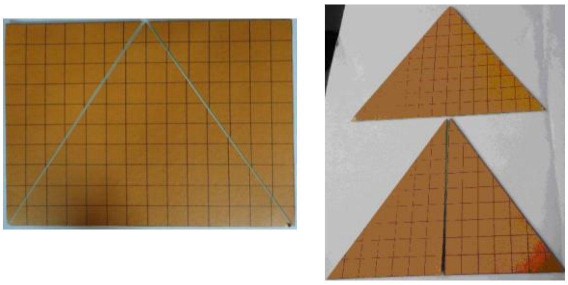
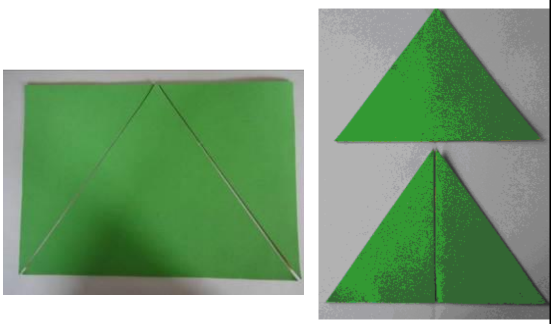
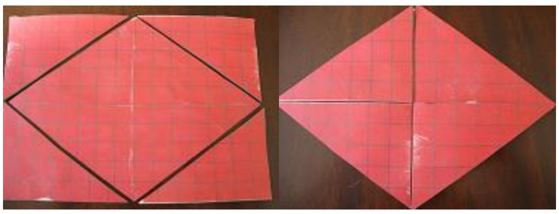
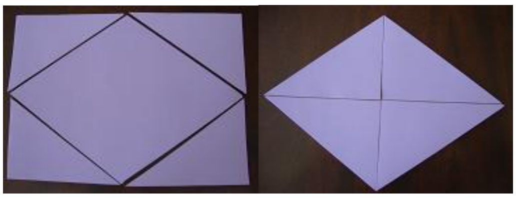
Face quadriculada (para trabalho com cálculo numérico)	*Face colorida (para trabalho com cálculo algébrico)*
Quadrado	*Quadrado*
	
Retângulo	*Retângulo*
	
Paralelogramo	*Paralelogramo*
	
Rapézio	*Trapézio*
	
Triângulo	*Triângulo*
	
Losango	*Losango*
	

Figura 1 – Material concreto confeccionado em cartolina e EVA

Num primeiro momento, distribuímos todas as figuras aos alunos e solicitamos que as mantivessem sobre a carteira com o lado quadriculado voltado para cima. Assim, fomos incentivando-os a pensar, a começar pelo quadrado: qual seria a área representada? Os alunos relataram ser simples, bastava contar a quantidade de quadradinhos de um dos lados e multiplicá-los e, contado as 10 unidades chegaram à área de 100 unidades quadradas (u^2). Aproveitando o momento, solicitamos que virassem a figura para o lado não quadriculado e determinassem a área do material. Desse modo, seguiram a mesma ideia, mas ainda detidos no pensamento numérico, os alunos sugeriram que era necessário medir o comprimento da figura e em seguida multiplicar o valor. Nesta oportunidade incentivamos a pensarem em um modelo para calcular a área de qualquer quadrado, independentemente das medidas de seus lados e neste momento eles perceberam que poderiam usar ideias algébricas, ou seja, poderiam utilizar qualquer letra do alfabeto para representar as respectivas medidas atribuídas. Foi perceptível que os alunos estavam inseguros em suas ideias. Por mais explícita que pudesse parecer a ideia simbólica, ela parecia ser ainda incerta para eles. Interagindo, os alunos foram levados a concluírem que este modelo representa a fórmula matemática $A=c.c$, pois a medida do comprimento é a mesma medida da largura, sendo a Área (A), igual à medida do comprimento(c), multiplicado por ele próprio, já que assumem os mesmos valores, portanto eles concluíram que $A = c^2$. Devido à limitação de tempo, não foi trabalhado o conceito de perímetro[1] formalmente, apenas algumas discussões foram abordadas vagamente.

Ao término dessa atividade, foi questionado o porquê de sempre utilizarmos as letras para compor as fórmulas, as sentenças matemáticas, enfim, por que estávamos utilizando as letras naquele momento. Os alunos permaneceram em silêncio, até o momento em que um deles argumentou, *"não seria por que a gente não conhece os valores dos números?".* Diante dessa expressão de entendimento do conceito, levamos o grupo a refletir sobre a possibilidade de generalização da fórmula. Assim, foi questionando na sequência, o conceito de variável e de expressão algébrica e por que chamaríamos as letras de variáveis. Os alunos logo assimilaram a palavra variável à ideia de calcular a área de qualquer quadrado, ou seja, perceberam que as variáveis poderiam assumir diversos valores. Formalizando as ideias, os alunos concluíram que as variáveis, na matemática,

[1] Uma sugestão interessante é o trabalho com o conceito de perímetro a partir dessa atividade, pois além de possibilitar o trabalho com redução de termos semelhantes e as respectivas operações, também oportuniza a compreensão geométrica, por exemplo, figuras com medidas de lados proporcionais.

representam valores desconhecidos que são substituídos por números. Esses números representam quantidades, contagem, medidas, assim como são expressos por diferentes unidades de medidas dependendo do que se está medindo, ou seja, a utilização desses números nos diferentes contextos.

A partir dessa compreensão, discutimos a ideia de expressão algébrica, conhecimento matemático escolar estudado em diferentes momentos. Como esse grupo de alunos está no oitavo ano, possui conhecimentos elementares desse conteúdo, pois quando questionados o que é uma expressão algébrica, eles justificaram que seriam sentenças matemáticas compostas por números e variáveis. Valendo-se desse conhecimento, também foram explorados os conceitos de monômios e polinômios e, a partir dessas expressões, a área do quadrado foi classificada como um monômio.

Num segundo momento, iniciamos a dedução das áreas, das demais figuras. Como o retângulo possui propriedades semelhantes as do quadrado, procedemos do mesmo modo: quando os alunos fizeram a contagem das unidades de um dos lados com 14u de comprimento (c) e 10 de largura (l) e calcularam sua área (140 u²) e, generalizando a ideia de área do retângulo, chegaram à expressão A=c.l. Porém, ao classificar essa expressão como monômios ou polinômios, fora notória a confusão. Eles a classificaram como sendo um binômio, momento que oportunizou a discussão e explicação de que uma expressão algébrica composta por um produto ou um quociente de números e variáveis é considerada um único termo. Oportunizando o momento de discussão, questionou-se como classificaríamos o perímetro da figura? Momentânea, foi à resposta, que o perímetro seria um binômio. Alguns dos alunos tinham um rápido raciocínio e a resposta era imediata. Como alguns não haviam compreendido, foi necessário sistematizar que perímetro seria a soma de todas as medidas dos lados de uma figura, em que $c + c + l + l$, ou seja, $P = 2c + 2l$, portanto, seria um binômio.

A próxima figura estudada foi o paralelogramo. Como os alunos receberam o kit para recortar e montar o material (Figura 2), ao se depararem com o paralelogramo — como já tinham conhecimento da estratégia utilizada — de pronto afirmaram ser a mesma área do retângulo, 140 u², ou seja, a expressão que definiria o cálculo da área de qualquer paralelogramo seria $A = c.l$ ou $A = c.h$, sendo altura(h). A estratégia que utilizaram foi a transferência de uma das partes da figura do paralelogramo (triângulo), para compor um retângulo completo. Classificando tal expressão como monômio.

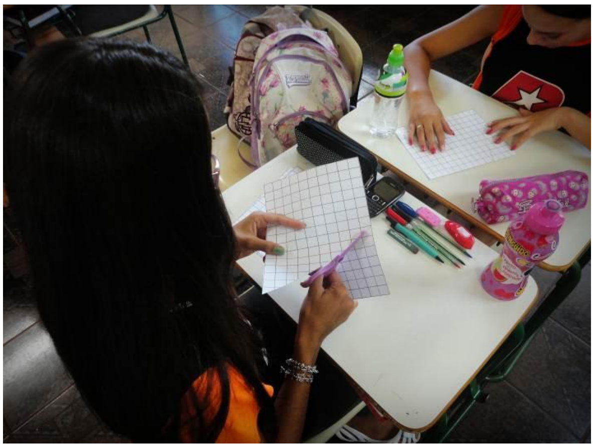


Figura 2 – Aluna recortando o material utilizado durante as aulas.

Na sequência, os alunos deram início à resolução do losango quando consideraram a possibilidade de retirada e de transferência de partes da figura. Neste momento foram orientados a formarem um retângulo (lado quadriculado) e definir quais as respectivas medidas (10u x 14u), em seguida, a retirarem os quatro triângulos – um de cada canto que compunham o retângulo. Ao realizar essa tarefa, disseram que bastava calcular a área total do retângulo e, após descobrir a área de cada triângulo, multiplicá-la por quatro e subtrair do valor da área do retângulo. Elogiando a estratégia socializada, foi solicitado que realizassem tal atividade envolvendo os valores numéricos. Tendo como área total do retângulo 140u², e subtraindo os quatro triângulos, — sendo que a cada dois triângulos, totalizava 35u² — obtiveram como resposta a seguinte expressão numérica, 140 –2.35 = 140 – 70 = 70u², ou seja, o losango possuía 70u².

A partir dessa estratégia, questionamos sobre a possibilidade de não termos concretamente em mãos os triângulos para retirá-los. Diante disso, os alunos tentaram outra hipótese de resolução. Após um determinado prazo para a elaboração de estratégia foi necessária a mediação do professor no sentido da retirada das partes triangulares e com elas efetuar a montagem de outro losango, instigando os estudantes a pensarem sobre como a área total do retângulo fora transformada em dois losangos. A partir dessa interferência docente, ficou bem explícito o processo de dedução e, assim, os alunos conseguiram encontrar a expressão $A = \frac{c.h}{2}$. Nessa perspectiva, sentiu-se a necessidade de reformular tais ideias levando os discentes a reverem o conceito de diagonal. Mostrando através da figura, levamos os alunos a perceberem que *c* representava comprimento do retângulo e para o losango passava a ser denominada de diagonal maior (D) e *h* enquanto altura do retângulo passava a representar a diagonal menor (d) do losango satisfazendo a fórmula da sua área: $A = \frac{D.d}{2}$ e na sequência classificaram tal expressão, sem dificuldade, como um monômio.

Para o estudo do trapézio, os alunos — inclusive aqueles mais atenciosos — relataram ser esta a figura que, aparentemente, aparentava maior complexidade de análise e cálculo, em razão de possuir dois lados inclinados. Os grupos foram orientados a trabalharem com a parte quadriculada e juntar dois trapézios de modo a formar um paralelogramo para que pudessem calcular a área. O material concreto representando os trapézios possuíam base maior (B) de 10u, base menor (b) de 6u e a altura (h) de 7u. Com esses dados os alunos rapidamente calcularam a área total do paralelogramo, tendo como base 16u, resultando no produto A=112u². Quando foi sugerido que separassem os dois trapézios, concluíram que cada um possuía 56u² de área. Traduzindo algebricamente, com a mediação do professor, foram analisando e concordando que a base total 16u correspondia ao comprimento e 7u, a altura do paralelogramo. Interpretando esses dados nos trapézios, o comprimento 16u foi composto por B + b e a altura (h), logo 10 + 6 e a altura 7u. Ao visualizarem que dois trapézios formam um único paralelogramo, concluíram que a área deveria ser divida por 2, deduzindo a expressão algébrica que representa a área de qualquer trapézio $A = \frac{B.h}{2} + \frac{b.h}{2} = \frac{(B+b).h}{2}$.

Nessa última etapa do trabalho com trapézios foram discutidos os conceitos de monômios ou polinômios, momento em que foi necessária a aplicação da propriedade distributiva da multiplicação, ou seja, a expressão algébrica com dois termos classificados como binômios. Esse momento caracterizou-se pela fala de um dos alunos que assegurou: "*Agora sim entendi! Esses termos são separados pelo sinal!"*. Concordando com o aluno, foi definido o conceito de monômio e polinômio. Portanto, temos que uma expressão algébrica é considerada um monômio quando há multiplicação ou divisão de números e/ou variáveis. Por sua vez, os polinômios são as expressões algébricas compostas por adições e subtrações de monômios. Verificamos, diante desse episódio, a importância do professor durante os encaminhamentos na sala, a necessidade de sempre enfatizar os conteúdos exemplificando-os, pois é fundamental para o processo de aprendizagem dos conceitos que o aluno estabeleça relação a partir de situações significativas.

Uma maneira de os alunos interagirem mais com as atividades foi convidar um desses novos alunos para realizar a dedução da expressão algébrica para o cálculo da área do triângulo, no quadro de giz. Juntos, sistematizamos as ideias apresentadas pelo grande grupo (Figura 3). Um dos alunos se propôs a desenvolver a área do triângulo segundo sua ideia (Figura 4).

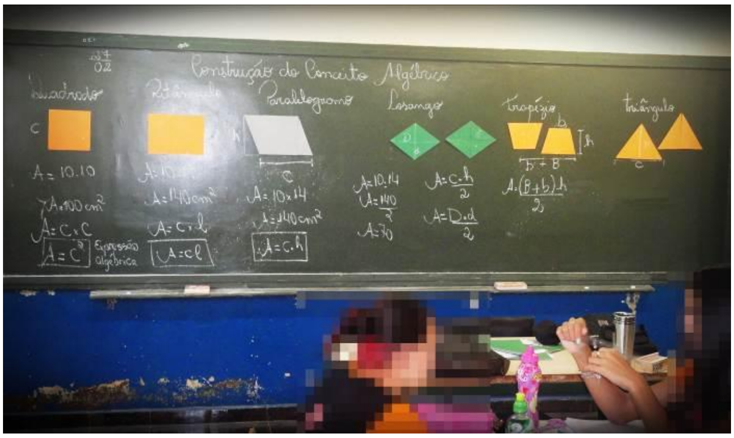


Figura 3 – Sistematização das ideias apresentadas pelos alunos, orientados pelo professor.

Figura 4 – Aluno pensando a expressão para o cálculo de área do triângulo.

Ao iniciar a resolução, o mesmo, trabalhando com o lado quadriculado, utilizou figura do triângulo como um todo, formando um retângulo de 140u², sendo c = 14u e h = 10u. Ao retirar duas partes deste retângulo, com elas, ele formou outro triângulo, igual ao restante da figura, da qual foram retiradas as peças e concluiu então, que a área do retângulo é equivalente a área de dois triângulos e, portanto, cada triângulo possuía uma área de 70u². O que mais chamou a atenção foi a desenvoltura com que o mesmo foi desenvolvendo e explicando, passo a passo, aos demais colegas. Feito isso, foi solicitado que o aluno representasse essa ideia na condição algébrica. Este, sem dificuldade, constatou que 14u = base do triângulo (t) = c (comprimento do retângulo) e 10u = h. Portanto, o aluno seguiu as mesmas condições de como calcular a área do retângulo, t.h, porém fez-se necessária a divisão por dois desse resultado, traduzindo na expressão, $A = \frac{t.h}{2}$. Para concluir, o próprio aluno solicitou à turma a classificação algébrica e todos concluíram se tratar de um monômio.

O desenvolvimento dessas atividades utilizando as estratégias citadas para o ensino de conceitos geométricos e algébricos mostraram-se produtivas e relevantes para a elaboração desses, como também contribuiu para a participação ativa da turma.

4. Considerações Finais

Com a realização deste trabalho em sala de aula foi possível observar que o ensino de álgebra articulado ao ensino de geometria, o uso de recursos didáticos apropriados e a mediação do professor podem contribuir para a melhoria da qualidade da aprendizagem da álgebra, possibilitando a elaboração de conceitos mais significativamente.

Consideramos também, o quanto a matemática, como conhecimento escolar, ainda se apresenta como uma disciplina complexa aos estudantes, no momento da aprendizagem de determinados conteúdos. No entanto, notamos que quando se trabalha a disciplina de forma diferenciada, a exemplo da atividade desenvolvida, com abordagem mais cuidadosa no sentido didático e no tratamento do conteúdo, ajuda a romper com as formas de ensino tradicionalistas.

Percebemos que o ensino e a aprendizagem de matemática na educação básica ainda apresentam problemas de natureza histórica, política e teórica, embora os estudos e pesquisas em educação matemática têm contribuído decisivamente para sua melhoria, dentre eles os relacionados ao ensino de álgebra e geometria.

5. Referências

BISCONSINI, V. R. **Concepções de matemática de estudantes concluintes do ensino médio**: influências históricas. 2005. 128f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Maringá. Maringá, 2005.

FALCÃO, J.T.R. **Psicologia da educação matemática**: uma introdução. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. **Contribuição para um repensar... A educação algébrica elementar**. Pro-Posições, 1993, 78-91. Disponível em: < http://www.proposicoes.fe.unicamp.br/~proposicoes/textos/10-artigos-fiorentinid_etal.pdf>. Acesso em: 06 mar. 2013.

LORENZATO. S. Por que não ensinar geometria? In: PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes curriculares da educação básica**: matemática. Curitiba: SEED, 2008.

PONTE, J. P. (2006). Números e álgebra no currículo escolar. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa; L. Fonseca; L. Santos; P. Canavarro (Eds.), **Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores**. Actas do XIV EIEM (p. 5-

7). Lisboa: SEM-SPCE. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10451/4525>. Acesso em: 06 mar. 2013.