

PESQUISAS QUE UTILIZAM UM “SOFTWARE” EDUCATIVO PARA A INTRODUÇÃO AO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Pedro Mateus

*UNIBAN – Universidade Bandeirante Anhanguera
Pzulu1010@yahoo.com.br*

Marlene Alves Dias

*UNIBAN – Universidade Bandeirante Anhanguera
alvesdias@ig.com.br*

Resumo

Nosso estudo intitulado “*Pesquisas que utilizam um ‘software’ educativo para a introdução ao Cálculo Diferencial e Integral*” visa verificar qual a contribuição da nossa pesquisa no conjunto de pesquisas existentes. Para tal partimos da seguinte questão: Existem pesquisas que consideram a utilização de um software educativo para a introdução das noções de derivada e integral definida a partir da análise do contexto institucional e dos conhecimentos prévios disponíveis dos estudantes? Por meio de um estudo documental foram analisados 16 trabalhos, entre os quais 12 brasileiros, e dele percebemos que o que pretendemos fazer, “utilização de um software educativo para a introdução das noções de derivada e integral definida de funções de uma variável real a valores reais a partir da análise do contexto institucional e dos conhecimentos prévios disponíveis dos alunos” é pertinente e atual dado que na revisão feita não identificamos um estudo circunstanciado igual.

Palavras Chave: Derivada; Integral; “Software” Educativo; Didática.

1. Introdução

Iniciamos a pesquisa fazendo um estudo não exaustivo sobre as investigações relacionadas à utilização de um software educativo nos cursos de introdução ao Cálculo Diferencial e Integral. Em particular nos interessamos por aquelas que tratam mais especificamente das noções de derivada e integral definida de funções de uma variável real a valores reais.

Nosso objetivo é verificar qual a contribuição da nossa pesquisa no conjunto de pesquisas existentes. Para tal partimos da seguinte questão: Existem pesquisas que consideram a utilização de um software educativo para a introdução das noções de

derivada e integral definida a partir da análise do contexto institucional e dos conhecimentos prévios disponíveis dos estudantes?

Na nossa pesquisa para a análise do contexto institucional e pessoal consideramos como referencial teórico central a Teoria Antropológica do Didático de Chevallard (2002, 1999, 1998, 1994) e Bosch e Chevallard (1999), mais especificamente as noções de relação institucional e pessoal, organizações praxeológicas e ostensivos e não ostensivos. Como referencial teórico de apoio utilizamos a noção de quadro segundo definição de Douady (1986).

Assim, o estudo das pesquisas existentes é desenvolvido em função do referencial teórico acima, de forma a identificar se existem pesquisas que introduzem uma ferramenta de informática para o estudo das noções de derivada e integral definida de funções de uma variável real a valores reais a partir da análise do contexto em função das noções didáticas indicadas acima.

A metodologia é a da pesquisa bibliográfica. Elegemos esse método de pesquisa porque nos possibilitou justificar a importância da nossa pesquisa para o campo de estudo da Educação Matemática. Na evolução da mesma tentaremos mostrar como o apoio sobre os conhecimentos prévios dos estudantes pode auxiliar na introdução de novos conhecimentos por meio da identificação da real situação dos estudantes e do trabalho institucional que lhes é oferecido

Na sequência apresentamos uma breve descrição do referencial teórico da pesquisa.

2. Referencial Teórico

Para o estudo das pesquisas existentes consideramos a importância de uma análise do contexto institucional e pessoal e para tal nos apoiamos sobre a Teoria Antropológica do Didático, em particular nas noções de dinâmica cognitiva, praxeologia, ostensivos e não ostensivos na atividade matemática e ecologia.

Nossa escolha está associada à proposta da nossa pesquisa em que consideramos as noções acima como elementos de análise das relações institucionais e conseqüentemente das marcas dessas sobre as relações pessoais desenvolvidas pelos estudantes.

A Teoria Antropológica do Didático – TAD – situa a atividade matemática no conjunto das atividades humanas regularmente feitas, descrevendo o conhecimento matemático em termos de praxeologias cujas noções básicas são tipos de tarefas T, técnicas

τ , tecnologias θ e teorias Θ que permitem modelar as práticas sociais em geral e a atividade matemática em particular (CHEVALLARD, 2002. 1999, 1998, 1994 e BOSCH e CHEVALLARD, 1999).

Na perspectiva antropológica, Chevallard (1998) supõe que as primeiras questões de organização do estudo requerem um modelo mínimo da dinâmica cognitiva, no qual são definidos os conceitos básicos que determinam as atividades de ensino e da aprendizagem escolar. Tais conceitos básicos são os conceitos de objeto, de relação pessoal de um indivíduo X ao objeto O , de pessoa e de instituição. Um objeto é qualquer algo que existe (material ou não) na vida de um indivíduo. Pode ser uma pessoa, a noção de derivada de uma função, o símbolo \int de integração e, em particular, qualquer obra \mathcal{O} é um objeto. A relação pessoal de um indivíduo X ao objeto O designada por $R(X, O)$, é um sistema de todas as interações, sem exceção, que X pode ter com o objeto O – como manipular, utilizar ou falar sobre esse objeto. Dizemos que X opera sobre o objeto O , sabe ou conhece o objeto O , ou seja, o objeto O existe para uma pessoa X quando $R(X, O) \neq \emptyset$, isto é, a relação pessoal de X com o objeto O não é vazia.

Uma instituição I , segundo o autor, é uma “totalidade” social, podendo ter uma extensão variável. Por exemplo, uma turma, uma escola, uma sessão onde se discutem assuntos sobre Cálculo, uma universidade etc., são instituições. Nesta acepção, instituir é desenvolver, criar, construir (por exemplo, conhecimentos de uma pessoa). Uma pergunta essencial que se pode colocar é: como se constitui e como se muda o universo cognitivo $U(X)$ de uma dada pessoa X ? A esse questionamento, segundo Chevallard (1998) a relação pessoal de X com o objeto O , $R(X, O)$ muda (ou se cria, se não existir) pela entrada de X em alguma obra \mathcal{O} que contém o objeto O , em certas instituições, onde X ocupa uma posição p (pode ser a posição de estudante numa determinada turma, a de participante numa discussão sobre integral definida, e assim por diante). Chevallard (1998) define ainda $R_I(p, O)$, ou seja, a relação de O numa posição p para uma instituição I , o que lhe permite considerar que X é bom sujeito de I na posição p quando $R(X, O) \cong R_I(p, O)$, onde \cong designa a conformidade ou a adequação da relação pessoal de X à relação institucional em posição p .

Para Chevallard, ao tornar-se sujeito de I em posição p , um indivíduo X , que já é uma pessoa com certo universo cognitivo $U(X)$, sujeita-se às relações institucionais $R_I(p, O)$ que vão (re)modelando, (re)fazendo o seu relacionamento pessoal: se o objeto O existe para os sujeitos de I em posição p , a relação pessoal de X à O , $R(X, O)$, tende a

“assemelhar-se” à relação institucional $R_I(p, O)$. De uma maneira geral, as nossas relações pessoais com os objetos são fruto da história das nossas sujeições institucionais passadas e presentes. Reciprocamente, uma instituição I , e as diferentes obras O que compõem as relações pessoais não podem existir sem os sujeitos. Estes são os atores da instituição I , das obras O que vivem em I , portanto a razão de sua existência.

A relação de conformidade dos sujeitos X na posição p em I se estabelece por meio de práticas que envolvem técnicas, tecnologias e teorias, tal como se descreve abaixo na caracterização dos aspectos essenciais da Teoria Antropológica do Didático – TAD.

Uma organização praxeológica ou praxeologia é constituída de um bloco prático - técnico [tipos de *tarefas*/tipos de *técnicas*], que corresponde a um saber fazer, e de um bloco tecnológico –teórico [*tecnologia/teoria*] que corresponde a um saber.

A noção de *tarefa* supõe um objeto relativamente preciso para o qual se dispõe de alguma técnica com um entorno tecnológico-teórico mais ou menos explícito. Uma tarefa evoca uma ação, o que é para fazer, por exemplo, calcular a derivada de uma função f no ponto x_0 de seu domínio é um tipo de tarefa para a qual se tem a técnica de limites de funções em um ponto x_0 , com um entorno tecnológico-teórico sobre limites de funções e sua representação gráfica. Uma *técnica* é uma maneira sistemática e explícita que permite realizar as tarefas de um mesmo tipo. Uma técnica deve ser pelo menos compreensível, legível e justificável para permitir o seu controle e garantir a eficácia das tarefas que realiza. Uma técnica pode ter êxito sobre uma parte das tarefas do tipo ao qual ela é relativa. Desse modo falamos do alcance da técnica.

Tecnologia como também já referido acima, é um discurso racional – do grego, *logos* – sobre a técnica – a *tekhnê* – cujo primeiro objetivo é *justificar* racionalmente a técnica, assegurar que ela realiza as tarefas de determinado tipo, quer dizer, a técnica permite encontrar o resultado pretendido. A segunda função da tecnologia é *explicar*, fazer inteligível, aclarar a técnica; expor porque é que ela é correta.

A noção de *ecologia* dos saberes corresponde à pesquisa da vida dos mesmos nas instituições, pois esses dependem de adaptações às restrições, que muitas vezes estão associadas à economia de saberes. Chevallard (2002) ao definir a noção de ecologia considera os conceitos de:

- *habitat*: como o lugar onde vivem os objetos matemáticos considerados (função: quadro da álgebra no Ensino Médio no Brasil e analítico em Moçambique)

- *nicho*: correspondendo à função que esses objetos ocupam em cada um de seus habitats (ferramenta para solução de problemas contextualizados no Ensino Médio no Brasil e objeto para a introdução de novas noções em Moçambique)
- *milieu*: conjunto dos objetos para os quais a relação institucional é estável e não problemática.

As praxeologias são as componentes dos diferentes habitats. Chevallard (1999) e Bosch & Chevallard (1999) ressaltam que as praxeologias associadas a um saber matemático são de duas espécies: matemáticas e didáticas. As organizações matemáticas referem-se, por exemplo, a uma classe de matemáticas na qual se estuda a diferenciação e a integração de funções, desenvolvida em uma sala de aula e as organizações didáticas referem-se ao modo de fazer esse estudo.

Segundo Chevallard (1999) e Bosch & Chevallard (1999), o conjunto de condições e necessidades que possibilitam o desenvolvimento matemático (ecologia de uma praxeologia matemática), ou seja, as condições e restrições que permitem a produção e utilização das tarefas nas instituições dependem do objeto ostensivo (perceptível aos sentidos humanos e passível de manipulação, tais como sons, grafismos e gestos). Essa dimensão ostensiva de uma praxeologia permite que um saber matemático e os conhecimentos se materializem. Os objetos ostensivos são os objetos que têm certa materialidade e que por isso adquirem para uma pessoa uma materialidade perceptível. Os objetos não-ostensivos são todos aqueles como as ideias, as intuições ou os conceitos que existem institucionalmente, mas que não podem ser vistos, percebidos ou mostrados por si mesmos. Os objetos não-ostensivos só podem ser evocados por uma manipulação adequada de determinados objetos ostensivos associados. Por exemplo, o objeto "primitiva de uma função" é um não-ostensivo que aprendemos a identificar e ativar por meio de certas expressões, escritas e gráficos colocados em jogo nas práticas e situações específicas. O desenvolvimento de uma técnica se traduz pela manipulação de objetos ostensivos regulados pelos objetos não-ostensivos.

A noção de quadro, segundo Douady (1986), como dissemos acima, surge como auxiliar no referencial teórico escolhido e nos permite identificar os quadros: algébrico, numérico, geométrico, analítico. Para Douady um *quadro* é constituído de um domínio da matemática, de relações entre os objetos, de suas formulações eventualmente diferentes, e de imagens mentais associadas a estas ferramentas, relações e estes objetos. Segundo a

autora dois quadros podem comportar os mesmos objetos e diferir pelas imagens mentais e pela problemática desenvolvida. Estas imagens têm um papel essencial no funcionamento como ferramenta dos objetos do quadro, visto que dois quadros podem comportar os mesmos objetos e serem diferentes pelas imagens mentais e também pela problemática envolvida.

Segundo a autora, as *mudanças de quadro* são um meio para obter formulações diferentes de um problema sem ser necessariamente equivalentes, permitindo um novo acesso às dificuldades encontradas e à utilização de ferramentas e técnicas que não se aplicavam na primeira formulação. As traduções de um quadro para outro conduzem muitas vezes a resultados desconhecidos, a novas técnicas, à criação de novos objetos matemáticos, em suma, ao enriquecimento do quadro original e dos quadros auxiliares de trabalho. A noção de mudança de quadros conduz Douady (1986) a transpô-la para a didática por meio da noção de jogos de quadros que são considerados pela autora como meios privilegiados para suscitar desequilíbrios cognitivos e permitir ultrapassar esses desequilíbrios por reequilibrações de nível superior.

Consideramos importante o relacionamento das noções associadas à TAD definidas por Chevallard e das noções de Quadro e Mudança de Quadros conforme definições de Douady, pois elas permitem interpretar e explicar o desenvolvimento das atividades matemática em sala de forma complementar. Por um lado estão os ostensivos, regulados pelos não ostensivos, segundo a TAD, e, por outro lado, os quadros e mudanças de quadros com suas respectivas praxeologias em função dos objetos matemáticos presentes nas diferentes instituições.

Apresentamos a seguir a metodologia utilizada na pesquisa.

3. Metodologia

A metodologia da pesquisa é o método da pesquisa bibliográfica. No caso, consideramos o estudo sistemático do processo de introdução de um “software” educativo no estudo das noções de Cálculo Diferencial e Integral. Essa pesquisa foi realizada com o objetivo de responder a questão da pesquisa enunciada na introdução.

Importa notar que existem milhares, senão milhões de pesquisas com enfoque no uso das tecnologias digitais na sala de aula de Matemática. Esta diversidade de trabalhos na área mostra por um lado um reconhecimento da importância destes meios na vida das pessoas, em particular no ensino, e, por outro, origina constrangimentos na

problematização de um estudo, levantando questões tipo: quais dessas pesquisas na área devem ser consideradas?

Nesse contexto é preciso ter algum critério claro na escolha do que utilizar na pesquisa. O meta-estudo feito pela equipe de Artigue et al. (2003) apresenta a categorização das pesquisas em Educação Matemática com o enfoque nas tecnologias digitais. Esse estudo contém indicações importantes sobre a qualidade das pesquisas nessa área e assim pode sugerir algum critério de escolha, o que tentamos fazer neste trabalho. Usando esse critério, procuramos pesquisas que:

- começam com algum questionamento sobre o papel das tecnologias digitais na aprendizagem matemática;
- apresentam algum referencial teórico que justifica os resultados;
- apresentam alguma metodologia para a realização do estudo.

Para tal, sem ser exaustivos, estudamos trabalhos nacionais e internacionais sobre a introdução das noções de Cálculo Diferencial e Integral, em particular, as de derivada e integral definida para funções de variáveis reais a valores reais. Consideramos ainda as pesquisas sobre a transição entre os ensinos Médio e Superior uma vez que nossa pesquisa se insere num projeto sobre esse tema.

Para as pesquisas nacionais foram consultados os bancos de dissertações e teses das universidades ESTADUAL PAULISTA – UNESP, PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO – PUCSP, ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC, FEDERAL DO CEARA – UFC e da UNIBAN – UNIVERSIDADE BANDEIRANTE ANHANGUERA. Importa destacar que o banco de dados da UNESP é particularmente rico em trabalhos com enfoque sobre as tecnologias digitais no ensino e aprendizagem da matemática, em particular sobre o Cálculo. Em relação aos trabalhos internacionais centramos nosso estudo no trabalho já referido acima da equipe de Artigue et al. (2003) organizado por Bishop et al. e alguns trabalhos que nos pareceram importantes em função do objetivo da pesquisa: um estudo de Singapura por Leng (2011), e dois estudos franceses, de Thurston (1995) e Aldon (1995).

A seguir apresentamos os resultados encontrados, dando ênfase àquelas que respondem mais especificamente ao objetivo e à questão que nos conduziu a esse estudo.

4. Resultados encontrados

Foram analisados no total 16 trabalhos, entre os quais 12 brasileiros.

Quadro 1 - Pesquisas brasileiras

Categoria	Natureza da pesquisa (foco)	Quantidade
A	<i>Descreve</i> as possibilidades e potencialidades do computador no tratamento do conteúdo de ensino e aprendizagem na sala de aula.	3
B	Pesquisa de <i>opinião</i> sobre as possibilidades e potencialidades do computador no tratamento do conteúdo de ensino e aprendizagem na sala de aula.	1
C	<i>Observação</i> (de aulas em ambiente computacional) e pesquisa de opinião sobre as possibilidades e potencialidades do computador na aula.	1
D	Pesquisa <i>experimental</i> num ambiente de <i>interação com os estudantes</i> visando perceber os raciocínios dos mesmos na resolução das tarefas matemáticas para tal preparadas pelo pesquisador, incluindo discussões para ultrapassar os possíveis equívocos e questionamentos sobre os significados dos objetos matemáticos visados.	4
E	Pesquisa <i>experimental</i> num ambiente de <i>interação com os estudantes</i> visando destacar as possibilidades e as potencialidades do computador na modelagem de problemas matemáticos com	1

	algumas comparações dos diferentes resultados produzidos.	
F	Pesquisa sobre a transição entre os ensinios Fundamental, Médio e Superior no domínio matemático sobre funções	2

Fonte: A pesquisa

Destacamos alguns aspectos nas diferentes categorias apresentadas na tabela acima.

Pesquisas que enquadraramos na categoria A.

No artigo de Valente (2005) o autor explicita que **INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO** é o uso das Tecnologias da Informação e da Comunicação no processo de ensino-aprendizagem escolar. Esse uso traduz o reconhecimento do poder do computador tanto como meio de ensino quanto como meio de aquisição de conhecimentos pelo aluno.

Para o autor, no contexto do ensino tradicional, o computador é um meio de transmissão de conhecimentos ao aluno por meio de softwares educacionais como tutoriais em que alguém, com conhecimentos, introduz a informação no computador e o aluno exercita e pratica ou joga com o fim de reter a informação transmitida. Estes softwares também podem avaliar o nível de retenção de conhecimentos pelo aluno, colocando perguntas sobre a matéria praticada. Porém, segundo o autor, estas práticas não são construtivistas – como alguns advogam ser – pois a construção de conhecimentos não se faz como se estivesse a construir a parede de uma casa, em que os tijolos são progressivamente colocados uns sobre os outros. O ensino nestas condições não prepara as pessoas com posições críticas capazes de enfrentar as mudanças da sociedade atual.

Contrária à prática tradicional, está o construcionismo de conhecimentos que impõe o aluno a agir com o seu meio social que constitui a fonte de ideias e da informação que deve ser descrita formalmente na linguagem de programação, passando essa informação para o computador que deve processá-la. Em seguida o aluno analisa e reflete sobre a resposta produzida. Caso seja necessário o aluno faz o refinamento da descrição anterior, introduzindo-a no computador para processá-la de novo. Assim o processo continua, percorrendo, como o autor refere, o ciclo: *descrição-execução-reflexão-depuração*. A missão do professor nesta abordagem é garantir que o aluno mantenha o ciclo em ação, intervindo quando houver a ruptura do mesmo. Nessa intervenção, o professor explicita o problema em resolução, conhece o aluno e como ele pensa, incentiva outros níveis de descrição, trabalha diferentes níveis de reflexão, facilita a depuração das ideias e promove relações sociais boas que permitem a colaboração.

Paranhos (2009) realça as potencialidades do computador como ferramenta que realiza tarefas complexas que no ambiente de lápis e papel quase se torna impossível de fazer. Recorre aos softwares Geogebra e Winplot e destaca dois objetivos para sua pesquisa: apresentar uma ferramenta extra que possibilite autonomia e ampliação dos limites para o aluno. Fazer um estudo sobre as ideias fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral e sua utilização na resolução de problemas.

Este trabalho tenta estabelecer uma ligação entre a ferramenta computacional e resolução significativa das atividades matemáticas, relacionando a visualização e a interpretação discursiva por escrito das noções matemáticas visadas. O estudo termina sugerindo 6 módulos de tarefas para estudo do Cálculo Diferencial e Integral.

Henriques et al. (2007) apresentam aspectos essenciais da Teoria de Instrumentação de Rabardel (1995), da Teoria Antropológica do Didático de Chevallard (1999) e da Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval(1993). Na análise das três teorias os autores tentam confrontar os diferentes pontos de vista que essas três abordagens oferecem na investigação dos objetos de ensino e aprendizagem, com destaque no estudo de integrais múltiplas com recurso às ferramentas computacionais.

Na Categoria B enquadrámos a dissertação de mestrado de Marin (2009) em que o autor procura saber “*Como os professores usam a TIC na disciplina de Cálculo?*”, a pesquisa é desenvolvida por meio de entrevistas via internet a professores de Cálculo previamente localizados. Entre outras coisas, os entrevistados afirmaram que o uso do computador na sala de aula proporciona, para os alunos e professores, possibilidades de investigar e analisar questões específicas da Matemática, que somente com lápis e papel fica muito difícil ou mesmo impossível de abordar.

Na categoria C temos a pesquisa de doutorado de Silva (1997) que visa estabelecer um quadro de referência nos diferentes domínios da profissão docente e discutir a introdução dos computadores na escola de forma que professores e alunos possam se beneficiar, e procurando identificar os reflexos do uso do computador na prática profissional do professor.

Na categoria D incluímos a tese de doutorado de Borba (1993), a tese de doutorado de Villarreal (1999), a dissertação de mestrado de Farias (2007) e o artigo de Alves & Neto (2012) intitulado “*Uma sequência didática para explorar a regra de L’Hospital com o uso da tecnologia*”.

Como dissemos acima estas pesquisas buscam uma interação com os estudantes, em um ambiente computacional, tentando perceber a efetividade do recurso computacional no ensino e aprendizagem matemática.

Na categoria E temos a tese de mestrado de Melo (2002) cujo objetivo é responder a questão “*Os alunos são capazes de construir o conceito da integral, por meio de atividades que levem em conta sua gênese, utilizando um software matemático?*” Num experimento de ensino com 30 estudantes foram analisadas somas superior, médio e inferior de Riemann. Como conclusão é destacado que a mídia computacional favoreceu o surgimento do processo de visualização, do aprofundamento do pensamento matemático, das conjecturas, das refutações e das validações.

Na categoria F destacamos a dissertação de mestrado de Silva (2012) em que a autora se propõe a compreender quais as relações institucionais que sobrevivem atualmente quando se introduzem as noções de equação e função quadráticas e o que pode ser considerado como conhecimento prévio disponível no início do Ensino Superior. Embasada na Teoria Antropológica do Didático (Chevallard 1991, 1992, 1994; Bosch e Chevallard 1999), nas noções de quadro e mudança de quadro conforme Douady (1984, 1992) e nos níveis de conhecimento esperado dos estudantes segundo definição de Robert (1997, 1998), faz uma análise documental (Parâmetros Curriculares Nacionais dos ensinos Fundamental e Médio e de alguns livros didáticos recomendados pelo Ministério da Educação e Cultura – MEC, e outros constantes da bibliografia básica das grades curriculares das instituições escolares analisadas). Nas conclusões, a pesquisa destaca que os documentos analisados consideram o estudo da equação e da função quadráticas de forma articulada com os conhecimentos prévios adequados ao nível de escolaridade, cabendo aos cursos de formação e capacitação auxiliar os professores nessa tarefa.

Andrade (2012) na sua tese de doutorado, na mesma perspectiva sobre a transição do ensino Médio ao Superior, procura compreender os diferentes processos de estudo e ajuda ao estudo que sobrevivem/reconstroem atualmente nos Ensinos Médio e Superior de forma a auxiliar as escolhas dos professores e conduzir a um processo satisfatório que permita que os estudantes sejam capazes de utilizar os conhecimentos matemáticos desenvolvidos no Ensino Médio, quando esses são considerados como conhecimentos prévios disponíveis para a introdução de novos conhecimentos ou para utilização dos mesmos enquanto ferramenta nas outras ciências. Com o foco sobre a função exponencial, nas considerações finais do capítulo sobre o estado da arte, a autora indica que os trabalhos

sobre transição não tratam especificamente da noção de função exponencial e não analisam as diferentes formas de tratamento dessa noção nas etapas escolares consideradas. Assim em relação aos estudos já realizados uma das contribuições de seu trabalho para a Educação Matemática é que o mesmo permitiu identificar que no início do Superior os estudantes dispõem de conhecimentos sobre as funções numéricas, suas representações e propriedades, em particular, sobre a função exponencial, mas esses conhecimentos são apenas mobilizáveis exigindo uma revisita às funções já trabalhadas no Ensino Médio de forma articulada com a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral o que pode auxiliar no desenvolvimento de conhecimentos disponíveis e sua aplicação em matemática e nas outras ciências.

A seguir destacamos alguns trabalhos não brasileiros considerados na nossa pesquisa:

O estudo de Artigue et al. (2003), que tem como objetivo obter uma compreensão ampla da integração das TICs – Tecnologias de Informação e Comunicação – no ensino. O estudo deixa alguns indicadores das dimensões do uso das TICs no ensino, que se resumem nas seguintes perspectivas: abordagem geral da integração das TICs; dimensão epistemológica e semiótica; dimensão cognitiva; dimensão institucional; dimensão instrumental; dimensão situacional e dimensão professoral. Considerando a tabela-resumo acima, integraríamos este estudo (embora muito amplo) na categoria F, pois faz uma análise do estado de arte do uso das TICs no ensino em muitas partes do mundo.

Leng (2011) no seu trabalho usou calculadora gráfica avançada, TI-NspireTM para estudar como tal tecnologia, poderia melhorar o ensino e aprendizagem do Cálculo. Em um ambiente de estudo experimental com os alunos, foram discutidos assuntos sobre: a diferenciação e os seus primeiros princípios básicos, equações de reta tangente e normal, taxa de variação, pontos estacionários, derivadas de funções trigonométricas, exponenciais, e logarítmicas, integrações e integrais indefinidas, integrais definidas, integração de funções trigonométricas, exponenciais e da função homógrafa $f(x) = \frac{1}{x}$ e área de uma região. O estudo resume que o uso apropriado das representações gráficas, numéricas e algébricas, dos conceitos de Cálculo com o recurso a TI-NspireTM permitiu aos estudantes melhor visualizar os conceitos e fazer generalizações acerca das propriedades matemáticas relevantes. Além disso, os estudantes foram capazes de relacionar as múltiplas

representações, especialmente as algébricas e gráficas para melhorar sua compreensão conceitual e as habilidades na resolução de problemas.

Thurston (1995) aponta que a noção de derivada é um dos temas da matemática em que os alunos apresentam dificuldades. Para ele essa noção pode ser pensada de múltiplas formas, como uma relação de mudança infinitesimal do valor da função à mudança infinitesimal da variável; no sentido simbólico como resultado de uma certa manipulação simbólica; no sentido lógico como objeto definido sob certas condições lógicas; como declive da reta tangente ao gráfico de uma função f ; como taxa de variação instantânea; como melhor aproximação linear de uma função nas proximidades de um ponto P , entre muitas outras possibilidades de pensar sobre a derivada, o que o autor denomina diferentes pontos de vista sobre a noção de derivada. O autor não trata da introdução de software, mas seu trabalho nos auxilia na escolha dos pontos de vista mais adequados para o estudo de derivada com recurso computacional.

Aldon (1995), no seu trabalho com recurso ao software DERIVE, desenvolve com alunos o estudo de algumas noções de Cálculo. Para ele a utilização do DERIVE na classe de matemática permite:

- apropriar-se de uma gama de heurísticas variadas, de colocar em prática um melhor controle, manter como guia para o problema posto.
- modificar o ensino da análise reduzido ao treinamento das técnicas de cálculo para o uso de conceitos (comparação, aproximação, ...).
- construir as micro-teorias matemáticas sobre os micro-campos do saber.

Para Aldon, o conhecimento prévio do software possibilita um melhor conhecimento das possibilidades dos limites do software; uma apropriação da ferramenta e um olhar crítico quanto à sua utilização. A conclusão do trabalho destaca exatamente este último ponto, a necessidade do uso crítico da ferramenta computacional.

5. Considerações Finais

A análise dos trabalhos já realizados permitiu-nos compreender a preocupação que existe na área do nosso estudo: o recurso às tecnologias digitais no ensino e aprendizagem dos conteúdos curriculares, com enfoque no domínio da matemática sobre funções, com particular incidência no Cálculo Diferencial e Integral.

Observamos que é pertinente e adequado o nosso referencial teórico para o estudo ao qual nos propomos fazer, pois se evidenciou a necessidade de articulação entre os ostensivos e não ostensivos bem como a noção de quadro e mudanças de quadros no encaminhamento das atividades matemáticas, em particular quando se recorre ao computador, por causa das suas múltiplas possibilidades de representação dos objetos matemáticos e suas transformações (ações) que são, na essência, objetos de conhecimento.

6. Agradecimentos

Os nossos sinceros agradecimentos à CAPES, instituição que financia a bolsa de estudos no âmbito em que está sendo realizada esta pesquisa.

7. Referências

ALDON, G. Une voiture à la Dérivé. *REPERES-IREM*, n. 21, p. 27-44, 1995.

ALVES, F. R. V.; NETO, H. B. Uma sequência didática para explorar a regra de L'Hospital com o uso da tecnologia. *Educação Matemática e Pesquisa*, São Paulo, v. 14, n. 2, p. 337-367, 2012.

ANDRADE, S.N. *Expectativas institucionais relacionadas à transição entre o ensino Médio e Superior para o caso da noção de função exponencial*. 2012, 285f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo.

ARTIGUE, M; LAGRANGE, J.B; LABORDE, C.; TROUCHE, L. Technology and Mathematics Education: A Multidimensional Study of the Evolution of Research and Innovation. p.237-269. *Second International Handbook of Mathematics Education, Part one*. (Eds). A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick and F. K. L. Leung. Dordrecht. Kluwer Academic Publishers, 2003.

BORBA, M. C. *Students understanding of transformations of functions using multi-representational software*. 1993, 395f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Cornell University.

BOSCH, M. et CHEVALLARD, Y. La Sensibilité de l'activité mathématique. Aux ostensifs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. v. 19, n. 1, p. 77-124, 1999.

CHEVALLARD, Yves. Organiser l'étude 3. Ecologie & Regulation. Grenoble. 2002. Disponível em <<http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/>>. Acesso em: 10 ag. 2011.

_____. El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. v. 19, n. 2, p. 221-266, 1999.

_____. Organisations Didactiques: 1. Les Cadres Général. Grenoble. 1998. Disponível em <<http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/>>. Acesso em: 10 ag. 2011.

_____. Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique. IUFM et IREM d'Aix-Marseille, 1994.

DOUADY, R. Jeux de Cadres et Dialectique Outil-Objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. v. 7, n. 2, p. 5-31, 1986.

FARIAS, M. M. R. *As representações matemáticas mediadas por softwares educativos em uma perspectiva semiótica: uma contribuição para o conhecimento do professor de Matemática*. 2007, 363f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista. Instituto de Geociências e Ciências Exatas Campus de Rio Claro.

HENRIQUES, A.; ATTIE, J. P.; FARIAS, L. M.S.. Referências teóricas da didática francesa: análise didática visando o estudo de integrais múltiplas com auxílio do Software Maple. *Educação Matemática e Pesquisa*, São Paulo, v. 9, n. 1, p. 51-81, 2007.

LENG, N. W. Using an advanced graphing calculator in the teaching and learning of calculus. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*. v. 42, n. 7, p. 925-938, 2011.

MARIN, D. *Professores de Matemática que usam a tecnologia de informação e de comunicação no ensino superior*. 2009, 164f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista. Instituto de Geociências e Ciências Exatas Campus de Rio Claro.

MELO, J. M. R. M. *Conceito de Integral: uma proposta computacional para seu ensino e aprendizagem*. 2002, 180f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

PARANHOS, M. M. *Geometria Dinâmica e o Cálculo Diferencial e Integral*. 2009, 112f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SILVA, A. A. *A noção de função quadrática na transição entre os ensinos Fundamental, Médio e Superior*. 2012, 146f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo.

SILVA, M. G. P. *O computador na perspectiva do desenvolvimento profissional do professor* 1997, 127f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista. Instituto de Geociências e Ciências Exatas Campus de Rio Claro.

THURSTON, W. P. Preuve et progress en Mathématiques. *REPERES-IREM*, n. 21, p. 7-25, 1995.

VALENTE, J. A. *Informática na Educação: Uso de software educacional X Uso de software aberto*. Depto. Multimeios e Nied, Unicamp & Ced, PUCSP, 2005.

VILLARREAL, M. E. *Pensamento matemático de estudantes universitários de Cálculo e Tecnologias Informáticas*. 1999, 402f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista. Instituto de Geociências e Ciências Exatas Campus de Rio Claro.

