ANÁLISE DE ERROS E DIFICULDADES DOS ALUNOS DO 9º ANO EM QUESTÕES DE ÁLGEBRA DO SARESP DE 2008 A 2011

Alessandro Gonçalves
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
allejoao@ig.com.br

Barbara Lutaif Bianchini
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
barbara@pucsp.br

Resumo

Motivados pela constatação do baixo desempenho dos alunos em questão de Álgebra a partir da análise feita por nós nos relatórios pedagógicos do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) de 2008 a 2011, desenvolvemos uma pesquisa com o objetivo de responder a seguinte questão: quais são os erros cometidos por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental II de uma escola pública estadual da Grande São Paulo ao resolverem questões de Álgebra que estão presentes nos relatórios pedagógicos do SARESP? Para isso aplicaremos um instrumento de coleta de dados composto por 13 questões que envolvem Álgebra retiradas dos relatórios pedagógicos do SARESP dos anos de 2008, 2009, 2010 e 2011. Após a coleta de dados analisaremos os erros cometidos e as dificuldades apresentadas tendo como base a análise de erros feita por Booth (1995).

Palavras-chave: Atividade algébrica, Álgebra, Erros, Dificuldades, SARESP.

1. Introdução

Os relatórios do SARESP de 2008 a 2011 sobre o 9º ano revelam que o desempenho dos alunos em questões de Álgebra está muito aquém do esperado. Para ilustrar esse fato apresentamos a seguir o exemplo 5 classificado como nível adequado no relatório de 2008.

Carla está calculando o custo de uma viagem de carro. Ela sabe que, para andar 120 km, seu carro consome 15 litros de combustível, cujo preço é R$ 2,00 o litro. Para uma viagem de 960 km, Carla gastará, apenas com combustível,

a) R$ 120,00

b) R$ 128,00

c) R$ 220,00

d) R$ 240,00

O aproveitamento desta questão chegou a 34%. Esse percentual é considerado abaixo do esperado para a série, segundo a análise do relatório.

O baixo índice de acertos por parte dos alunos em questões de álgebra nos fez pensar sobre quais seriam os erros cometidos e as dificuldades encontradas pelos alunos ao resolverem questões desse campo da Matemática. Uma análise sobre esses erros e dificuldades pode ser útil no sentido de proporcionar reflexões a respeito de como o aluno tem compreendido a Álgebra e é com esse objetivo que propomos o nosso estudo.

Essa análise será feita a partir das soluções apresentadas por alunos do 9º ano de uma escola pública da rede estadual do Estado de São Paulo a um instrumento de coleta de dados composto por 13 questões sobre Álgebra retiradas dos relatórios pedagógicos do SARESP dos anos de 2008, 2009, 2010 e 2011.

2. O problema de pesquisa, objetivos e hipóteses

A nossa pesquisa buscará responder a seguinte questão:

Quais são os erros cometidos pelos alunos ao resolverem questões de Álgebra que estão presentes nos relatórios pedagógicos do SARESP dos anos de 2008, 2009, 2010 e 2011?

Para tanto temos objetivos:

Analisar e classificar os erros que os alunos cometem ao resolverem questões de Álgebra que estão nos relatórios pedagógicos do SARESP.

Tendo em vista o problema de pesquisa e os objetivos, levantamos as seguintes hipóteses:

- Há erros que estão relacionados a não compreensão do significado que sinais de + e = têm em álgebra;
- A dificuldade na conversão da língua natural para a algébrica está relacionada a não compreensão da utilização de letras para a representação de números.

3. Referencial teórico

3.1 Três tipos de atividade algébrica

Com o objetivo de selecionar questões que envolviam Álgebra nos relatórios do SARESP utilizamos a classificação de atividade algébrica proposta por Kieran (2004, p. 22):

1. Geracional;
2. Transformacional;
3. Meta nível/global.

Segundo a pesquisadora, a atividade geracional envolve a formação de expressões e equações. Por exemplo: equações contendo incógnita que representam situações problemas quantitativos, expressões que representam padrões geométricos ou sequências numéricas e expressões de regras que governam relações numéricas (p. 22-23).

Por sua vez a atividade transformacional inclui, por exemplo, reduzir termos semelhantes, fatoração, expansão, substituição, adição e multiplicação de expressões polinomiais, exponenciação com polinômios, resolução de equações, simplificação de expressões, trabalhar com expressões equivalentes e equações, etc. (p. 24)

A terceira classificação proposta se caracteriza quando a álgebra é utilizada como ferramenta não só em questões internas a ela própria, mas fora dela, como é caso da resolução de problemas, modelagem, percepção de estruturas, estudo da variação, generalização, análise de relações, justificação e provas. (p. 24)

Assim, partindo destas classificações selecionamos 13 questões que compõem o nosso instrumento de pesquisa.

3.2 Erros e dificuldades em Álgebra

Com relação à análise dos erros que os alunos cometem, um estudo interessante nos servirá de base. Trata-se das investigações de Booth (1995) acerca dos tipos de erros cometidos pelos alunos. Em uma pesquisa entre os anos de 1980 e 1983, essa pesquisadora entrevistou alunos que cometiam erros em questões de Álgebra e mostrou que esses erros tinham origem nas ideias dos alunos sobre:

> a) o foco da atividade algébrica e a natureza das ‘respostas’;
> b) o uso da notação e convenção em álgebra;
> c) o significado das letras e das variáveis;
> d) os tipos de relações e métodos usados em aritmética. (p. 24)

Tendo em vista a natureza da Álgebra e da Aritmética temos diferenças importantes que devem ser levadas em consideração quando analisamos as produções dos alunos. Enquanto na Aritmética "[...] o foco da atividade é encontrar determinadas respostas numéricas particulares. Na álgebra, porém, é diferente. Na álgebra o foco é estabelecer procedimentos e relações e expressá-los numa forma simplificada geral." (p. 24)

As notações e convenções também são aspectos importantes e causa de erros por parte dos alunos. Segundo Booth (1995, p. 24), na Aritmética os símbolos "+ e = são interpretados geralmente em termos de ações a serem efetuadas, de maneira que + significa efetivamente realizar a operação e = significa escrever a resposta". Em relação à Álgebra, esses símbolos podem ter significados diferentes. No exemplo 2a + 5b, Booth (1995, p. 28) observou que há uma tendência em juntar os termos, chegando a 7ab.

O significado das letras e a noção de variável também são discutidos pela pesquisadora que afirma que isso se constitui em "Uma das diferenças mais flagrantes entre aritmética e álgebra." (p. 30)

O quarto aspecto levantado por Booth (1995, p. 32) está relacionado à continuidade da Álgebra em relação à Aritmética. Dentro desse aspecto há a concepção de que a Álgebra é a Aritmética generalizada. Mas para que o aluno consiga generalizar determinadas relações e procedimentos aritméticos, segundo a pesquisadora:

> é preciso primeiro que tais relações e procedimentos sejam aprendidos dentro do contexto aritmético. Se não forem reconhecidos, ou se os alunos tiverem concepções erradas a respeitos deles, seu desempenho em álgebra poderá ser afetado. (p. 33)

Outros aspectos relacionados à aritmética apontados por Booth (1995) tratam da não utilização pelos alunos dos parênteses por acharem que "[...] a sequência escrita de operações determina a ordem em que os cálculos devem ser efetuados." (p. 33). Ela apresenta o exemplo de uma aluna que considera que o resultado da expressão $18 \cdot 27 + 19$ é igual quando se resolve $27 + 19 \cdot 18$, somando 27 com 19 e o resultado multiplica-se com 18.

Entendemos que os resultados dos estudos de Lesley Booth podem ser de grande importância no sentido de nos auxiliar nas análises que iremos realizar.

3.3 Matemática e Linguagem

A matemática pode ser entendida como linguagem à medida que se utiliza de uma simbologia que foi construída ao longo do tempo com o intuito de estabelecer a comunicação entre os povos e entre a própria cultura matemática, que serviu e serve para resolver problemas, bem como para dar continuidade ao conhecimento historicamente construído.

As maneiras como Duval (1996, 1997a, *apud* D'AMORE, 2007, p. 244) entende a palavra linguagem são ilustrativas de como a linguagem matemática se aproxima das suas definições.

> • como *língua*, sistema semiótico com um funcionamento próprio (o italiano, o espanhol, por exemplo);
> • como diferentes *formas de discurso* produzidas usando uma língua (uma narração, uma conversação, uma explicação, por exemplo);
> • como uma função geral de *comunicação* entre indivíduos da mesma espécie (entre abelhas, por exemplo);
> • como uso de um *código* qualquer, mais ou menos reconhecido e compartilhado socialmente (por exemplo, usa-se dizer: a linguagem das flores.

A invenção de símbolos para a representação de objetos, regras, relações, propriedades e fórmulas fez da Matemática uma das linguagens mais complexas, não só na sua riqueza, mas também na diversidade e singularidades desses símbolos em diferentes contextos e aplicações.

Dessa forma, quando estamos diante de símbolos matemáticos é necessário compreender o seu significado para poder agir corretamente. Por exemplo, se tivermos que resolver uma equação cujo enunciado seja: Resolva a equação x + 12 = 5, sendo U = ¥ é necessário ter entendimento do que vem a ser U = ¥ , pois desse entendimento é que obteremos a resposta para a equação. A partir da condição U = ¥ é que percebemos como nesse caso não basta conhecer as técnicas de resolução de uma equação, é necessário também compreender que o conjunto do qual a solução deveria pertencer é o dos números naturais e que nesse campo numérico não há números negativos,

É interessante analisar como uma simbologia tão simples e econômica em termos de representação como U = ¥ pode significar uma regra importante e muitas vezes ignorada. Com relação a essa característica dos símbolos, Vergnaud (1990, p. 166, *apud* FALCÃO, 1994, p. 25) destaca que:

> [...] o simbolismo matemático não é, falando rigorosamente, nem uma condição necessária nem uma condição suficiente do processo de conceptualização, mas contribui utilmente para esse mesmo processo, notadamente em termos da transformação de categorias de pensamento em objetos matemáticos. A linguagem natural é o meio essencial de representação e identificação das categorias matemáticas, mas em comparação com os diagramas, fórmulas e equações, ela não possui o laconismo indispensável à seleção e ao tratamento das informações e relações pertinentes.

Assim, toda a linguagem matemática tem grande importância no estudo dessa disciplina e a sua não compreensão pode trazer sérios problemas para o seu entendimento.

4. Metodologia e procedimentos metodológicos

4.1 A abordagem escolhida

Tendo em vista que a nossa pesquisa prevê a análise da produção dos alunos em termos qualitativos, entendemos que a abordagem qualitativa é a opção mais adequada aos nossos objetivos.

Assim, adotaremos para a realização da nossa pesquisa essa abordagem que possui cinco características, segundo Bogdan e Biklen (1994, p.47-51)

> 1. Na investigação qualitativa a fonte direta
> de dado é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal.
> 2. A investigação qualitativa é descritiva
> 3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos
> 4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma intuitiva
> 5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

4.2 A escola e os sujeitos de pesquisa

Escolhemos uma escola da Grande São Paulo que tem apresentado bons resultados no Índice de Desenvolvimento da Educação de São Paulo (IDESP) nos últimos anos. Esse índice é um indicador de qualidade da escola pública paulista que leva em consideração dois aspectos: o desempenho dos alunos no SARESP e o fluxo escolar.

Aplicaremos as questões do nosso instrumento para uma turma de 9º ano, com 40 alunos, em dois momentos, sendo cada um de 100 minutos, em sala de aula. No primeiro momento eles responderão individualmente seis questões e no segundo, sete. Os alunos não poderão consultar nenhum tipo de material, colega ou o pesquisador. A escolha da turma será combinada com a direção da escola que apontará uma turma disponível de acordo com a dinâmica escolar. Nos momentos em que os alunos estarão resolvendo as questões permaneceremos em sala acompanhando todo o processo.

4.3 Procedimentos

Construímos um instrumento de coleta de dados composto por 13 questões que envolvem resolução de sistemas de 1º grau; representações na língua natural, algébricas e gráficas de um sistema de equações do 1º grau; Teorema de Tales; operações com polinômios; semelhanças de triângulos; Teorema de Pitágoras e resolução de equações. A escolha das questões teve como base a concepção de Kieran (2004) acerca do que se constitui uma atividade algébrica.

Fizemos uma análise *a priori* do instrumento de coletas de dados. Essa primeira etapa foi de fundamental importância por possibilitar uma antecipação de possíveis resoluções, erros e dificuldades dos alunos. As demais etapas consistem na resolução do instrumento de coleta de dados por parte dos alunos e na análise destas resoluções.

Apresentamos a análise do exemplo 5 do relatório de 2008.

Carla está calculando o custo de uma viagem de carro. Ela sabe que, para andar 120 km, seu carro consome 15 litros de combustível, cujo preço é R$ 2,00 o litro.Para uma viagem de 960 km, Carla gastará, apenas com combustível:

a) R$ 120,00

b) R$ 128,00

c) R$ 220,00

d) R$ 240,00

Análise

Se os alunos resolverem esta questão por qualquer uma das resoluções que apresentamos, ele revelará ter construído a habilidade de resolver problemas envolvendo relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas.

Possíveis resoluções

O problema traz a informação de que para andar 120 km o consumo será de 15 litros e pergunta qual é o consumo para percorrer um trecho de 960 km. Trata-se de um problema de proporcionalidade direta entre duas grandezas.

I) O aluno pode calcular a quantidade de litros para percorrer 960 e multiplicar esse valor pelo preço do litro:

120 km ----------------- 15 litros

960 km ----------------- x litros

x = 120

Multiplicando 120 litros pelo preço de cada litro: 120 . 2 = 240

Logo, para percorrer uma viagem de 960 km gasta-se R$ 240,00

II) O aluno pode calcular o custo para 120 km e em seguida calcular o custo para 960 km.

Para percorrer 120 km gasta-se R$ 30,00

120 km ---------------------- R$ 30,00

960 km ---------------------- R$ x

x = 240 .

Assim, o custo de uma viagem de 960 km será de R$ 240,00.

III) Pode também fazer uma tabela de custos em função da distância percorrida.

Distância percorrida (km)	Consumo (litros)	Custo (R$)
120	15	30
240	30	60
360	45	90
480	60	120
600	75	150
720	90	180
840	105	210
960	120	240

5. Referências

BOGDAN, R. e BIKLEN, S. Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BOOTH, L. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFOR, Arthur F. SHULTE, Albert P. As ideias da álgebra. São Paulo: Atual, 1995.

D'AMORE, Bruno. Elementos da Didática da Matemática. Tradução Maria Cristina Bonomi. São Paulo: Livraria da Física, 2007.

FALCÃO. J. T. Representação do problema, escrita de fórmulas e tutoria na passagem da aritmética à álgebra. Seminários sobre Novas Perspectivas em Educação Matemática no Brasil. INEP, São Paulo, 1994.

KIERAN, C. **The core of algebra: reflections on its main activities**. In: STACEY, K.; CHICK, H.; KENDAL, M. (Eds.). The future of the teaching and learning of algebra: the 12th ICMI study. Dordrecht: Kluwer, 2004. p. 21-33.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. SARESP 2008: Relatório Pedagógico de Matemática. São Paulo: SEE, 2009.