

ÁLGEBRA: QUE REFLEXÕES PODEMOS FAZER APÓS A ANÁLISE DE UM TESTE APLICADO AO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA NA UESB – CAMPUS JEQUIÉ

Ana Paula Teles de Oliveira
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
anapaulateles@ig.com.br

Resumo:

Neste artigo descreveremos parte da pesquisa: “Análise de erros cometidos pelos discentes dos cursos de Licenciatura em Matemática das Universidades Estaduais Baianas”. A pesquisa foi dividida em duas etapas: a primeira consiste na análise das respostas dos alunos a um teste referente a conteúdos de matemática da educação básica, que possibilitou o levantamento de dados sobre erros e dificuldades apresentadas, e a segunda na proposta de estratégias de intervenção no sentido de amenizar ou sanar as dificuldades apresentadas. Propomos, neste artigo, analisar as respostas dadas pelos discentes a questão 1 do Teste I, com o objetivo de refletir sobre o erro e, então, fazer uma reflexão sobre o ensino de álgebra na escola na educação básica e no curso de licenciatura em matemática. Analisaremos as questões respondidas pelos alunos ingressantes do curso de Licenciatura em Matemática com enfoque em informática da UESB, *campus* Jequié.

Palavras-chave: Álgebra; Análise de erro; Educação Matemática.

1. Introdução

As dificuldades apresentadas pelos alunos, referente à aprendizagem da matemática, não é novidade. Sabemos que esse não é um caso isolado, pois essa dificuldade independe da faixa etária do indivíduo ou do curso em que está matriculado. Sensibilizados por esse assunto, nós, os professores do curso de Licenciatura de Matemática realizamos um projeto intitulado “Análise dos erros cometidos pelos discentes dos cursos de Licenciatura em Matemática das Universidades Estaduais Baianas”, que consiste em analisar as respostas de um teste, denominado Teste I, construído sobre conteúdos de matemática aprendidos na educação básica. Com o intuito de verificar as dificuldades que os alunos do curso de licenciatura em matemática apresentaram em conteúdos da educação básica, para assim fazer a intervenção e tentar, de alguma maneira, sanar as dificuldades, possibilitando que o futuro professor tenha uma formação sólida.

Este projeto encerrou-se em 2012, com dois testes aplicados e analisados em todos os cursos de Licenciatura de Matemática nas Universidades Baianas. Para a análise, fundamentamo-nos nos trabalhos de Cury (2007) e, assim, categorizamos os erros. Após a categorização, elaboramos relatórios e os enviamos as autoridades competentes.

Neste artigo, analisaremos a questão 1 do primeiro teste, denominado Teste I, aplicado em 2008 aos alunos ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, *campus* Jequié. Utilizaremos a teoria de reificação para refletirmos sobre a construção dos conceitos matemáticos e, assim, iniciarmos as ponderações sobre o ensino da álgebra no ensino básico e no curso de Licenciatura. Os conceitos que necessitamos são de competência, isto é, a “capacidade de agir eficazmente em um determinado tipo de situação, apoiando-se em conhecimentos, mas sem se limitar a eles” (BRASIL, 2011, p. 18), e de habilidades, ou seja, “referem-se, especificamente, ao plano objetivo e prático do saber fazer e decorrem, diretamente, das competências já adquiridas e que se transformam em habilidades”. (BRASIL, 2011, p. 18).

Para tanto, dividimos este trabalho em “O ensino de álgebra no curso de Licenciatura em Matemática”, “Contribuições da teoria de reificação de Anna Sfard”, “Os descritores da questão”, “A análise da questão” e “Considerações finais”.

2. O Ensino de Álgebra no curso de Licenciatura em Matemática

Os cursos de Licenciatura em Matemática são estruturados de tal maneira para que os egressos alunos possam desenvolver suas atividades profissionais de maneira adequada à sociedade, que está em profunda mudança. Assim, os currículos são elaborados para que os licenciados desenvolvam várias competências e habilidades, dentre as quais, citamos:

- capacidade de expressar-se escrita e oralmente com clareza e precisão.
- capacidade de compreender, criticar e utilizar novas ideias e tecnologias para a resolução de problemas.
- habilidade de identificar, formular e resolver problemas na sua área de aplicação, utilizando rigor lógico-científico na análise da situação-problema. (CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 2011, p. 3).

Essas habilidades e competências são desenvolvidas por meio de diferentes disciplinas, como por exemplo, a Álgebra I¹ que, inicialmente, trata-se da teoria dos números. Os livros que geralmente tratam desse conteúdo apresentam “teorias bem organizadas, partindo de um punhado de axiomas e demonstrando ordenadamente todos os resultados subsequentes” (MILIES, COELHO, 2001, p. 12). Todo esse conteúdo é desenvolvido a partir de estruturas que dependem somente de definições e conceitos, fazendo com que o aluno desenvolva um senso crítico sobre o conjunto dos números inteiros. A grande barreira a ser ultrapassada deve ser pela própria constituição do conteúdo, pois

os números foram considerados durante milênios como entes intuitivos e algumas de suas propriedades, como, por exemplo, a comutatividade e a associatividade da adição e da multiplicação, eram considerados inerentes à sua própria natureza, portanto não necessitando de demonstração. (Hefez, 2002, p. 22).

Acreditamos que nessa disciplina o aluno tenha iniciado o contato com o pensamento abstrato, utilizando a demonstração, ou seja, “uma sucessão articulada de raciocínios lógicos que permite mostrar que um resultado proposto é consequência de princípios previamente fixados e de proposições já estabelecidas.” (DOMINGOS, IEZZI, 2003, p. 17).

Antes de entrar no curso de graduação, os discentes passaram por uma formação escolar na educação básica, que os auxiliarão em toda formação universitária. Queremos, por meio de uma análise de uma questão de Teste I, fazer algumas considerações sobre a compreensão dos significados dos conceitos matemáticos, relacionados à álgebra escolar. Para nos auxiliar discorreremos sobre o processo de reificação no conhecimento matemático abstrato.

3. Contribuições da teoria de reificação² de Anna Sfard³

Para a pesquisadora Anna Sfard (1991), a construção do conhecimento matemático está sempre relacionada às seguintes definições:

¹ Disciplina ministrada no curso de Licenciatura em Matemática na UESB, *campus* Jequié, com ementa composta pela teoria dos números e estrutura algébrica.

² Maiores informações sobre essa teoria poderão ser obtidas em Sfard,(1991).

³ Ana Sfard é pesquisadora sobre o formação do pensamento matemático.

- Conceito: sempre que a ideia matemática estiver em sua forma “oficial”, como construções teóricas dentro da formalidade exigida pela comunidade científica;
- Concepção: em um campo mais subjetivo, abstrato do ente matemático.

Sfard acredita que para a formação da maioria dos conceitos matemáticos existem duas concepções que parecem contraditórias, mas são complementares, denominadas concepção:

- Estrutural: como objetos;
- Operacional: como processos.

Tanto a concepção estrutural como a operacional são importantes. Ao analisarmos a formação do conceito matemático, concluímos que em sua maioria, ocorre primeiro a concepção operacional, apesar de não podermos impor uma regra, como, por exemplo, na geometria em que em vários assuntos a concepção estrutural precede a concepção operacional.

A concepção estrutural é um processo lento, complicado. Em determinadas fases da formação do conhecimento, a ausência de uma concepção estrutural pode prejudicar o desenvolvimento. Como a quantidade de informação cresce, o esquema antigo pode se tornar saturado e praticamente impermeável a qualquer enriquecimento.

A transição das operações para objetos abstratos é um longo e complicado processo, passando pelos seguintes estágios:

- Interiorização: o aluno se familiariza com os processos que originarão um novo conceito. Estes processos são operações realizadas em nível anterior dos objetos matemáticos. Aos poucos, o docente torna-se hábil em realizar esses processos.
- Condensação: o indivíduo tem a capacidade de pensar sobre um determinado processo, como um todo.
- Reificação: Somente quando uma pessoa se torna capaz de conceber a noção de como um objeto é em seu pleno direito, é que o conceito tem sido reificado. Dessa forma, a reificação, é definida como uma mudança ontológica (capacidade súbita de ver algo familiar). Aqui é o início de uma interiorização de conceitos de nível complexo.

A reificação, que traz entendimento relacional, é complexa, exigindo um período de trabalho intenso.

Encerrada a descrição de como ocorre o processo de formação do pensamento matemático abstrato segundo Sfard, descreveremos, na próxima seção a preocupação

dos professores ao ensinar matemática para o ensino básico. Iremos identificar as habilidades relacionadas com a questão a ser analisada.

4. Os descritores da questão

Sempre a atividade humana esteve interligada à matemática, ciência que muito contribuiu para o seu desenvolvimento. Observamos que o desenvolvimento e a construção dessa ciência foi com o intuito de obter respostas sobre indagações, próprias da matemática, elaboradas por diferentes áreas do conhecimento.

Contemporaneamente, em nossa sociedade, há uma preocupação em desenvolver as habilidades e competências matemáticas em um aluno, com objetivo do mesmo entender e prever estratégias das suas situações cotidianas. Diante disso, “as competências cognitivas podem ser entendidas como as diferentes modalidades estruturais da inteligência que compreendem determinadas operações que o sujeito utiliza para estabelecer relações com e entre os objetos físicos, conceitos, situações, fenômenos e pessoas.” (BRASIL, 2011, p. 18).

Como exemplo, temos a Prova Brasil e o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb), que, para a sua elaboração, unem os conteúdos da aprendizagem e as competências utilizadas no processo de construção do conhecimento.

Para a avaliação dos itens há uma matriz de referência, em que, a partir de um tema, são definidos os descritores correspondentes.

O descritor é uma associação entre conteúdos curriculares e operações mentais desenvolvidas pelo aluno, que traduzem certas competências e habilidades. Os descritores indicam habilidades gerais que se esperam dos alunos e constituem a referência para seleção dos itens que devem compor uma prova de avaliação. (BRASIL, 2011, p. 18).

Dessa forma, ao examinarmos os descritores elaborados para a Prova Brasil e o SAEB, identificamos alguns que nos auxiliaram na análise da questão 1, sendo eles:

- SAEB – 3º ano nível médio:

Tema II – Grandezas e Medidas

D11– Resolver problemas envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas;

D12 – Resolver problemas envolvendo o cálculo de área de figuras planas;

Tema III – Números e Operações / Álgebra e Funções

D17 – Resolver problemas que envolvam equação do segundo grau;

D25 – Resolver problemas que envolvam os pontos de máximos ou de mínimos de uma função polinomial do segundo grau.

- PROVA BRASIL – 8º série do ensino fundamental:

Tema III – Números e Operações / Álgebra e Funções

D33 – Identificar uma equação ou inequação do 1º grau que expressa um problema.

- PROVA BRASIL – 4º série do ensino fundamental:

D4 – Identificar quadriláteros observando as posições relativas entre seus lados.

Assim, com o levantamento desses descritores, identificamos as habilidades e competências que deveriam estar desenvolvidas nos discentes para resolverem a questão 1. Neste momento, estamos preparados para a análise da questão 1, assunto tratado na próxima seção.

5. A análise da questão

Juntamente com o Teste I, os alunos responderam um questionário. Ao analisarmos esse questionário, observamos que os estudantes que participaram desse projeto optaram por cursar a graduação em Licenciatura em Matemática por terem afinidade com a disciplina de matemática no ensino básico. Por conseguinte, deduzimos que analisávamos questões de uma clientela com a maioria das competências e habilidades da matemática referente ao ensino básico desenvolvidas.

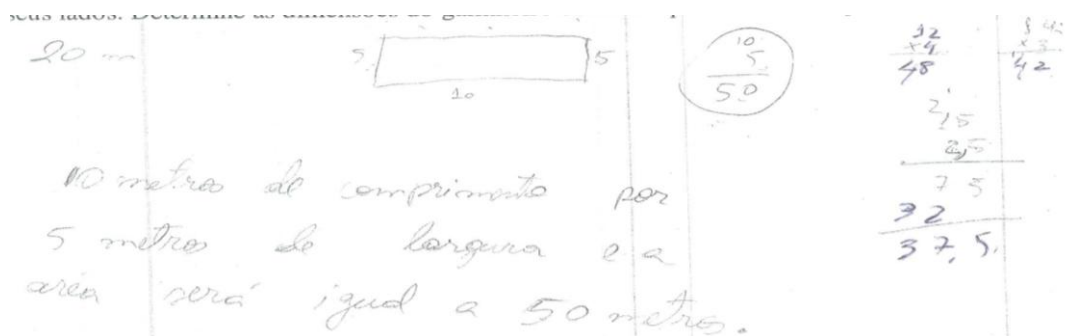
A nossa reflexão versará sobre a primeira questão do Teste I, que apresenta o seguinte enunciado “*Um fazendeiro possui vinte metros de cerca e deseja construir um galinheiro de forma retangular, aproveitando um muro já construído como sendo um de seus lados. Determine as dimensões do galinheiro de modo que a sua área seja máxima*”.

Dos 34 alunos que responderam o teste, obtemos 20 que responderam de forma errada e 14 não responderam. Salientamos que consideramos a resolução correta, quando essa estiver conforme a resolução institucional que foi respaldada e validada pelos professores da área de matemática e de educação matemática.

Ao lermos a questão, observamos que para a resolução desse problema é necessária a utilização/aplicação de conceitos geométricos. Um dado interessante é que dos discentes que não responderam a questão, dez deixaram claro que conseguiram associar a forma retangular do galinheiro com uma representação do retângulo,

satisfazendo o descritor D4. Enquanto que esse número sobe para dezoito em comparação aos alunos que responderam de forma errada. Outro dado relevante é que dos que escreveram sua resolução errada, seis deixaram registrado a expressão algébrica da área de um retângulo, enquanto dois deixaram registrado a expressão algébrica do perímetro de um retângulo, dentre os quais associamos os descritores D12, D11, respectivamente. Apesar de apresentarem algum conhecimento relacionado à geometria, vemos indícios que estão na concepção operacional de acordo com Sfard. Fundamentamos essa conclusão por utilizarem inadequadamente ou não utilizarem todo esse conhecimento para a resolução da questão.

Abaixo reproduzimos uma resolução que muitos alunos utilizaram, acreditando estar correta.



Handwritten student solution for a math problem. The student has written:

20 m

10 metros de comprimento por 5 metros de largura e a área será igual a 50 metros.

A diagram of a rectangle is drawn with a horizontal side labeled '10' and a vertical side labeled '5'. To the right of the diagram, the calculation $10 \cdot 5 = 50$ is written and circled. Further to the right, there are several other calculations:

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 4 \\ \hline 128 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 275 \\ \times 2 \\ \hline 550 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 5 \\ \hline 100 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 10 \\ \hline 200 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 5 \\ \hline 100 \end{array}$$

Nessa solução há indícios de que o aluno consegue interpretar e compreender algumas informações dessa questão. Observamos uma representação de um retângulo, com os números 5 e 10 registrados em seus lados, quatro multiplicações que insinuam ser o cálculo de três áreas que satisfazem as condições do enunciado, a multiplicação $10 \cdot 5 = 50$ circulada, sugerindo que ele considerou essa a resposta. Ao registrar 20m, parece considerar essa informação importante, mas não indica o motivo. Se considerarmos todas as deduções verdadeiras, podemos afirmar que a partir de algumas observações particulares, somente quatro encontraram as dimensões para a área de valor máximo. Apesar de todas as informações que conseguiram compreender ao ler o problema, não conseguiram traduzi-la para a linguagem algébrica e, assim, prosseguir na resolução que consistia em resolver um sistema de equações. Diante disso,

concluímos que, como corrobora Sfard, os alunos do curso de Licenciatura em Matemática estão no estágio de concepção operacional.

6. Considerações Finais

Observamos que em alguns conceitos geométricos, talvez pela sua relação com o concreto, os alunos apresentavam maior facilidade na resolução da questão. Dessa forma, concluímos que alguns alunos conseguem registrar as expressões algébricas relacionadas à área e ao perímetro, mas não conseguem expressá-las algebricamente com os dados que estão no problema, ou, ainda, tenta resolverem a questão por meio de alguns cálculos numéricos, demonstrando encontrarem-se nos estágios de interiorização, talvez, condensação, de acordo com Sfard, no que diz respeito a esse conteúdo. Uma dificuldade que realmente apresentam é expressar-se algebricamente.

Ao refletirmos sobre esses dados, observamos que os alunos não possuem uma profunda compreensão dos conceitos geométricos a ponto de generalizarem, abstraírem, modelarem e, assim, resolverem a questão 1. O desenvolvimento dessas habilidades está associado ao desenvolvimento do pensamento algébrico, ficando assim a indagação: “Os alunos estão preparados para cursar uma disciplina que exija pensamento puramente abstrato?”, “Quais competências e habilidades devem se desenvolver no aluno que faz o ensino básico para que ocorra “o aprofundamento da compreensão dos significados dos conceitos matemáticos” (CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 2011, p. 4) relacionadas ao ensino de álgebra em um curso de Licenciatura?”.

Sem fundamento para respondermos a essas perguntas, indicamos a necessidade de mais pesquisas sobre o ensino algébrico escolar e o ensino da álgebra no curso de Licenciatura em Matemática.

7. Referências

BRASIL. Ministério da Educação;. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. PDE : Plano de Desenvolvimento da Educação : SAEB : ensino médio : matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília : MEC, SEB; Inep, 2011. Disponível em < http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/saeb_matriz2.pdf> acesso em 14 de março de 2013.

CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO (Brasil). Parecer CNE/CES nº 1302/2001, de 6 de novembro de 2001. Diretrizes curriculares nacionais para os cursos de matemática, bacharelado e licenciatura. Diário oficial da União, Brasília, DF.

Disponível em <<http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>> acesso em 12 de março de 2013.

CURY, Helena N., **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. BH: Autêntica, 2007.

DOMINGOS, H.H; IEZZI,G., **Álgebra Moderna**, São Paulo, Atual, 2003

HEFEZ, A., **Curso de Álgebra**, vol.1, Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2002.

MILIES, C. P.; COELHO, S. P. **Uma introdução à Matemática**, São Paulo, Editora da Universidade de São Paulo, 2001.

SFARD, A. On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1-36,1991. Disponível em < <https://www.msu.edu/~sfard/Dual%20nature1.pdf>> acesso em 10 de março de 2013.