

UM ESTUDO SOBRE A APRENDIZAGEM DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL NA PERSPECTIVA DE DAVID TALL

Marcio Vieira de Almeida
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC
marcioalmeidasp@gmail.com

Sonia Barbosa Camargo Iglori
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC
siglioni@pucsp.br

Resumo:

Neste artigo são apresentados alguns resultados de uma pesquisa qualitativa teórica, de caráter bibliográfico, que objetivou a organização de um panorama de artigos, de autoria de David Tall, relacionados à aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral. Inicialmente, foram expostas algumas considerações relacionadas ao campo da Educação Matemática no Ensino Superior e dados biográficos de David Tall. Relacionados à pesquisa, foram apresentados os objetivos, a problemática e os procedimentos metodológicos, que se basearam em elementos da Análise de Conteúdo, segundo Bardin. Por fim, são expostas as categorias que emergiram do fichamento dos artigos, algumas considerações que compuseram o panorama e razões que justificam a sua organização. Os autores esperam, com o material que compõe este artigo, trazer contribuições aos interessados no estudo das dificuldades de aprendizagem do Cálculo e da Educação Matemática no Ensino Superior em geral.

Palavras-chave: Panorama; Cálculo Diferencial e Integral; Limite; David Tall; Ensino e Aprendizagem do Cálculo.

1. Introdução

Neste artigo são apresentados à problemática, os procedimentos metodológicos e alguns resultados de uma pesquisa (ALMEIDA, 2013) qualitativa teórica realizada no âmbito do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC/SP. São apresentados também, de forma complementar, um breve histórico do campo da Educação Matemática no Ensino Superior, algumas questões desse campo e elementos da biografia de David Tall.

Nessa pesquisa (ALMEIDA, 2013) foi elaborado um panorama de artigos de autoria de David Tall, *Professor*¹ Emérito em Pensamento Matemático da Universidade de Warwick. Os artigos estudados (Anexo) foram retirados do sítio acadêmico do pesquisador da seção *Limits, Infinity & Infinitesimals*², que trata especificamente de um conceito central do Cálculo Diferencial e Integral: o conceito de limite.

Com o panorama pretendeu-se cumprir com os seguintes objetivos: a busca por elementos que auxiliem na análise das dificuldades de aprendizagem de conceitos da Matemática Avançada, mais especificamente dos conceitos do Cálculo Diferencial e Integral; e contribuir com a organização da área de pesquisa.

Um panorama, como a produção de sínteses, auxilia no mapeamento das linhas de pesquisa em desenvolvimento pelos pesquisadores do campo da Educação Matemática e na busca de canais que auxiliarão na formulação de práticas educacionais coerentes numa modalidade de ensino dessa área (MAMONA–DOWNS; DOWNS, 2008, p. 154). Além disso, a modalidade de pesquisa “panorama” pode auxiliar na difusão da produção de um teórico da Educação Matemática, no caso o pesquisador inglês David Tall. Os resultados destacados em Almeida (2013) podem ser utilizados, por professores e interessados, tanto em sala de aula quanto em futuras pesquisas do campo da Educação Matemática.

O artigo é finalizado por reflexões resultantes da elaboração do panorama.

2. O Campo de Pesquisa da Educação Matemática no Ensino Superior e a biografia de David Tall

O Campo de Pesquisa da Educação Matemática no Ensino Superior reúne os professores e os pesquisadores em Educação Matemática que têm se preocupado com questões relacionadas às dificuldades de aprendizagem de tópicos matemáticos do Ensino Superior. Segundo Pinto (2002), esse campo estabeleceu-se recentemente tanto no cenário nacional quanto no internacional.

¹ Segundo o dicionário eletrônico *Cambridge Dictionaries Online* (<http://dictionary.cambridge.org/>), a palavra inglesa *Professor* significa: “um professor que possui o maior grau de uma universidade britânica, ou um professor de alto escalão em uma universidade ou faculdade americana”.

² Endereço eletrônico: <http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/themes/limits-infinity.html>. Acesso em 24 mar. 2013.

No cenário internacional, esse campo surgiu, na década de 80, durante o encontro anual do *International Group for the Psychology of the Mathematical Education* (PME) com a criação do *Advanced Mathematical Thinking Group*.

Outro ponto marcante no desenvolvimento desse campo de pesquisa foi o estudo sobre o ensino e aprendizagem no ensino universitário encomendado pela *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI³), no final da década de 90 (SILVA, 2011, p. 394). Os resultados desse estudo foram organizados e publicados em 2001, por Derek Holton, no trabalho *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level* (HOLTON, 2001). No prefácio da referida obra, Holton (2001) destacou quatro motivos que justificaram a realização de tal estudo: o aumento substancial da demanda de estudantes nas Instituições de Ensino Superior; a queda no número de estudantes interessados em cursos superiores de Matemática; a tendência de aumento no interesse dos matemáticos profissionais, que atuam no Ensino Superior, pela Educação Matemática; a criação de um fórum de discussão, disseminação e intercâmbio de ideias educacionais e pedagógicas entre matemáticos e educadores matemáticos.

No cenário nacional, segundo Pinto (2002, p. 224), o primeiro encontro de pesquisadores do campo de pesquisa da Educação Matemática no Ensino Superior foi realizado no ano de 2000, durante o I Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), organizado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Nesse encontro constituiu-se o Grupo de Trabalho nº 4 – Educação Matemática do Ensino Superior, que é atualmente coordenado pela Profa. Dra. Barbara Lutaif Bianchini (PUC/SP) e tem como subcoordenador o Prof. Dr. José Carlos Pinto Leivas (UNIFRA) que assumiram a coordenação do grupo na reunião do VI SIPEM, realizada em outubro de 2012.

Nesse momento, são destacadas questões, propostas por Frota e Nasser (2009), que refletem alguns interesses e anseios dos pesquisadores pertencentes a esse campo de pesquisa:

Qual é o papel da Matemática no Ensino Superior? Como o aluno se relaciona com a Matemática formal? Como abordar tal Matemática? Que estratégias o aluno utiliza para aprender Matemática? (FROTA; NASSER, 2009, p. 7)

³ Criado em 1908, durante o Congresso Internacional de Matemáticos realizado na cidade de Roma.

Além das questões exibidas, Iglioni trouxe algumas características das pesquisas relacionadas aos processos de ensino e aprendizagem no Ensino Superior:

[...] a investigação de fenômenos relacionados à formação do pensamento avançado; investigar fatores que dificultam a aquisição de conceito da Matemática Avançada; expandir a faixa etária das teorias da aprendizagem para a aquisição de conceitos complexos da Matemática; investigar abordagens de ensino que favoreçam apreensão dos conceitos, entre outros temas (IGLIORI, 2009, p. 12).

Tentando abordar as peculiaridades do Ensino Superior, os primeiros trabalhos conduzidos, na década de 80, pelos integrantes do *Advanced Mathematical Thinking Group* foram fundamentados em teorias consagradas da Psicologia da Educação, em especial dos pesquisadores Jean Piaget e Lev Vygotsky, numa tentativa de ampliá-las para questões relacionadas ao ensino e aprendizagem de indivíduos adultos. Contudo, talvez pelo fato dos desenvolvimentos e avanços realizados pelo grupo não terem sido fundamentados num único quadro teórico, a influência de outros quadros teóricos estão presentes nessa área de pesquisa. Esse cenário foi descrito por Fusaro Pinto:

Atualmente, abordagens diversas têm coexistido, articulando uma ou mais áreas, ou trabalhando primordialmente sob outros pontos de vista que não o da Psicologia, como por exemplo, a Sociologia ou o da Filosofia da Educação. Assim, à luz de um reconhecimento da dimensão social e cultural do processo de aprendizagem relativizam-se análises cognitivas clássicas (PINTO, 2002, p. 236).

Além da incorporação de quadros teóricos idealizados em outras áreas do conhecimento, começaram a emergir teorias específicas para atender as necessidades desse nível de ensino, as quais formaram um corpo teórico próprio. Dentre os pesquisadores que se debruçam sobre os problemas e especificidades da Educação Matemática no Ensino Superior é destacado o trabalho do pesquisador inglês David Tall. Desde 1970, esse pesquisador é um dos principais articuladores da área de pesquisa que se tornou conhecida como Pensamento Matemático Avançado. A seguir, são apresentados dados biográficos desse autor.

Tall cursou a graduação em Matemática no *Wadham College* de Oxford, no período 1960 a 1963. Ao final da graduação, ele recebeu o *Junior Mathematics Prize*, como melhor aluno da turma. Nessa instituição, no ano de 1967, ele obteve o título de Doutor em Matemática sob a orientação do *Professor Michael Francis Atiyah*. Nos anos de 1966 a 1969 foi professor de Matemática na *Sussex University* e escreveu o seu primeiro livro

Functions of a Complex Variable, a partir de suas notas de aula. No ano de 1969, ele integrou o corpo docente da Universidade de Warwick. Posteriormente, ele obteve o doutoramento em Educação (TALL, 1986), sob a orientação do *Professor* Richard Skemp. No período de 1969 à 1979, Tall lecionou Matemática, com interesse especial em Educação, no Instituto de Matemática da Universidade de Warwick. Em 1979, ele foi transferido para o Departamento de Ensino de Ciências da Faculdade de Educação da Universidade de Warwick. Nessa instituição, o pesquisador atuou como professor pleno até o ano de 1994. No final desse período aposentou-se por motivos de saúde permanecendo como membro, em tempo parcial, da Faculdade de Educação da Universidade de Warwick. Por fim, em setembro de 2006, aos 65 anos, David Tall aposentou-se.

Outro ponto importante da biografia desse brilhante autor é a organização do livro *Advanced Mathematical Thinking* (TALL, 1991). Esse livro trouxe o resultado das discussões do grupo de trabalho criado no ano de 1985, o Grupo Internacional de Psicologia da Educação Matemática (IGPME, comumente abreviado como PME). Esse livro, que se constituiu como um estado da arte das pesquisas na área até então, contou com a participação de pesquisadores como Ed Dubinsky, Michèle Artigue, Sholmo Vinner, Bernard Cornu, Tommy Dreyfus, dentre outros.

3. Problemática e procedimentos metodológicos

A problemática da pesquisa, da qual resultou este artigo, envolveu as dificuldades de aprendizagem dos conceitos do Cálculo e a necessidade da Educação Matemática de realizar sínteses de seus achados. Para a elaboração da primeira parte foram buscadas pesquisas (CORNU, 1991; ESCARLATE, 2008; IGLIORI; SILVA, 2001) que relataram dificuldades de aprendizagem dos conceitos de números reais, infinito, limite, derivada e integral. Para a segunda componente, foram indicadas motivações e justificativas expostas por pesquisadores, da necessidade de se produzir sínteses dos resultados obtidos no campo da Educação Matemática com vistas à consolidação da área. Além disso, a produção de sínteses auxilia no mapeamento das linhas de pesquisa em desenvolvimento e na busca de canais que desenvolverão práticas educacionais coerentes nessa modalidade de ensino (MAMONA–DOWNS; DOWNS, 2008, p. 154).

O processo de coleta de dados foi efetivado a partir de uma ficha de leitura, elaborada segundo proposições de Fiorentini (1994) e de outras pesquisas que visavam à realização de levantamentos bibliográficos como: Junho (2003), Oliveira (2003) e Ardenghi (2008), e segundo orientações específicas para análise de artigos científicos, trazidas por Bursztyn, Drummond e Nascimento (2010). A partir dessas referências a ficha de leitura foi composta pelos seguintes itens:

- 1) Autores;
- 2) Título do artigo;
- 3) Ano de publicação;
- 4) Onde o artigo foi publicado;
- 5) Nota introdutória encontrada no sítio do autor;
- 6) Problemática;
- 7) Tópicos matemáticos;
- 8) Referencial teórico que emerge do artigo;
- 9) Resenha do artigo;

Além disso, como procedimento teórico-metodológico foi utilizada a Análise de Conteúdo, segundo Bardin (1977). Ela configura-se como um

[...] conjunto de técnicas de exploração de documentos que procura identificar os principais conceitos ou os principais temas abordados em um determinado texto (OLIVEIRA et al, 2003, p.6).

A forma, como se encaminhou a análise do material do *corpus* documental, é chamada de construção interativa de uma explicação, pois “a análise e interpretação das informações obtidas não se processam a partir de um quadro teórico previamente definido” (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 139).

Na próxima seção são expostas as categorias que emergiram do fichamento dos artigos e considerações relativas ao panorama desenvolvido.

4. Resultados obtidos pela elaboração do Panorama

Como resultado da pesquisa (ALMEIDA, 2013), foram detectadas, no estudo do *corpus* documental, seis categorias de proposições teóricas e oito categorias de tópicos do Cálculo Diferencial e Integral. No que segue, será realizada uma breve exposição sobre cada um dos conjuntos de categorias.

Quadro 1: Categorização dos artigos segundo as proposições teóricas que surgiram no *corpus* documental

Categoria		Quantidade de artigos que abordaram esse tópico
1	Concepções infinitesimais	6
2	Conflitos	3
3	Conceito imagem e conceito definição	3
4	Proceito	5
5	Utilização dos computadores	3
6	Desenvolvimento da Matemática Formal	4

Fonte: Elaboração própria.

Na primeira categoria, foram listadas abordagens nas quais Tall utilizou ideias da Análise Não-Standard⁴ para o desenvolvimento de alguns tópicos do Cálculo Diferencial e Integral; na segunda categoria foram descritas abordagens, nas quais o pesquisador utilizou situações conflituosas para propiciar aos estudantes ideias adequadas ao desenvolvimento de determinado conceito da Matemática. A terceira categoria é composta dos elementos teóricos conceito imagem e conceito definição⁵, que foram elaborados pelo pesquisador Shlomo Vinner e contaram com a participação de Tall, em determinado momento de sua formulação.

O conceito imagem é descrito como:

[...] a estrutura cognitiva total que é associada com o conceito, que inclui todas as imagens mentais, propriedades e processos associados. Ele é construído ao longo dos anos por meio das experiências de todos os tipos, mudando quando o sujeito encontra novos estímulos e amadurece (TALL; VINNER, 1981, p. 152).

E o conceito definição como:

[...] a forma que as palavras foram utilizadas para especificar aquele conceito. Ele pode ser aprendido por um sujeito de uma forma rotineira ou aprendido mais significativamente e relacionado, em maior ou menor grau, com o conceito. Também pode ser uma reconstrução pessoal do estudante de uma definição (TALL; VINNER, 1981, p. 152).

⁴ Esse ramo da Matemática foi desenvolvido na década de 60 por Abraham Robinson e configurou-se como uma tentativa de reinterpretar o Cálculo, segundo o ponto de vista adotado por Leibniz.

⁵ Será utilizada, para os termos originais *concept image* e *concept definition*, a tradução proposta por Iglioni: “conceito imagem” e “conceito definição”. Embora, sejam conhecidas outras traduções como “imagem conceitual” e “definição conceitual”, ou ainda, “imagem do conceito” e “definição do conceito”. Contudo, todas as traduções listadas anteriormente possuem o mesmo significado.

Na quarta categoria foi destacada a noção de proceito, concebida por Tall e Gray, no ano de 1991. Essa noção começou a ser formulada a partir de observações relativas ao caráter dual que determinados símbolos da Matemática possuem no contexto da Aritmética.

Na quinta categoria estão elementos teóricos que fundamentam a utilização dos computadores na aprendizagem da Matemática Avançada, como as noções de organizadores genéricos e de raízes cognitivas. A primeira dessas noções refere-se a

[...] um ambiente (ou micromundo) que permite ao aprendiz manipular exemplos e (se possível) contraexemplos de um conceito matemático específico ou de um sistema de conceitos relacionados (TALL, 2000, p.10, tradução nossa).

A noção de raiz cognitiva refere-se a

[...] uma unidade cognitiva que é (potencialmente) significativa para o estudante naquela ocasião, e ainda contém as sementes da expansão cognitiva para as definições formais e futuros desenvolvimentos teóricos (TALL, 2000, p. 11, tradução nossa).

Na última categoria foram considerados construtos teóricos desenvolvidos por Tall, que visam analisar a forma como o sujeito desenvolve as teorias matemáticas formais⁶.

No Quadro 2, são apresentados oito tópicos do Cálculo Diferencial e Integral que emergiram do *corpus* documental.

Quadro 2: Categorização dos artigos segundo os tópicos relacionados ao Cálculo que surgiram no *corpus* documental

	Categoria	Quantidade de artigos que abordaram esse tópico
1	Números reais	3
2	Infinito	5
3	Limites	8
4	Sequências e séries	2
5	Continuidade	4
6	Derivada	3
7	Integral	4
8	Equações Diferenciais	2

Fonte: Elaboração própria.

⁶ Nesse contexto, as teorias matemáticas formais representam a maneira pela qual a Matemática do Ensino Superior é desenvolvida, ou seja, aquela que introduz os objetos a partir de definições formais e as propriedades deles são derivadas a partir de deduções lógicas.

Em Almeida (2013) foi exibida uma síntese das abordagens relacionadas aos tópicos alistados acima. Com base nos achados obtidos a partir das seis categorias teóricas e das oito de conteúdos foi elaborado o panorama pretendido.

Após o fichamento dos artigos foi possível captar a maneira com que Tall desenvolveu algumas abordagens para os tópicos do Cálculo Diferencial e Integral. Nos primeiros trabalhos, ele utilizou-se de elementos da Análise Não-Standard, com o objetivo de fornecer uma base formal adequada às intuições manifestadas pelos alunos. Com o desenvolvimento dos computadores, o pesquisador vislumbrou a possibilidade de introduzir tópicos do Cálculo por meio de representações que estimulassem a imaginação do sujeito. No desenvolvimento de tais representações, Tall utilizou resultados e abordagens desenvolvidas com auxílio da Análise Não-Standard. Por exemplo, a abordagem proposta para o conceito de derivada, exibida no artigo (TALL, 1981, p. 17). Se f é uma função diferenciável e se a função microscópio- δ é apontada sobre o ponto $(x, f(x))$, então a representação gráfica dessa função, na vizinhança δ , fica similar a uma linha reta. Utilizando a raiz cognitiva “retidão local” para conceito de derivada, entende-se que foi utilizado o mesmo princípio da primeira abordagem. Tall elaborou o organizador genérico *Magnify* “que permite ao usuário focar sua atenção no gráfico e traçar uma parte ampliada dele numa segunda janela” (TALL, 2000, p. 11, tradução nossa). Na figura abaixo (Figura 1) é exibido esse *software* sendo utilizado para a função $g(x) = \sin x$.

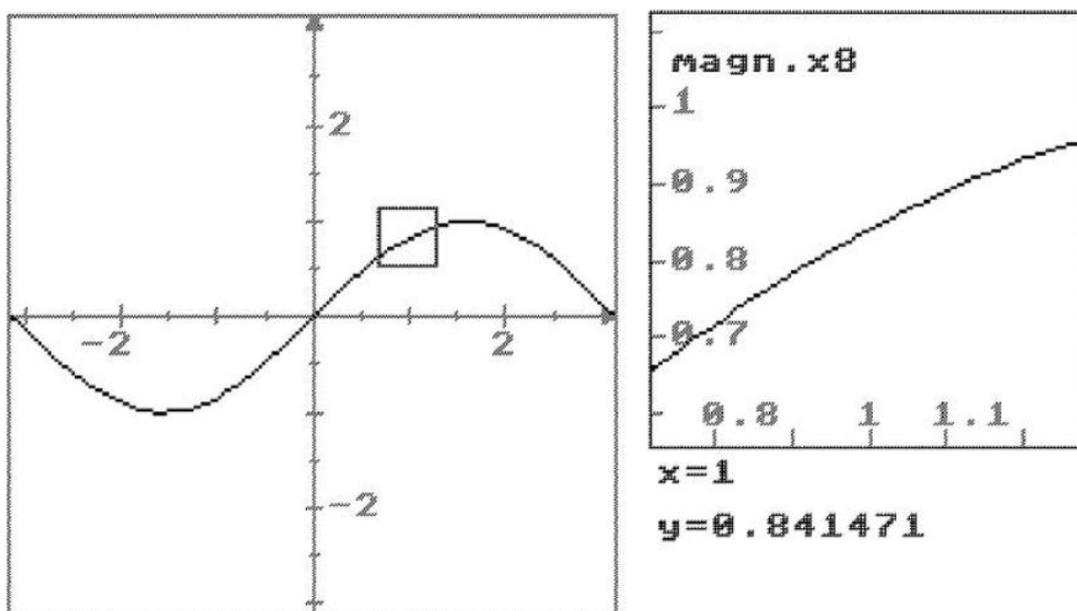


Figura 1 – Representação do organizador genérico *Magnify* (TALL, 2000, p.12).

Na segunda janela do *software* é possível perceber que a representação gráfica da função g fica parecida com uma linha reta, assim como a conclusão teórica obtida com auxílio da função microscópio- δ .

Além disso, foi percebido durante a elaboração do panorama que em dois artigos (TALL, 2000, 2001b) houve a inclusão de elementos das teorias da cognição corporificada no desenvolvimento de determinados tópicos do Cálculo Diferencial e Integral. Esses elementos referem-se às “teorias de cognição que priorizam experiências corpóreas como fonte de significado conceitual” (LIMA, 2007, p. 65). Com relação a elas, Tall considerou o trabalho de Lakoff e seus associados. Para exemplificar, são trazidos dois tópicos que foram abordados com auxílio desse referencial teórico: diferenciabilidade (abordado por meio do organizador genérico *Magnify*)

[...] o usuário navega passo-a-passo ao longo da curva na primeira janela, redesenhando ela segunda janela uma porção de cada vez, então o usuário pode *sentir* e *ver* a inclinação mudando ao longo da curva (TALL, 2000, p.12, grifo do autor).

E Equação Diferencial a qual foi atribuído o seguinte significado “corpóreo”:

Se eu apontar meu dedo em um ponto (x, y) qualquer do plano, então eu posso calcular a inclinação da curva solução naquele ponto como $m = F(x,y)$ e traçar um segmento de reta pequeno de gradiente m através do ponto (x, y) (TALL, 2000, p. 14, tradução nossa).

Adicionalmente, os elementos da teoria da cognição corporificada compõem o “mundo corporificado” (LIMA, 2007, p. 84) presente no referencial teórico “Três Mundos da Matemática”, a contribuição teórica mais recente de Tall.

Por fim, outro componente exposto no panorama foi uma mudança na forma como os trabalhos de Tall desenvolveram-se. Nos primeiros artigos, foram expostas abordagens de ensino. Contudo, posteriormente, Tall e seus colaboradores produziram um quadro teórico amplo que possibilitou a elaboração de modelos que descrevem o desenvolvimento dos sujeitos e elementos teóricos que descrevem as operações cognitivas dos sujeitos. Dois exemplos de elementos teóricos que procuram descrever as operações cognitivas do sujeito são: o conceito imagem e conceito definição e a noção de proceito. Em dois artigos (TALL, 2001a; TALL et al, 2001), são propostos modelos para descrever o desenvolvimento da teoria formal da Matemática.

5. Considerações Finais

Os dados, que compõem o panorama resultante da pesquisa apresentada podem contribuir com as discussões fomentadas pela temática do XI ENEM. Isso porque nesse panorama são apresentados elementos teóricos desenvolvidos por David Tall que possuem estreita ligação com o subeixo Cognição e Educação Matemática, ou seja, uma parte do trabalho desse pesquisador trata das relações entre os processos cognitivos do aprendiz no desenvolvimento dos conceitos matemáticos, como por exemplo, os construtos teóricos conceito imagem e conceito definição.

Destacam-se ainda as contribuições de Tall e colaboradores para o ensino do Cálculo, as quais podem ser utilizadas tanto para a sala de aula quanto para futuras pesquisas do campo da Educação Matemática.

6. Agradecimentos

À CAPES pelo auxílio financeiro durante a realização do trabalho.

7. Referências

ALMEIDA, M. V. **Um Panorama de Artigos sobre a Aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral na Perspectiva de David Tall**. 2013. 155 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade de São Paulo. São Paulo, 2013.

ARDENGHI, M. J. **Ensino aprendizagem do conceito de Função: pesquisas realizadas no período de 1970 a 2005 no Brasil**. 2008. 182 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade de São Paulo. São Paulo, 2008.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Tradução: Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. Lisboa: Edições 70, 1977.

BURSZTYN, M.; DRUMMOND, J. A.; NASCIMENTO, E. P. **Como escrever (e publicar) um trabalho científico: Dicas para pesquisadores e jovens cientistas**. Rio de Janeiro: Garamond, 2010.

CORNU, B. Limits. In: TALL, D. (ed) **Advanced Mathematical Thinking**. Dordrecht: Kluwer, p. 153–166, 1991.

ESCARLATE, A. C. **Uma Investigação sobre a Aprendizagem de Integral**. 2008. 152 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

FIorentini, D. **Rumos da Pesquisa Brasileira em Educação Matemática**. 1994. 425 f. Tese (Doutorado em Educação: Metodologia de Ensino) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1994.

FIorentini, D.; LOrenzato, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3ª Edição. Campinas: Autores Associados, 2009.

FROTA, M. C. R.; NASSER, L. (Orgs.) **Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisas e debates**. Recife: SBEM, 2009.

HOLTON, D. The Teaching and Learning of Mathematics at University Level. In: **New ICM Study Series (Vol. 7)**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2001.

IGLIORI, S. B. C. Considerações sobre o ensino do cálculo e um estudo sobre os números reais. In: FROTA, M. C. R.; NASSER, L. (Orgs.) **Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisas e debates**. Recife: SBEM, p. 11 – 26, 2009.

IGLIORI, S.; SILVA, B. Concepções dos alunos sobre Números Reais. In: LAUDARES, J. B.; LACHINI, J. (Org.) **Educação Matemática: a prática educativa sob o olhar de professores de Cálculo**. Belo Horizonte: Fumarc, p. 39 – 67, 2001.

JUNHO, B. A. P. **Panorama das Dissertações em Educação Matemática sobre o Ensino Superior da PUC/SP de 1994 a 2000**. 2003. 156 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

LIMA, R. N. **Equações Algébricas no Ensino Médio: Uma jornada por diferentes Mundos da Matemática**. 2007. 358 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007.

MAMONA–DOWNS, J; DOWNS, M. L. N. Advanced Mathematical Thinking and the Role of Mathematical Structure. In: ENGLISH, L. D. (Ed.), **Handbook of International Research in Mathematics Education**, New York: Routledge, p. 154 – 174, 2008.

OLIVEIRA, E. A. **A Educação Matemática & Ensino Médio: um panorama das pesquisas produzidas na PUC/SP**. 2003. 160 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

OLIVEIRA, E.; ENS, R. T.; ANDRADE, D. B. S. F.; DE MUSIS, C. R. **Análise de Conteúdo e pesquisa na área de Educação**, 2003. Disponível em: <<http://www.pucsp.br/pos/ped/rsee/ac2003.pdf>>. Acesso em: 07 fev. 2013.

PINTO, M. M. F. Educação matemática no ensino superior. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, n. 36, p. 223 – 238, 2002.

SILVA, B. A. Diferentes dimensões do ensino e aprendizagem do Cálculo. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 13, n. 3, p. 393–413, 2011.

TALL, D. O. Infinitesimals constructed algebraically and interpreted geometrically. **Mathematical Education for Teaching**, v. 4, n. 1, p. 34 – 53, 1981.

TALL, D. O. **Building and Testing a Cognitive Approach to the Calculus Using Interactive Computer Graphics**. Ph.D. Thesis – University of Warwick, 1986.

TALL, D. O. (Ed.) **Advanced Mathematical Thinking**. Dordrecht: Kluwer, 1991.

TALL, D. O. Biological Brain, Mathematical Mind & Computational Computers (how the computer can support mathematical thinking and learning). **Plenary Presentation for ATCM Conference**, Chiang Mai, Tailândia, 2000. Disponível em:
<<http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot2000h-plenary-atcm2000.pdf>>. Acesso em 28 mar. 2013.

TALL, D. O. Cognitive development in advanced mathematics using technology. **Mathematics Education Research Journal**, 12, n. 3, 210-230, 2001a. Disponível em:
<<http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot2001b-merj-amt.pdf>>. Acesso em 28 mar. 2013.

TALL, D. O. Natural and Formal infinities. **Educational Studies in Mathematics**, v. 48, n. 2 e 3, p. 199 – 238, 2001b. Disponível em:
<<http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot2001p-esm-infinity.pdf>>. Acesso em 28 mar. 2013.

TALL, D. O.; GRAY, E.; ALI, M. B.; CROWLEY, L.; DEMAROIS, P.; MCGOWEN, M.; PITTA, D.; PINTO, M. M. F.; YUSOF, Y. Symbols and the bifurcation between procedural and conceptual thinking. **Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology**, n. 1, 81 – 104. 2001. Disponível em:
<<http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot2001a-symbol-bifurcation.pdf>>. Acesso em 28 mar. 2013.

TALL, D. O.; VINNER, S. Concept Image and Concept Definition in Mathematics, with Special Reference to Limits and Continuity. **Educational Studies in Mathematics**, v. 12, p. 151 – 169, 1981. Disponível em:
<<http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot1981a-concept-image.pdf>>. Acesso em 28 mar. 2013.

Anexo: Lista de todos os artigos que compuseram o *corpus* documental da pesquisa⁷

Data	Autor(es)	Título
1978	SCHWARZENBERGER, R. L. E.; TALL, D. O.	<i>Conflicts in the learning of real numbers and limits</i>
1980	TALL, D. O.	<i>The notion of infinite measuring number and its relevance in the intuition of infinity</i>
1980	TALL, D. O.	<i>Intuitive infinitesimals in the calculus</i>
1980	TALL, D. O.	<i>Mathematical intuition, with special reference to limiting process</i>
1981	TALL, D. O.	<i>Intuitions of infinity</i>
1981	TALL, D. O.	<i>Infinitesimals constructed algebraically and interpreted geometrically</i>
1992	LI, L.; TALL, D. O.	<i>Constructing different concept images of sequence and limits by programming</i>
1993	TALL, D. O.	<i>Real mathematics, rational computers and complex people</i>
1998	BILLS, L.; TALL, D. O.	<i>Operable definitions in advanced mathematics: the case of the least upper bound</i>
2000	TALL, D. O.	<i>Biological brain, mathematical mind & computational computer (how the computer can support mathematical thinking and learning)</i>
2001	TALL, D. O. et al	<i>Symbols and the bifurcation between procedural and conceptual thinking</i>
2001	TALL, D. O.	<i>Cognitive development in advanced mathematics using technology</i>
2001	TALL, D. O.	<i>A child thinking about infinity</i>
2001	TALL, D. O.	<i>Natural and Formal Infinities</i>

⁷ Todos os artigos listados foram obtidos do sítio acadêmico do pesquisador, cujo endereço eletrônico é: <http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/>. Acesso em 28 mar. 2013.