

MAS AFINAL, O QUE É MÉDIA MESMO?

MOBILIZANDO PROPRIEDADES E SIGNIFICADOS DA MÉDIA ARITMÉTICA

José Ivanildo Felisberto de Carvalho
Universidade Federal de Pernambuco - UFPE
ivanfcar@hotmail.com

Resumo:

A média aritmética é considerada crucial no trabalho de análise e interpretação do comportamento de dados estatísticos. Apesar da simplicidade do seu algoritmo de resolução a média apresenta dimensões conceituais que precisam de um estudo mais sistemático em todos os níveis escolares. Foi constatado em pesquisa realizada pelos autores com os livros didáticos aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático – PNLD 2011 destinados aos anos finais do Ensino Fundamental, diversas lacunas no que diz respeito ao campo conceitual da média aritmética. Abordaremos o conceito de média aritmética com base na Teoria dos Campos Conceituais, mobilizando propriedades e significados deste conceito, bem como, a possibilidade de compreensão da média utilizando um software matemático – o winplot. O objetivo deste minicurso é possibilitar aos participantes o contato com situações que ajudem na construção do campo conceitual da média aritmética na sala de aula do ensino básico.

Palavras-chave: Teoria dos Campos Conceituais; Educação Estatística; Média.

1. Introdução

Todos os dias somos confrontados com uma série de informações que vão desde a economia, passando por temas como saúde, educação, trabalho e até informações sobre comportamentos sociais. Arraigada ao nosso cotidiano, essa gama de informações interfere sempre em nossas decisões, enquanto cidadãos, e chegam até nós através dos meios de comunicação. Muitas dessas informações derivam ou trazem consigo tratamentos estatísticos de dados, levando em conta representações como tabelas e gráficos ou índices e medidas. Em outras palavras, é importante saber se comunicar diante de dados específicos. Estatística é a ciência que tem como objetivo desenvolver métodos para coletar, organizar e analisar dados. Assim, é de grande valia que tal conhecimento passe a fazer parte do currículo escolar e que os estudantes desde os anos iniciais entrem em contato com os saberes estatísticos. A Estatística por si só é crítica, mas na sistematização de ensino na escola, ela perde essa dimensão, ou seja, na escola trabalha-se apenas a dimensão

matemática. Clarificamos que estatística não é matemática, ela faz parte do currículo de matemática.

Dentre esses saberes estatísticos, temos o conceito de média que é crucial para a Estatística. Mas, quando se pergunta, por exemplo: “Para que uso a média?” ou “Em que situações a média é mais conveniente?” não se sabe responder. Quando falamos do número médio de pessoas por residência numa avenida, da temperatura média de uma cidade em um determinado dia, da altura média dos estudantes de uma sala de aula, da média de acessos a um site em uma semana, bem como uma diversidade de situações que poderíamos exemplificar, o que estas informações querem nos dizer? Podemos ter que a altura média dos estudantes da sala pode não ser a altura de nenhum deles, que não tenha nenhuma residência com aquele número médio de moradores ou que em nenhum dos sete dias da semana houve aquele quantitativo de acesso ao site, desta forma, para que serve então esta medida? Na escola um dos trabalhos importantes com a média aritmética é fazer com que os estudantes reflitam sobre o resultado obtido, sobre o significado desse resultado, não ficando restrito apenas ao procedimento do algoritmo de resolução. É preciso ter espaço para a discussão dos valores obtidos e construir argumentos compreendendo que a média de acesso ao site por semana pode revelar o quanto se precisa investir em divulgação do site ou se o mesmo tem uma boa aceitação por parte do público que é destinado. Compreender que a média vai auxiliar no entendimento do comportamento dos dados a partir de comparações entre grupos diferentes e a importância de se fazer boas estimativas deve fazer parte do processo de ensino-aprendizagem deste conceito.

Apesar da simplicidade do seu algoritmo de resolução, a média apresenta dimensões conceituais que necessitam de um estudo mais sistemático em todos os níveis escolares. Dentre essas dimensões, diversos invariantes do conceito são apontados como importantes em seu ensino. Juntamente com a história do conceito, pesquisas vêm demarcando as diversas situações que dão significados aos diversos conceitos. Além disso, assim como todos os outros conceitos matemáticos, a média aparece a partir de diferentes representações. Os autores, na pesquisa realizada com os livros didáticos aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático – PNLD 2011 destinados aos anos finais do Ensino Fundamental constataram diversas lacunas no que diz respeito aos conjuntos que compõe o campo conceitual da média aritmética. Os resultados relativos às propriedades, por exemplo, afirmam que as atividades focam apenas o cálculo. A grande maioria das

atividades (63%) não promove reflexão de qualquer das propriedades como mostra o gráfico 1 abaixo.

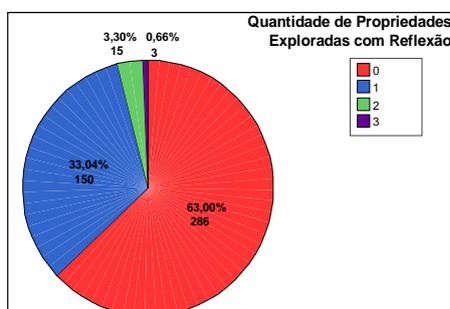


Gráfico 1: Porcentagem e total de atividades por quantidade de propriedades exploradas com reflexão

Percebemos que menos de 1% das atividades promovem uma reflexão mobilizando três propriedades no total de 454 atividades de média.

2. Propriedades e Significados da Média Aritmética

Nesse momento faremos uma breve discussão sobre a média, tanto do ponto de vista matemático, quanto do estatístico. Para isto, corroboramos com as ideias de educadores estatísticos que ela, a estatística, não é um ramo da matemática, mas que em vez disso é uma ciência que utiliza ferramentas matemáticas para desenvolver seus conceitos, tal como acontece com a Física. Strauss e Bichler (1988), por exemplo, ao apresentarem em sua pesquisa as sete propriedades da média aritmética, trazem a tona os elementos estatísticos, os elementos matemáticos e o elemento de representatividade deste construto. Neste estudo, assumimos as sete propriedades descritas por Strauss e Bichler (1988):

- i. a média está localizada entre os valores extremos;
- ii. a soma dos desvios a partir da média é igual a zero;
- iii. a média é influenciada por cada um e por todos os valores;
- iv. a média não precisa, necessariamente, coincidir com um dos valores a partir do qual foi calculada;
- v. a média pode ser um valor que não pode corresponder a um dado dentre o conjunto de dados reais;
- vi. no cálculo da média, devem ser incluídos os valores nulos e os negativos
- vii. a média é um valor representativo dos dados, ou seja, é o valor que está mais próximo de todos (aspecto espacial).

As propriedades acima podem ser redistribuídas no que concerne aos elementos estatísticos (propriedades estatísticas) e aos elementos matemáticos (propriedades abstratas), vide quadro abaixo:

Quadro 1: Propriedades Estatísticas da Média Aritmética

PROPRIEDADES	EXPLANAÇÃO
A média está localizada entre os valores extremos da distribuição.	A média aritmética não pode está localizada acima da maior valor ou abaixo do menor valor, e de fato não pode ser igual a um valor extremo, a menos que todos os dados do conjunto sejam iguais.
A soma dos desvios dos dados em relação à média é zero.	A soma das diferenças da média subtraída de cada valor dos dados é zero.
A média é influenciada por cada um e por todos os valores.	Qualquer novo dado adicionado ao conjunto de dados original altera a média, a menos que o novo dado seja de valor igual ao da média.

Nota: As propriedades são citadas de Strauss e Bichler (1988). As explicações de Marnich (2008).

Quadro 2: Propriedades Abstratas da Média Aritmética

PROPRIEDADES	EXEMPLOS
A média não precisa, necessariamente, coincidir com um dos valores que a compõem.	A média de 10 e 20 é de 15 (que não é um dos pontos de dados).
A média pode ser um valor que não pode corresponder a um dado dentre o conjunto de dados reais	Se uma escola tem duas turmas de primeiro grau com 22 e 25 alunos em cada sala de aula, o número médio de alunos em cada sala é de 23,5 alunos, uma impossibilidade física.
No cálculo da média, devem ser incluídos os valores nulos e os negativos.	Perguntou-se a cinco crianças quantos livros de matemática elas têm em suas casas. As respostas foram de 1; 0; 4; 2 e 0. Ao calcular a média a soma não é afetada pelo valor zero ($1+0+4+2+0 = 1+4+2$), mas os valores zero devem ser considerados como parte do divisor ($n=5$).

Nota: As propriedades são citadas de Strauss e Bichler (1988). Os exemplos de Marnich (2008).

As propriedades abstratas são de natureza matemática, no entanto, apresentam aspectos da estatística, pois sugerem a qualidade representativa da média. E ainda, as propriedades estatísticas necessitam de cálculos e provas matemáticas, logo tem raiz no

domínio matemático (MARNICH, 2008). Cobb e Moore (1997) discorrem que a grande diferença entre a Estatística e a Matemática é o papel do contexto. Em outras palavras, na matemática o contexto sofre um processo de descarte com objetivo de encontrar o cerne da estrutura Matemática abstrata, já na Estatística o contexto confere significado aos dados analisados, ou seja, *“os dados não são apenas números, mas números em um contexto”* (COBB E MOORE, 1997, p. 801).

Portanto, torna-se necessário tanto o conhecimento da dimensão matemática como o da dimensão estatística da média aritmética, com vistas a uma melhor utilização desta medida, ressaltando que a média é uma das mais importantes medidas de tendência central e que é utilizada no cálculo de desvios-padrões, no trabalho com os intervalos de confiança e em testes de hipóteses. Pesquisas comprovam que os estudantes conseguem se sair bem no procedimento de cálculo da média, mas tem dificuldade em compreender conceitualmente o que ela representa (MOKROS E RUSSEL, 1995; CAZORLA, 2003). O conhecimento do conceito da média aritmética deve superar o simples procedimento de cálculo “somar e então dividir” e penetrar a natureza estatística com a variedade de significados que a compõe como uma medida estatística. *“A média é um conceito estatístico definido fora do campo da matemática, mas que usa a matemática extensivamente em seu cálculo”* (MARNICH, 2008, p.16).

Além da mobilização dos invariantes, o minicurso também aborda os significados deste conceito. Para os significados utilizaremos a classificação realizada por Batanero (2000) incluindo também outros significados por nós levantados. Segue abaixo os significados a serem mobilizados:

- S1. Estimação de uma quantidade desconhecida na presença de erros de medição – cálculo da melhor estimativa de um valor desconhecido
- S2. Necessidade de obter um valor justo/equitativo para uma distribuição uniforme
- S3. Servir de elemento representativo de um conjunto de dados
- S4. Valor mais provável quando aleatoriamente tomamos um elemento de uma população
- S5. A média de uma amostra como uma boa estimativa para a média de uma população
- S6. A média como uma estimativa da variável para tempo futuro
- S7. Significado procedimental

O minicurso tem como referencial a Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1991) em que pontua a importância da mobilização de diversas situações que conferem significado ao conceito e a investigação de invariantes operatórios. Neste minicurso, os invariantes serão trabalhados com uma análise teórica apontando como podem ser mobilizados a partir de propriedades exploradas nas atividades.

3. Objetivos

Geral

Oferecer subsídios aos professores para que desenvolvam atividades mobilizando invariantes e significados do conceito de Média Aritmética tendo como a base a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1991).

Específicos

- Análise dos invariantes operatórios (propriedades) da média;
- Mobilizar os referidos invariantes na construção das atividades;
- Mobilizar os invariantes a partir de um software matemático;
- Análise dos significados da média.

4. Descrição sumária das atividades

Levantamento prévio das ideias que se tem da média. Instigar os participantes com perguntas como:

O que é média para você?

Como você explica o que é média para um aluno do 6º ano do Ensino Fundamental?

Onde você usa a média? Cite casos em que a média é utilizada?

Criação e discussão de problemas.

Mobilização dos invariantes a partir de situações apresentadas.

Mobilização dos invariantes utilizando o software Winplot.

Análise de extratos de atividades de livros didáticos classificando significados.

Discussão articulando invariantes e significados do conceito.

5. Vagas: 35 vagas

6. Recursos didáticos e infra-estrutura

Datashow e uma sala que comporte os 35 participantes. Recursos levados pelo autor: Cartolinas / Hidrocores e pilotos / Texto teórico e recortes de atividades / Computador.

7. Referências

BATANERO, C. **Significado y comprensión de las medidas de posición central.**

Departamento de Didáctica de La Matemática, Universidade de Granada. UNO, 2000, 25, p. 41-58.

CAZORLA, I. M. Média aritmética: um conceito prosaico e complexo. In: IX Seminário de Estatística Aplicada, 2003, Rio de Janeiro. **Anais do IX Seminário de Estatística Aplicada**, 2003.

COBB, G; MOORE, D.S. **Mathematics, statistics and teaching.** The American Mathematical Monthly, 104, pp. 801-823, 1997.

MARNICH, M. A. **A knowledge structure for the arithmetic mean: relationships between statistical conceptualizations and mathematical concepts.** 2008. 195 f. Tese (Doctor of Education) – Graduate Faculty of the School of Education. University of Pittsburgh. Pittsburgs/Pennsylvania, 2008.

MOKROS, J; RUSSELL, S. J. Children's Concepts of Average and Representativeness. **Journal for Research in Mathematics Education**, 26(1), p.20-39, 1995

VERGNAUD, G. **A teoria dos campos conceituais.** Recherches em didactique des mathématiques, vol. 10`23, 133-170, Grenoble, La Pensée Sauvage éditions, 1991. In: Didáctica das Matemáticas. Jean Brun. Horizontes Pedagógicos. 1996.

STRAUSS, S; BICHLER, E. The development of children's concepts of the arithmetic average. **Journal for Research in Mathematics Education**, vol. 19, 64-80. 1988.