

## UMA ANÁLISE DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM SALA DE AULA

*Cristiane Nogueira Aires*  
*Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, IBILCE*  
*cristiane.aires@hotmail.com*

*Rita de Cássia Pavani Lamas*  
*Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, IBILCE*  
*rcplamas@gmail.com*

### **Resumo**

As avaliações externas apontam uma grande defasagem no ensino de Matemática. Constata-se uma grande dificuldade dos alunos na resolução de problemas. A questão de como ensinar a resolver problemas e de ensinar através da resolução de problemas é tratada neste trabalho. Para isso, foi feita uma comparação entre os pressupostos teóricos da metodologia de Resolução de Problemas e a sua aplicação em sala de aula, análise de livros didáticos e análise da aprendizagem dos alunos ao ser aplicada a metodologia, junto ao sexto ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal Paul Percy Harris de São José do Rio Preto-SP. Foi possível concluir que nas escolas e nos livros a resolução de problemas tem tratamento tradicional. A aplicação da metodologia estimulou os alunos da escola parceira ao novo conceito, o qual se refere à soma dos ângulos internos de um polígono, e conseqüentemente motivou o estudo dos mosaicos.

**Palavras Chave:** Resolução de Problemas; Sala de Aula; Matemática.

### **1. Introdução**

É notório que a Matemática desempenha um papel decisivo na formação dos alunos, pois permite resolver problemas, lidar com desafios e melhorar o espírito crítico. Desta forma, auxilia nas situações da vida cotidiana e no mundo do trabalho. No entanto, avaliações externas como, por exemplo, o Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP), continuam apontando resultados negativos com relação a seu ensino-aprendizagem. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997) defendem que há urgência em rever objetivos, reformular conteúdos e buscar metodologias compatíveis com a formação que hoje a sociedade reclama. A Resolução de Problemas é

uma das metodologias para o ensino de matemática proposta no PCN visando uma melhor aprendizagem dos alunos na disciplina de matemática. Entretanto, as dificuldades dos discentes na resolução de problemas matemáticos e na compreensão dos conteúdos nesta disciplina é preocupante no ensino fundamental, o que culmina em baixo rendimento também em níveis mais avançados (médio e superior).

A dificuldade inicia já na compreensão do problema. Os alunos querem efetuar as contas, sem primeiro compreender o problema e estabelecer um plano para a obtenção da solução do problema, como proposto por Polya (2006). Esse é um discurso entre os professores e foi constatado junto na escola citada. Também foi observada a preferência dos alunos por exercícios algorítmicos.

Essas questões motivaram este trabalho, o qual é baseado nas indagações:

- Como está sendo adaptado o livro didático, principal instrumento do professor, com relação à metodologia da resolução de problemas em matemática?

- É possível melhorar o desempenho dos alunos do sexto ano com o uso desta metodologia?

Esse trabalho tem a seguinte estrutura: a segunda seção contempla os pressupostos teórico-metodológicos da Metodologia da Resolução de Problemas. Em seguida aborda sobre o seu uso na escola básica incluindo a análise de livros didáticos. Finaliza com a análise da aplicação da metodologia para o ensino de mosaicos e conseqüentemente a soma dos ângulos internos de um polígono.

## **2. A Metodologia de Resolução de Problemas: Pressupostos teórico-metodológicos**

Ao estudar a Metodologia de Resolução de Problemas é conveniente saber o verdadeiro significado do termo *problema*.

Segundo Dante (1989), um problema é qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la. Um problema matemático é qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e os conhecimentos matemáticos para solucioná-la.

Os problemas matemáticos são caracterizados em exercícios e problemas.

Exercício, como o próprio nome diz, serve para exercitar, para praticar um determinado algoritmo ou processo. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas. Problema é a descrição de uma situação onde se procura algo desconhecido e não tem previamente nenhum algoritmo que garante a sua solução. A resolução de

um problema exige certa dose de iniciativa e criatividade aliada ao conhecimento de algumas estratégias. (DANTE, 1989, p.43).

Segundo Butts (2010) e Dante (1989) os problemas matemáticos são classificados em:

- *Exercícios de reconhecimento*: Este tipo de exercício tem por objetivo reconhecer ou recordar um fato específico, uma definição ou enunciado de um teorema.
- *Exercícios algorítmicos*: Trata-se de exercícios que podem ser resolvidos com um procedimento passo-a-passo.
- *Problemas de aplicação*: Os problemas de aplicação envolvem algoritmos aplicativos. Os problemas tradicionais caem nesta categoria, exigindo em sua resolução: a) formulação do problema simbolicamente e depois, b) manipulação dos símbolos mediante algoritmos diversos.
- *Problemas de pesquisa aberta ou problemas-processo*: São problemas de pesquisa aberta. Problemas em cujo enunciado não há imediatamente alguma estratégia para resolvê-los. Nesses problemas a solução envolve operações que não estão contidas no enunciado, não são traduzidos diretamente para a linguagem matemática, nem resolvidos com aplicação imediata de algoritmos, pois exigem do aluno um tempo para pensar e arquitetar um plano de ação, uma estratégia que poderá levá-lo a solução (DANTE, 1989). Esse seria o tipo ideal de problema para trabalhar com o aluno.

Durante muito tempo, lutou-se por um ensino centrado na repetição no qual o recurso a memorização era considerado importante. Apenas na década de 70 é que os educadores matemáticos passaram a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas merecia mais atenção. No entanto, os estudos iniciais sobre a resolução de problemas preocuparam-se com o desempenho bem sucedido da obtenção da solução de problemas e não com o *processo* da solução. Apenas no período de 1980 que a preocupação voltou-se para o processo, onde alguns teóricos como Polya se empenharam a estudar as diferentes estratégias de resolução. No final da década de 80 a resolução de problemas passa a ser pensada como uma *metodologia de ensino*, como um *ponto de partida*, tal que problemas são formulados antes de apresentar aos alunos as definições Andrade (1997 apud ONUCHIC, 1999).

A resolução de problemas também aparece como eixo organizador do processo de ensino-aprendizagem nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997) (Tabela 1).

Polya (2006) estabelece quatro etapas para um melhor desempenho na resolução de um problema: compreender o problema, estabelecer um plano em busca da solução, executar o plano e fazer o retrospecto, verificação da resolução completa. Tais etapas são desenvolvidas por meio do diálogo professor-aluno. Assim, cabe ressaltar que o professor tem papel fundamental, pois é ele quem deve estimular seus alunos na resolução do problema, ajudando-os a construir e organizar suas ideias. Musser e Shaughnessy (1997) consideram que algumas estratégias para resolver problemas são:

- *Tentativa e erro*: O método de tentativa e erro talvez seja o mais direto para a resolução de problemas, pois envolve simplesmente a aplicação das operações pertinentes às informações dadas.
- *Padrões*: A estratégia padrões considera casos particulares do problema. Generalizando-se a partir desses casos, chega-se à solução.
- *Resolver um problema mais simples*: Envolve a resolução de um caso particular de um problema.
- *Trabalhar em sentido inverso*: Essa estratégia se difere das anteriores, pelo fato de partir do objetivo, ou do que deve ser provado, e não dos dados.
- *Simulação*: Frequentemente, a solução de um problema compreende preparar e realizar um experimento, que pode ser que não seja prático, daí uma simulação pode se constituir de uma estratégia para a resolução de um problema.

Embora o objetivo da metodologia de resolução de problemas não é baseada no treinamento de tais estratégias e sim o ensino da matemática através da resolução de problemas, essas auxiliam a melhorar o desempenho dos alunos nas resoluções de problemas.

### **3. O ensino por meio de problemas na escola básica**

Na escola, muitas vezes os problemas assumem um papel secundário, surgindo apenas como uma aplicação de um conteúdo:

As orientações sobre a abordagem de conceitos, idéias e métodos sob a perspectiva de resolução de problemas ainda são bastante desconhecidas. Muitas vezes a resolução de problemas tem sido incorporada como um item isolado, desenvolvido paralelamente como aplicação da aprendizagem, a partir de listagens de problemas cuja resolução depende basicamente da escolha de técnicas ou formas de resolução conhecidas pelos alunos. Nesse caso, a concepção de ensino e aprendizagem subjacente é a de que o aluno aprende por reprodução e imitação. (BRASIL, 1997, p.22).

Miguel (2003) aponta para a forma tradicional de tratamento metodológico da resolução de problemas (Tabela 2).

Tabela 1: Pressupostos teórico-metodológicos sobre o ensino-aprendizagem por meio da Resolução de Problemas.

1) O ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema.
2) O problema não é um exercício em que o aluno aplica algoritmo, de forma mecânica. O problema que funciona como ponto de partida, deve levar o aluno a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e elaborar estratégias para resolvê-lo.
3) Aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros.
4) A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem.

Tabela 2: O ensino-aprendizagem de Matemática por meio da Resolução de Problemas na escola básica.

1) Os problemas são propostos, após a definição.
2) Os problemas propostos podem ser resolvidos pela mera aplicação de algoritmos.
3) A ação dos alunos para encontrar a solução é apenas identificar quais operações são apropriadas para o caso.
4) Todos os dados necessários à resolução aparecem explicitamente na redação do problema.

Na escola, os livros didáticos são um dos instrumentos mais utilizados pelos professores no desenvolvimento das atividades em sala de aula. Esse fato, juntamente com o que foi aqui exposto motivou as análises realizadas baseadas nas questões:

- A maneira como os livros introduzem um conteúdo é por meio de um problema onde o aluno é motivado a conhecer o novo?

- Com a aplicação da metodologia de resolução de problemas, em particular, os pressupostos teórico-metodológicos da Tabela 1, os alunos do sexto ano conseguirão deduzir as propriedades necessárias para a introdução de mosaicos?

### 3.1 Análise de livros didáticos

Os livros analisados foram: Dante (2009) e Iezzi, (2009). Os conteúdos escolhidos foram: área de retângulos, soma das medidas dos ângulos internos de um polígono e equação do segundo grau, respectivamente.

a) Dante (2009) inicia o conceito de áreas de uma região retangular com a situação (Figura 1):

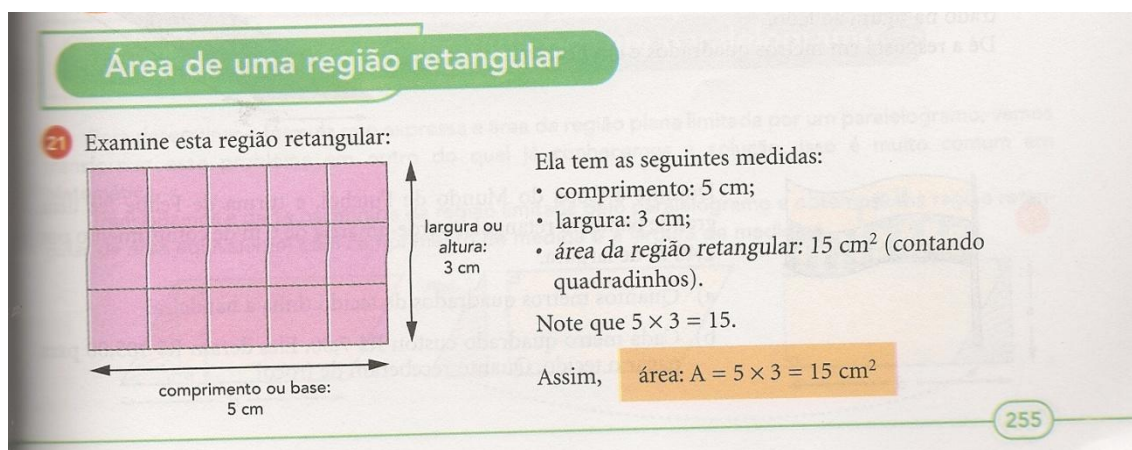


Figura 1: Introdução à área. Imagem extraída de (DANTE, 2009, p.255).

Observa-se que a fórmula da área da região retangular não foi dada de início, e por isso, tem uma preocupação com que o aluno entenda que a relação entre contar os quadradinhos com a de efetuar a multiplicação de base e altura são equivalentes.

No entanto, na Metodologia de Resolução de Problemas, o aluno deve ser questionado, de forma que ele mesmo perceba as relações. Em contrapartida, é proposto ao aluno que ele *note* tal relação, e desse modo, não permite que o próprio estudante perceba a relação.

b) Iezzi (2009), inicia o conceito de soma dos ângulos internos de um polígono com a situação da figura 2. Observa-se que também neste caso não é dada diretamente a fórmula da soma das medidas dos ângulos internos dos polígonos. Há a preocupação que o estudante entenda que sabendo a soma das medidas dos ângulos internos do triângulo é

possível saber a soma das medidas dos demais polígonos, pois pode ser decomposto em triângulos.

Entretanto, posteriormente, ele mesmo fornece a fórmula, não permitindo que o aluno encontre um padrão e generalize.

**Soma dos ângulos internos de um polígono**

Observe na tabela a seguir como é calculada a soma  $S_i$  das medidas dos ângulos internos dos polígonos convexos de 3, 4, 5 e 6 lados.

Polígono	Figura	Características	Soma dos ângulos internos $S_i$
triângulo		3 lados (1 triângulo)	$180^\circ$
quadrilátero		4 lados (2 triângulos)	$2 \times 180^\circ = 360^\circ$
pentágono		5 lados (3 triângulos)	$3 \times 180^\circ = 540^\circ$
hexágono		6 lados (4 triângulos)	$4 \times 180^\circ = 720^\circ$

Qual é a soma  $S_i$  das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo com  $n$  lados?  
Nesse caso, procedemos assim:

- Traçamos todas as diagonais que têm uma extremidade num mesmo vértice do polígono.
- Contamos o número de triângulos em que o polígono foi repartido por essas diagonais:  
 $(n - 2)$  triângulos
- Calculamos a soma das medidas dos ângulos internos desses  $(n - 2)$  triângulos:  
 $(n - 2) \cdot 180^\circ$
- Como a soma das medidas dos ângulos internos dos  $(n - 2)$  triângulos é igual à soma das medidas dos ângulos internos do polígono inicial, temos:

$$S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

Figura 2: Introdução á Soma dos ângulos internos de um polígono. Imagem extraída de (IEZZI, DOLCE E MACHADO, 2009, p. 208 e 209).

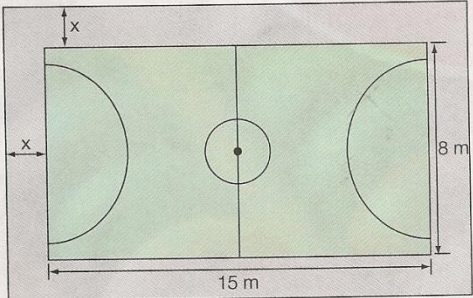
c) Em Iezzi (2009) o conceito de equação do segundo grau é iniciado de acordo com a situação dada na figura 3. Desta forma, o conceito de equação do segundo grau é iniciado com um problema gerador, conforme proposto na metodologia de resolução de problemas. Entretanto, o próprio autor responde ao problema que propôs e chega à equação que resolverá o problema. Assim, cabe ao aluno apenas resolver a equação do segundo grau, como feito no método tradicional de ensino.

capítulo **7** **Equação do 2º grau**

**À beira da quadra**

Em torno de uma quadra de futebol de salão, de comprimento 15 m e largura 8 m, deseja-se deixar uma faixa de largura constante.

A área da quadra, com a faixa, deve ser 198 m<sup>2</sup>. Qual deve ser a largura da faixa?



Se  $x$  representa a largura da faixa em metros, a quadra com a faixa é um retângulo de dimensões  $15 + 2x$  e  $8 + 2x$  metros. Então, devemos ter:

$$(15 + 2x)(8 + 2x) = 198$$
$$120 + 30x + 16x + 4x^2 = 198$$
$$4x^2 + 46x - 78 = 0$$
$$2x^2 + 23x - 39 = 0$$

Essa é a equação que vai revelar a largura da faixa, que é o valor de  $x$ . Vamos ver como resolvê-la.

Figura 3: Introdução á Equação do Segundo Grau. Imagem extraída de (IEZZI, DOLCE E MACHADO 2009, p.60).

#### 4. Resultados da Pesquisa



Na escola básica o ensino de matemática se contradiz com os pressupostos teórico-metodológicos da perspectiva da Metodologia de Resolução de Problemas (Tabelas 1 e 2).

A ênfase é dada a resolução de problemas padrão e exercícios algorítmicos não dando prioridade para o aluno fazer uso de seu conhecimento para adquirir um novo, e por isso, trata-se do método tradicional de ensino.

A adoção reiterada de problemas-padrão (convencionais) como único momento para o trabalho pedagógico com a resolução de problemas, nos níveis de Ensino Fundamental e Médio, conduzem o aluno a uma situação de fragilidade intelectual diante de uma situação que exijam criatividade e imaginação. Quando o aluno não consegue identificar, de imediato, a operação, o algoritmo ou a equação que conduza à resposta de um dado problema, acaba desistindo e esperando a solução a ser apresentada pelo professor ou por um colega de classe. (MIGUEL, 2003, p.93).

Nos livros didáticos analisados não é clara a aplicação da Metodologia de Resolução de Problemas na introdução dos conceitos abordados. É certo que, o professor pode usar o livro apenas como um material de apoio e selecionar os conteúdos que serão ministrados e a maneira como serão abordados esses conteúdos. No entanto, nem sempre os professores têm tempo suficiente e condições para adaptar a sua aula à metodologia. Ao adotar tais livros didáticos o aluno encontrará todas as respostas explícitas no texto e a ele restará apenas efetuar contas mecanicamente. Talvez essa seja uma explicação para a dificuldade dos alunos em resolver problemas matemáticos. Eles não estão acostumados a lidar com tal atividade matemática de acordo com a metodologia de Resolução de Problemas. Isso foi observado desde o início do projeto PIBID desenvolvido junto à escola parceira. Os alunos tinham preferência por exercícios algorítmicos e grande era a dificuldade na resolução de problemas. Em 2012, foi proposto utilizar, de fato, a metodologia de resolução de problemas no sexto ano. Os resultados são apresentados na próxima seção.

Para melhorar o desempenho dos alunos na resolução de problemas, a metodologia aponta que é preciso permitir que os alunos pensem, argumentem, discutam, e usem estratégias para solucionar o problema, ou seja, o aluno passa a ser ativo em sala de aula. Quanto ao professor, tem a sua devida importância neste processo.

Ensinar Matemática através da Resolução de Problemas não significa, simplesmente, apresentar um problema, sentar-se e esperar que uma mágica aconteça. O professor é responsável pela criação e manutenção de um ambiente

matemático motivador e estimulante em que a aula deve transcorrer. Van de Walle (2001, apud ONUCHIC & ALLEVATO, 2004, p.221).

Para conseguir a motivação dos alunos pela Matemática, segundo Van de Walle (2009) toda aula deve compreender três partes importantes: antes, durante e depois. Na fase antes, o professor deve verificar se os alunos compreenderam o problema, ativar os conhecimentos prévios e estabelecer expectativas claras para os produtos. Na fase durante, o docente deve deixar com que os estudantes construam os conhecimento e escutar suas ideias, fornecendo sugestões baseadas em suas respostas. Na fase depois, o professor promove um debate com as soluções de todos os alunos e os discentes devem justificar e avaliar seus resultados e métodos, até que se chegue a resolução correta do problema.

É necessário também, entender que a Matemática se trata de uma disciplina em que os erros são comuns, mas é fundamental persistir e não desistir. Desse modo, o professor deve propor problemas desafiadores que estimule a reflexão, deve encorajar seus alunos a elaborar suas estratégias, sem medo de errar. Para Moren (1992), o erro deve servir como orientador do processo de ensino, pois ele revela a maneira que os discentes pensam e as suas dificuldades.

Para melhorar o desempenho dos alunos e sanar as dificuldades na resolução de problemas é preciso *ensinar a resolver problemas e ensinar a matemática através da resolução de problemas*, tendo o problema como ponto de partida no desenvolvimento de novos conteúdos, com participação dos alunos na busca de sua solução, de forma que possam deduzir conceitos e propriedades. É somente depois que o professor sistematiza o conceito, que deve propor diferentes tipos de problemas, levando em conta os aspectos teóricos da metodologia.

#### **4.1 Resolução de Problemas no ensino de mosaicos geométricos**

O trabalho foi realizado com os alunos do sexto ano do Ensino Fundamental na Escola Municipal Paul Percy Harris de São José do Rio Preto-SP, junto ao Subprojeto de Licenciatura em Matemática vinculado ao Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID-CAPES 2009).

*Problema Gerador:* Cristiane e Sergio querem revestir o apartamento com um piso bem bonito. Sergio queria revestir o apartamento com pisos formados só por triângulos

regulares, ou só com pentágonos regulares. Cristiane queria revestir com um piso formado só por quadrados ou por hexágonos regulares. Será que esses formatos de piso dão certo para colocar no apartamento? Como podemos saber quais são os polígonos regulares do mesmo tipo que revestem a superfície?

A análise da aprendizagem dos alunos via a metodologia foi realizada durante as etapas de Polya (2006) desenvolvidas via diálogo professor-aluno. Na verificação da compreensão do problema ficou evidente que os alunos procuraram logo aplicar algoritmos.

“Vocês entenderam o problema?” (Professor).

“Não, esse problema não tem nenhum número.” (Alunos).

No entanto, ao serem questionados conseguiram identificar as incógnitas e os dados do problema.

“O que foi dado no problema? O que já sabemos? E o que queremos saber?” (Professor).

“Devemos saber quais os polígonos que revestem o apartamento, é informado que os pisos são formados por polígonos regulares de mesmo tipo e que as figuras têm que se encaixar perfeitamente sem deixar nenhum espaço.” (Alunos).

Os alunos compreenderam o problema individualmente. Chegaram a usar desenhos como *estratégia de resolução*. Em seguida, foram formados grupos de no máximo três alunos. Nesta etapa, foram disponibilizados kits com triângulos, quadrados, pentágonos e hexágonos regulares de mesmo tipo, confeccionados com material emborrachado (E.V.A). Desta forma, puderam explorar com mais facilidade as diversas possibilidades de revestir o apartamento (Figura 4).

Para verificar se os alunos haviam observado a propriedade relacionada à soma dos ângulos, foi dada a continuidade ao diálogo professor-aluno.

“O que vocês puderam perceber com a atividade?” (Professor).

“Percebemos que o formato do piso formado só por pentágonos não dá certo, pois resta espaço.” (Grupo A).

“Parece que o pentágono, tem lados maiores que os outros.” (Grupo B).

“O pentágono não tem os lados maiores do que os outros, pois ele é regular.” (Grupo C).

“Todos os polígonos são regulares, mas porque será que em alguns sobram espaços e em outros não?” (Professor).

“Porque eles não fecham.” (Grupo D).

“O que acontece com aqueles que *fecham*?” (Professor).

“A soma dos ângulos ao redor de um ponto vértice do triângulo, do quadrado e do hexágono formam  $360^\circ$ , enquanto que o pentágono não forma.” (Grupo D).

“É verdade, todos os polígonos em que a soma dos ângulos formam  $360^\circ$  é possível revestir o apartamento.” (Alunos).

“O problema está resolvido! Os formatos de piso que dão certo para colocar no apartamento são os triângulos, os quadrados e os hexágonos.” (Alunos).

Os alunos mostraram acreditar que tinham resolvido o problema. A princípio não questionaram sobre os demais polígonos regulares. Esse resultado é natural se for levado em conta que o trabalho estava sendo desenvolvido no sexto ano e que a mudança para a metodologia adotada neste caso, era recente. Isso reforça a importância do professor no processo ensino-aprendizagem. Foi fundamental a atuação do professor para motivar os alunos aos novos conceitos, soma dos ângulos internos e ângulo de um polígono regular, e conseqüentemente mosaicos.

“Será que o decágono regular também reveste a superfície?” (Professor).

“Como vamos saber, não temos um decágono regular em mãos para saber se a soma de seus ângulos resultará em  $360^\circ$ .” (Alunos).

“Quando eu entreguei os Kits para vocês, era para ser usado apenas como um *elemento auxiliar*, **possibilitando a obtenção de resultados particulares** e de *um padrão*. Alguém tem uma idéia? Quando falamos que no pentágono resta espaço, o que na verdade estamos querendo dizer?” (Professor).

“Como os polígonos são regulares, os ângulos são iguais, então se fizermos  $360^\circ$  dividido pelo grau de um ângulo, é possível descobrir quantos ângulos iguais a esse precisamos para formar os  $360^\circ$  ao redor de um ponto vértice, se a conta tiver resto então a divisão não é exata e por isso não é possível revestir o apartamento.” (Aluno A).

“Mas desse jeito que o aluno A falou, vamos ter que ter em mãos o polígono regular da mesma forma, para que seja possível medir o seu ângulo com o transferidor.” (Aluno B).

“Pessoal, como os polígonos são regulares, tem uma maneira de encontrarmos seus ângulos, sem o auxílio do transferidor, daí é só fazer a divisão conforme o aluno A falou e se a divisão não for exata então não é possível revestir o apartamento. No entanto, nós ainda não estudamos isso, mas vamos precisar, para resolver esse problema. Esse novo conceito chama-se: *soma dos ângulos internos de um polígono.*” (Professor).

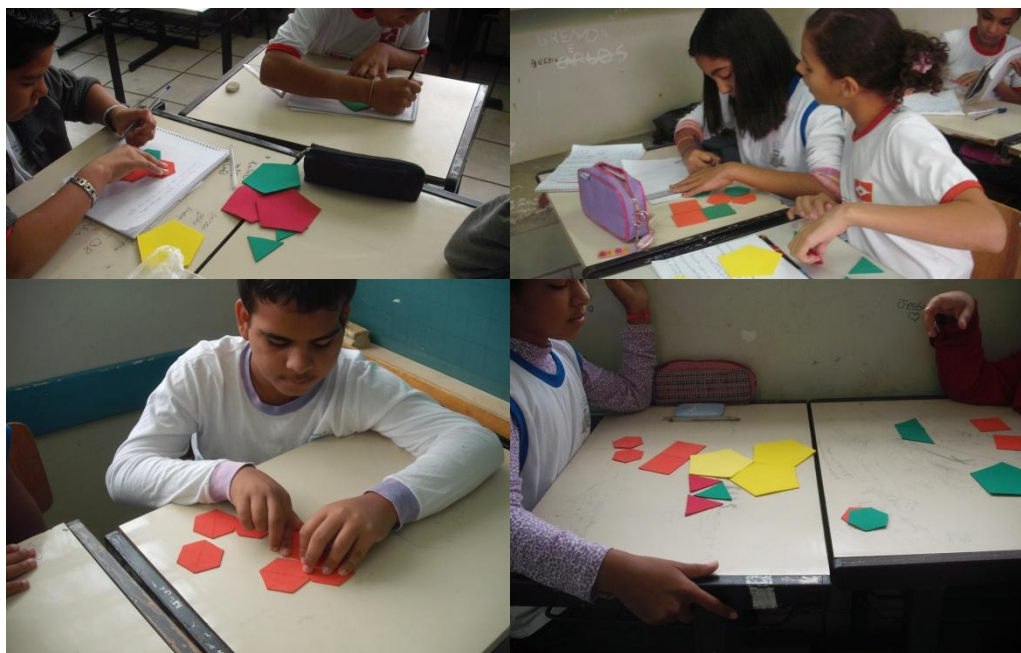


Figura 4: Atividade experimental na Resolução de Problema.

Para sistematizar os resultados foram utilizadas duas atividades. Inicialmente os alunos perceberam, experimentalmente, que a soma dos ângulos internos de um triângulo resulta em  $180^\circ$  (Figura 5) e concluíram que para determinar a medida de cada ângulo do triângulo regular, bastava fazer:  $180^\circ/3=60^\circ$ . Com isso, os alunos puderam encontrar a soma dos ângulos internos de um polígono qualquer via decomposição da figura em triângulos.

Desta forma, os alunos estavam aptos a executar o plano, terceira etapa de Polya (2006), com relação ao problema gerador, que ocorreu ao completarem a tabela 3.

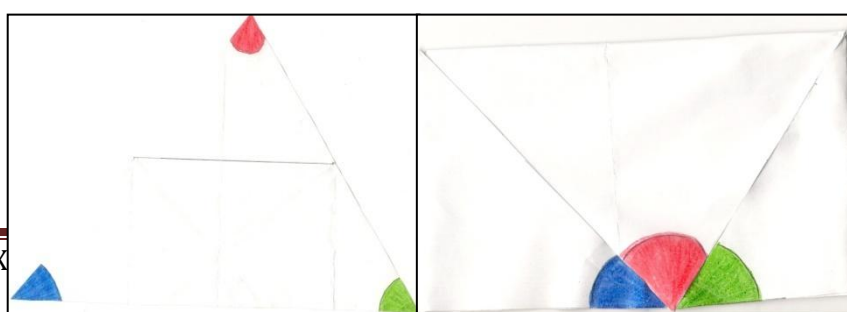


Figura 5: Soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer.

Tabela 3: Execução do Plano.

Polígono regular	Soma dos ângulos internos do polígono	Medida de cada ângulo	É divisor de 360°?	É possível revestir o apartamento formando um mosaico?
Triângulo	180°	60°	Sim, pois 360:60=6 Resto =0	Sim, pois resta 0, ou seja todo o espaço fica preenchido.
Quadrado	360°	90°	Sim, pois 360:90=4 Resto =0	Sim
Pentágono	540°	108°	Não, pois 360:108=3 Resto = 36	Não, pois resta espaço.
Hexágono	720°	120°	Sim, pois 360:120=3 Resto=0	Sim
Decágono	1440°	144°	Não	Não
Icoságono	3240°	162°	Não	Não

Os alunos concluíram, ainda sem saber equações, que os polígonos dados formarão mosaicos quando:  $\frac{360}{(n-2)180} = m$ , com  $n$  número de lados do polígono e  $m$  natural.

Portanto, finalizaram a solução do problema gerador com a conclusão que entre todos os polígonos regulares de mesmo tipo, os únicos que formam os mosaicos, são de fato os triângulos, os quadrados e os hexágonos. Somente com esses polígonos é possível revestir o apartamento com as restrições dadas.

A etapa final, retrospecto, também foi desenvolvida, com a verificação de cada etapa.

Durante a resolução de um problema pode-se cometer alguns erros e no retrospecto é possível corrigi-los. Além disso, o professor pode indagar se é possível utilizar o resultado ou o método em algum outro problema, propiciando a seus alunos um entendimento ainda maior do conteúdo estudado. Dessa forma, como uma aplicação do conceito de mosaicos foi proposto o seguinte problema: Porque será que as abelhas constroem os favos de mel com os alvéolos na forma de hexágono regular?

## 5. Agradecimentos

Á CAPES pelo apoio financeiro junto ao Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID).

## 6. Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: matemática/ Secretaria de Educação Fundamental*. - Brasília: MEC/SEF, 1997.

BUTTS, T. *Formulando Problemas Adequadamente*. In: Krulik, S; Reys, R.E. A Resolução de Problemas na Matemática Escolar. São Paulo: Atual, 2010.

DANTE, L.R. *Tudo é Matemática- 5ªsérie*. São Paulo: Ática, 2009.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. *Matemática e realidade- 9º ano*. São Paulo: Atual, 2009.

ONUCHIC, L.R. *Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas*. In: BICUDO, M.A.V. (ORG.). Pesquisa em Educação Matemática. São Paulo: UNESP, 1999. Cap. 12, p 199-220.

MIGUEL, J.C. *O método da Resolução de Problemas: significado e implicações para a prática docente*. In: MORTATTI, M. R. L. Atuação de Professores. Araraquara: JM, 2003.

MOREN, E.B.S.; DAVID, M. M. M. S.; MACHADO, M. P. L. *Diagnóstico e análise de erros em matemática: subsídios para o processo ensino-aprendizagem*. CAD, pesq., São Paulo, n.83, p. 43-51, Nov. 1992.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. *Novas reflexões sobre o Ensino da Matemática através da Resolução de Problemas*. In Educação Matemática: Pesquisa em Movimento. /

Maria Aparecida Viggiane Bicudo, Marcelo de Carvalho Borba (orgs.). –São Paulo: Cortez, 2004. p.213-231.

POLYA, G. *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2006.

VAN DE WALLE, J. A. *Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*; tradução Paulo Henrique Colonese. Porto Alegre: Artmed, 2009.