

## FRAÇÃO E SEUS DIFERENTES REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: UMA ANÁLISE DA PERCEPÇÃO DE FUTUROS PEDAGOGOS

*Larissa Elfisia de Lima Santana  
Universidade Estadual do Ceará  
larissalimasant@gmail.com*

*Luiza Helena Martins Lima  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará  
luzahelenaml@hotmail.com*

*Silvana Holanda da Silva  
Prefeitura Municipal de Fortaleza  
silvana\_holanda@yahoo.com.br*

*Bárbara Pimenta de Oliveira  
Universidade Estadual do Ceará  
babipimenta@yahoo.com.br*

### **Resumo:**

Este trabalho trata da percepção de pedagogos, em formação inicial, acerca dos diferentes registros de representação semiótica de fração. A relevância do estudo se justifica pela dificuldade de ensino e aprendizagem do conceito de fração, constantemente relatada pela literatura com estudos como os de Terezinha Nunes e Tânia Campos. Neste sentido, esta pesquisa utilizou a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond que destaca as funções e atividades cognitivas cumpridas pelas representações semióticas na aprendizagem em Matemática. Assim, realizou-se uma entrevista clínica com 10 sujeitos, a partir de um questionário com questões sobre fração. Os resultados evidenciaram confusão entre o conceito e suas representações; dificuldade de articular a fração com mais de três de suas representações; limitação da compreensão do conceito. Constatou-se, portanto, a necessidade da continuidade de estudos e ações que visem a compreensão e alteração deste quadro.

**Palavras-chave:** Registros de representação semiótica; Fração; Formação inicial.

### **1. Introdução**

O presente texto aborda a diversificação dos registros de representação semiótica, em especial, àqueles relacionados ao conceito de fração. Nesse sentido, utilizou-se o aporte da teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval.

A supracitada teoria trata de uma abordagem cognitiva que se volta para a análise da importância dos registros de representação semiótica para a aprendizagem em matemática. Esta, por sua vez, pode ser considerada plena ao tornar possível ao indivíduo desenvolver as capacidades de raciocínio, análise e visualização. Duval parte do pressuposto de que, diferente do que acontece em outras ciências, o objeto de estudo da matemática por ser abstrato só é acessível através de suas representações.

Ademais, para esse autor as representações semióticas exercem funções que ultrapassam a mera comunicação de ideias. Isto porque as representações semióticas cumprem à duas outras funções, são elas: objetivação e tratamento.

A objetivação diz respeito à necessidade de utilizar as representações para tornar uma ideia clara para si mesmo. A construção de esquemas e fichamentos é um exemplo de uso das representações para auxiliar na compreensão. Já a função de tratamento se refere transformação de uma representação no próprio registro onde ela foi formada. Por exemplo, ao realizar a adição  $5+5$  é necessário tratar esse registro para se chegar ao resultado 10, ainda no mesmo registro numérico aritmético.

Além de cumprirem funções os registros de representação semiótica também estão vinculados a três atividades cognitivas, quais sejam: formação, tratamento e conversão. A Formação se refere ao processo de construção de uma representação em um registro específico, respeitando-se as regras vinculadas a ele. Por exemplo, para a escrita de um texto deve-se obedecer às regras gramaticais, já que o registro escolhido é a língua materna.

O tratamento, já discutido anteriormente, é considerado tanto como função quanto como atividade cognitiva ligada às representações semióticas. Ele é responsável por transformações internas a um mesmo registro. Quando considerado na perspectiva de atividade cognitiva, o autor chama a atenção para a necessidade de se observar o que denomina como regras de expansão. Essas são definidas como “regras que, uma vez aplicadas, resultam em uma representação de mesmo registro que o de partida”. (DUVAL, 2009, p.57).

A conversão é a terceira atividade cognitiva e se trata de uma transformação que resulta em uma mudança de registro. Por exemplo, a passagem de uma equação para um

gráfico se constitui como uma conversão. Isto porque a ideia estava inicialmente representada no registro algébrico e foi convertida para o registro gráfico. Assim, o registro de partida tornou-se diferente do registro de chegada, contrariamente ao que acontece no tratamento. A conversão é a principal atividade cognitiva, segundo Duval, pois ela é um passo fundamental no trabalho com as representações semióticas, pois essa transformação é externa e exige do sujeito saber a diferença entre representante e representado.




Tendo-se compreendido as funções e atividades cognitivas vinculadas as representações semióticas qual, então, a importância de sua diversificação? Como já dito anteriormente, o objeto de estudo da matemática só é acessível pela sua representação, logo, quanto mais variadas forem as formas de representá-lo, maiores serão as possibilidades de compreendê-lo. Duval ainda complementa esta ideia ao afirmar que a diversificação de representações de um mesmo objeto ampliam as capacidades cognitivas dos sujeitos bem como suas representações mentais. O desenvolvimento destas últimas, “efetua-se como uma interiorização das representações semióticas da mesma maneira que as imagens mentais são uma interiorização das percepções”. (DUVAL, 2009, p.17).

Além do exposto, para a teoria dos registros de representação semiótica, uma das principais dificuldades na compreensão de um conceito consiste na confusão entre um objeto representado e a sua representação. Uma situação que exemplifica a ideia do autor é quando ao perguntar se a uma criança o que são figuras geométricas obter como resposta: "é um quadrado". Este tipo de resposta evidencia a vinculação do conceito de figuras geométricas a uma de suas representações, o quadrado. Nesse sentido, utilizar as diversas representações para um mesmo conceito é uma das formas de se evitar esta confusão.

No que diz respeito a fração, objeto de discussão deste estudo, a diversidade de representações existentes para este conceito se constituem com um dos aspectos que tornam sua aprendizagem complexa (SPINILLO; LAUTERT, 2006). Segundo Maranhão e Iglioni (2003), este conceito quando introduzido no Ensino Fundamental aparece representado por três tipos de registros de representação, são eles: registro simbólico – numérico (fracionário e decimal) ou algébrico; figural (considerando quantidades contínuas e discretas); língua natural. Além destes três registros apontados pelas autoras, acrescenta-se o registro concreto e os registros numéricos percentual e da divisão que

também se constituem como possíveis representações para a fração. A seguir apresentamos alguns exemplos desses registros.

Quadro 1: Diferentes registros de representação semiótica de fração. SANTANA (2012, p. 65)

<i>Registros de representação da fração</i>			
<i>Registro figural</i>	<i>Registro simbólico</i>	<i>Registro Concreto<sup>1</sup></i>	<i>Registro na língua natural</i>
<p><u>Contínuo</u></p> 	<p><u>Numérico</u></p> $\frac{1}{3}$ <p>0,5</p> <p>66, 66%</p> <p><math>4 \div 6</math></p>		<p>Uma fração pode ser escrita seguindo as regras e convenções do Sistema Decimal de Numeração</p> <p>Um número racional escrito na forma <math>\frac{a}{b}</math> com <math>a</math> e <math>b</math> inteiros e <math>b \neq 0</math> está representado por uma fração</p>
<p><u>Discreto</u></p> 	<p><u>Algébrico</u></p> $\frac{a}{b}, b \neq 0, a, b \in \mathbb{Z}$ <p>a. <math>10^{\frac{m}{n}}</math></p>		

Diversas pesquisas têm apontado que situações de ensino de fração têm de modo recorrente privilegiado quantidades contínuas de fração como o uso das pizzas e barras de chocolate (SPINILLO; LAUTERT, 2006). Nesse sentido, Nunes e Bryant (1997) afirmam que o ensino baseado em quantidades contínuas favorece o uso do procedimento de dupla contagem, ou seja, conta-se em quantas partes a fração foi dividida e em seguida contam-se as partes "tomadas" desta fração. Este procedimento interfere na compreensão da representação numérica fracionária, pois, em situações de ensino é comum formar esta representação pensando que o denominador são as partes em que a fração foi dividida e o

<sup>1</sup> Foto retirada do site: <http://www.casadaeducacao.com.br>

numerador as partes tomadas do todo, favorecendo a percepção da fração como a sobreposição de dois números inteiros.

Além disso, o ensino de operações que envolvem frações têm ênfase em aspectos procedimentais como o uso do mínimo múltiplo comum, sem a compreensão da relação deste procedimento com a equivalência de frações, por exemplo (NUNES, 2003).

Tais práticas de ensino contribuem para ampliar ainda mais as dificuldades na compreensão deste número que possui natureza complexa. Diversos autores têm discutido as dificuldades inerentes a compreensão de fração (KIEREN, 1976, 1988; BEHR, LESH, POST e SILVER, 1983, 1992, 1993; HAREL e CONFREY, 1994), considerando que, dentre outros fatores, a transposição de conhecimentos relativos aos números inteiros apresenta-se como uma dificuldade recorrente.

Isto porque sem compreensão do significado do conjunto dos números racionais os alunos tentam aplicar as regras já conhecidas para pensar sobre fração (SPINILLO; LAUTERT, 2006). Um exemplo é a relação de antecessor e sucessor que aplicada ao contexto dos números racionais, muitas vezes, leva o aluno a pensar que  $\frac{1}{4}$  representa uma fração maior do que  $\frac{1}{3}$ . Essa transposição de conhecimentos torna complexa a compreensão de aspectos como a ordenação e equivalência de frações que partem de pressupostos diferentes daqueles utilizados para os números inteiros.

Diante deste contexto, considerou-se pertinente investigar a compreensão da fração e seus registros de representação semiótica por parte de alunos do curso de Pedagogia, futuros professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, responsáveis pela introdução formal deste conceito no processo de escolarização básica.

Assim, a pesquisa teve como sujeitos 10 alunos, de ambos os sexos, do curso de pedagogia de uma Universidade Estadual. Todos os alunos já haviam finalizado as disciplinas de matemática contempladas em sua formação e conseqüentemente os elementos referentes a fração.

Para coleta de dados foi realizada uma entrevista clínica baseada em um questionário com situações-problema acerca de fração. As entrevistas foram realizadas individualmente e duraram duas horas. Para fins deste artigo foram contempladas as

respostas referentes apenas a uma questão que tinha como objetivo **avaliar os conhecimentos dos sujeitos em relação à diversificação de registros de representação de frações, bem como seu conhecimento em relação às regras de conformidade quando da formação das diferentes representações semióticas.**

A seguir serão apresentados os dados e discussões relativos a análise desta questão, tomando-se os pressupostos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

## 2. Diversificação dos Registros de Representação Semiótica de Fração

A sexta questão do questionário respondido pelos alunos, foco desta análise, solicitou a elaboração de quatro tipos de representações diferentes para o número racional dois terços. Os sujeitos<sup>2</sup> elaboraram uma variedade de representações. A seguir, será apresentada uma tabela com os tipos de registros identificados nas respostas dos alunos.

*Tabela 1: Registros de Representação Semiótica associados a fração pelos sujeitos*

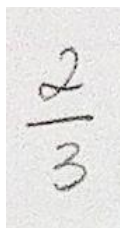
Registros de Representação Semiótica identificados na questão 6	
<i>Tipo de registro de representação</i>	<i>Quantidade de sujeitos</i>
Registro numérico fracionário	9
Registro numérico decimal	5
Registro numérico percentual	1
Registro numérico divisão	3
Registro figural contínuo	9
Registro figural discreto	1
Registro em língua natural	1

No tocante aos registros numéricos, é possível visualizar na tabela que este foi o tipo de registro mais utilizado. Foram evidenciados os seguintes registros numéricos: fracionário, decimal, percentual e divisão. O registro fracionário foi o mais utilizado dentre os registros numéricos, sendo identificado nas respostas de nove (09) alunos. Este resultado pode ser justificado pelo fato de essa ser a representação de fração que aparece com maior frequência na escola. Segundo Machado e Menezes (2008, p.5), “apesar dos

---

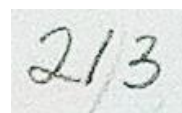
<sup>2</sup> Tendo em vista a preservação da identidade dos sujeitos, ao longo do artigo, eles serão identificados como P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9, P10.

avanços no ensino da matemática, o ensino de frações continua se caracterizando por uma prática voltada para uma aprendizagem mecânica do algoritmo, constituindo-se em um desafio aos professores que procuram desenvolver uma real compreensão desse conceito em seus alunos” (MACHADO; MENEZES, 2008, p. 5). Todavia, apesar da familiaridade dos sujeitos com essa representação, é interessante destacar duas das representações elaboradas por P4, a seguir:



A photograph of a handwritten fraction  $\frac{2}{3}$  written vertically. The number 2 is at the top, a horizontal line is in the middle, and the number 3 is at the bottom.

Figura 1: Representação vertical do registro numérico fracionário (P4)

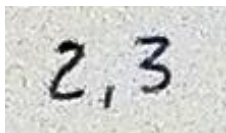


A photograph of a handwritten fraction  $\frac{2}{3}$  written horizontally. The number 2 is on the left, a horizontal line is in the middle, and the number 3 is on the right.

Figura 2: Representação horizontal do registro numérico fracionário (P4)

Note-se que, para a aluna, a mudança da disposição dos números do sentido vertical para horizontal constituiu uma representação diferente. Contudo, ambas as representações estão sujeitas às mesmas regras e propriedades. Para Duval (2009), há dois tipos de atividades que resultam na transformação das representações semióticas, a saber: a conversão e o tratamento. O primeiro diz respeito à mudança de registro e o segundo relaciona-se as transformações internas dentro de um mesmo registro. Assim, para que uma representação sofra alterações ou constitua um novo registro é preciso que seja realizado algum tipo de transformação representacional, o que não ocorre no caso de P4.

Com relação ao registro numérico decimal, cinco (05) alunos o contemplaram em suas respostas. Destaca-se, abaixo, a resposta e a explicação de P3:



A photograph of a handwritten decimal number 2,3. The number 2 is on the left, a comma is in the middle, and the number 3 is on the right.

Figura 3: Representação numérica decimal incorreta (P3)

*P3: Como é dois terços na forma decimal? 2,3? 2,3? 0,23 não pode.*

*Pesquisadora: Porque não pode?*

*P3: Porque ele tem 2 casas depois da vírgula aí já é...ai seria vinte e três sobre cem. E dois vírgula três é vinte e três sobre cem. É?*

*[...]*

*P3: [...] eu acho que é dois vírgula três, mas se alguém me der dois vírgula três e me disser transforme em fração eu vou colocar vinte e três sobre dez e vinte e três sobre dez é a mesma coisa de dois vírgula três? Não né?*

*Pesquisadora: O que é que você acha que é?*

*P3: Não. Não sei, só não parece.*

*Pesquisadora: Tá.*

*P3: Eu vou colocar. Eu não consigo pensar em outra possibilidade. (P.3).*

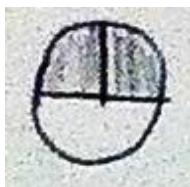
P3 demonstra desenvolver seu raciocínio com base no procedimento aplicado à conversão do registro decimal para o registro fracionário. Apesar de ter memorizado a regra necessária para essa conversão, a aluna evidencia não compreendê-la, pois, em sua fala, é possível perceber que a aluna associa a aplicação da regra para frações que tenha como denominadores o número dez e seus múltiplos, enquanto que para a questão seria necessário pensar sobre a fração  $\frac{2}{3}$ . O mesmo acontece para a conversão do sentido decimal para o fracionário. Com efeito, salienta-se a perspectiva colocada pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica de que a conversão não pode ser reduzida a um tratamento, pois nesta atividade cognitiva “é necessária [a] articulação entre as variáveis cognitivas que são específicas do funcionamento de cada um dos dois registros” (DUVAL, 2009, p.17).

Ainda no que diz respeito aos registros numéricos é interessante discutir o fato de os alunos terem contemplado o registro percentual e o da divisão em suas respostas. O registro percentual foi evidenciado por P7, que elaborou a representação 66,66%. O conceito de porcentagem relaciona-se diretamente ao de fração. Entretanto, ao optar pelo uso da fração, deve-se considerar relações parte-todo enquanto que o uso da porcentagem requer a avaliação da proporção de uma quantidade em relação a outra, avaliada sobre a centena. Acredita-se que o uso deste registro demonstra a possibilidade de extrapolar e ampliar a gama de registros de representações semióticas utilizadas para um conceito, de modo a estabelecer relações diferenciadas. Dessa forma, aponta-se para a necessidade de vivências e experiências, em todos os níveis de ensino, que permitam aos estudantes perceber a existência das inúmeras relações e representações que podem ser utilizadas para abordar um conceito matemático.



Com relação ao registro numérico da divisão, três (03) alunos o utilizaram em suas respostas. Acredita-se que a compreensão desta como representação possível para a fração evidencia a consideração da relação de divisão implícita na fração.

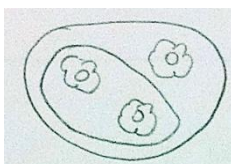
No que diz respeito aos registros figurais elaborados, nove (09) alunos representaram quantidades contínuas e apenas um (01) evidenciou uma quantidade discreta. Os alunos que elaboraram representações contínuas evidenciaram de forma apropriada os elementos da fração dois terços, com exceção de P3 que elaborou a representação a seguir.



*Figura 4:* Desconsideração da igualdade das partes de uma fração (P3)

Não foi disponibilizado para os sujeitos nenhum instrumento de medição que possibilitasse a divisão em partes exatamente iguais. No entanto, apesar de não se ter considerado o fato de as partes estarem totalmente idênticas, o desenho de P3 explicita que a aluna desconsiderou a necessidade de igualdade de partes de uma fração, tendo em vista que a aluna dividiu a figura ao meio e depois dividiu uma das metades da figura.

Em relação ao registro figural considerando uma quantidade discreta, apenas P4 elaborou uma representação deste tipo, conforme se visualiza abaixo.



*Figura 5:* Representação no registro figural considerando uma quantidade discreta (P4)

Considera-se que a baixa incidência de representações de quantidades discretas deve-se ao condicionamento dos alunos a situações de ensino que introduzem e enfatizam a fração em situações parte-todo com quantidades contínuas. A esse respeito, Nunes e Bryant (1997, p.216) discutem que através da exploração de situações de divisão as crianças são capazes de estabelecer relações tanto com elementos contínuos quanto discretos. É preciso então que a escola explore relações ultrapassem as quantidades contínuas. Além disso, os autores ainda apontam que a ampliação das representações simbólicas dos números racionais como um fator que amplia a compreensão de alunos. Logo, relaciona-se este aspecto aquele defendido por Duval (1995) a respeito da necessidade de um ensino que diversifique e articule diversas representações de um mesmo objeto matemático.

Em relação ao registro em língua natural, P6 foi o único a utilizá-lo, repetindo a representação já presente no enunciado da questão. Deste modo, a mera repetição deste registro não é considerada como a produção de uma representação diferenciada, tendo em vista que se solicitava a elaboração de quatro representações diferentes partindo-se do registro em língua natural o que denota a não utilização deste.

Ainda em relação ao êxito na elaboração de quatro tipos de representações diferentes entre si, constatou-se que cinco (05) participantes não elaboraram as quatro representações solicitadas. Evidencia-se, assim, a dificuldade em perceber a fração em registros diversificados. Explicita-se, portanto, a limitação da percepção dos alunos em relação aos diferentes registros de representação semiótica de fração.

### **3. Considerações Finais**

Diante dos resultados apresentados, infere-se que as representações que foram escolhidas pelos sujeitos são aquelas com as quais possuem maior familiaridade a partir de sua própria escolarização. De modo geral, as representações mais contempladas foram à numérica fracionária e decimal e a figural contínua, normalmente abordadas no ensino de fração.

A esse respeito, Duval (2003, p.21) afirma que “os fracassos ou os bloqueios dos alunos, nos diferentes níveis de ensino, aumentam consideravelmente cada vez que uma mudança de registro é necessária ou que a mobilização simultânea de dois registros é requerida”. Isto significa que há um “enclausuramento” provocado pelo mono-registro que impede o reconhecimento de um objeto matemático em representações diferentes. Tal fato denota ainda a confusão entre representante e representado, ou seja, entre a fração e seus registros de representação semiótica.

Com efeito, importa destacar que os registros de representação semiótica, em sua função de comunicação, devem permitir a compreensão dos elementos que expressa. Levando-se este aspecto para a prática docente, o professor deve ser capaz de dispor de conhecimentos acerca de uma gama de registros que possibilitem a escolha de uma ou várias representações que o ajudem a expressar a ideia que deseja comunicar.

O presente trabalho ao investigar os conhecimentos de futuros pedagogos com relação à fração não objetivou apenas evidenciar as lacunas conceituais nos sujeitos, mas elucidar como eles pensam e relacionam fração com seus registros de representação semiótica. Pois, acredita-se que ao analisar os conhecimentos dos sujeitos à luz da teoria de Duval aponta-se um caminho que vai além de um reforço do discurso de que existe uma defasagem na formação dos professores. Isto porque ao elucidar como futuros pedagogos pensam o conceito de fração torna-se possível intervir de acordo com as concepções do conceito que estes sujeitos apresentam.

Assim sendo, a partir dos resultados obtidos e tomando-se como base os pressupostos da teoria dos registros de representação semiótica, é possível elencar alguns elementos para o repensar das práticas formativas com relação à fração, quais sejam: propiciar a realização de conversões entre os registros de fração; propor situações que evidenciam a relação entre frações com outros conceitos matemáticos como porcentagem e razão; evidenciar os invariáveis de equivalência e ordem nos diferentes registros de fração; explorar situações que envolvam os registros figurais contínuos e discretos; explicitar as diferenças de relações e propriedades entre o conjunto dos números inteiros e racionais; possibilitar a coordenação de várias representações de fração de modo simultâneo;

trabalhar a formação das representações de fração partindo da compreensão de suas relações com o conceito.

Os elementos acima citados são indicações que partem da análise do quadro encontrado na presente pesquisa. Todavia, considera-se pertinente a realização de investigações que explorem as diretrizes acima citadas de modo a analisar os meios e condições para sua utilização na formação de professores, bem como seus impactos na apreensão conceitual de futuros professores.

#### 4. Agradecimentos

Agradecemos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, pela concessão de bolsa de mestrado. Ao Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino, ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual do Ceará e a Universidade Estadual do Ceará pelo apoio e incentivo que proporcionaram o desenvolvimento deste trabalho.

#### 5. Referências

BEHR, M. J.; LESH, R.; POST, T.; SILVER, E. Rational number concepts. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Ed.). **Acquisition of Mathematics concepts and processes**. New York: Academic Press, 1983.

BEHR, M. J.; HAREL, G.; POST, T.; LESH, R. Rational number, ratio, and proportion. In: GROUWS, D. A. (Ed.). **Handbook of research on Mathematics teaching and learning**. New York: MacMillan, 1992.

\_\_\_\_\_. Rational numbers: toward a semantic analysis – emphasis on the operator construct. In: CARPENTER, T. P.; FENNEMA, E. H.; ROMBERG, T. (Ed.). **Rational numbers: an integration of research**. Hillsdale: Lawrence Erlbaum, 1993.

DUVAL, R. **Sémiosis et pensée humaine** – registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Peter Lang. SA. Neuchâtel, Suisse: 1995.

\_\_\_\_\_. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (org.).

**Aprendizagem em matemática** – registros de representação semiótica. Campinas, SP:Papirus, 2003.

\_\_\_\_\_. **Semiósis e Pensamento Humano** – registros de representação semióticos e aprendizagens intelectuais (fascículo I). São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

HAREL, G.; CONFREY, J. **The development of multiplicative reasoning**. Albany: SUMY, 1994.

KIEREN, T. E. On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In: LESH, R. (Ed.). **Number and measurement: paper from a research workshop**. Columbus: ERIC/MEAC, 1976.

\_\_\_\_\_. Personal knowledge of rational numbers: its intuitive and formal development. In: HIEBERT, J.; BEHR, M. **Number concepts and operations in the middle grades**. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, 1988.

MACHADO, C. T. O.; MENEZES, J. E. **Concepções de professores que ensinam matemática sobre números fracionários, suas experiências e as implicações em suas práticas na 5ª série do ensino fundamental**. Educação Matemática em Revista. nº25, ano 13. 2008.

MARANHÃO, M. C. S. A. IGLIORI, S. B. C. Registros de Representação e Números Racionais. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **A aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica**. Campinas, SP: 2003. (Coleção Papirus Educação)

NUNES, Terezinha. Criança pode aprender frações. E gosta! In: GROSSI, Ester Pilar (org.). **Porque ainda há quem não aprende?** A teoria. Petrópolis, RJ: Vozes, 2003.

NUNES; T. BRYANT, P. **Crianças fazendo Matemática**. Tradução de Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

SPINILLO, Alina. Galvão; LAUTERT, Síntia. O diálogo entre a psicologia do desenvolvimento cognitivo e a educação matemática. In: Luciano Meira; Alina Spinillo. (Org.). **Psicologia Cognitiva: cultura, desenvolvimento e aprendizagem**. 1 ed. Recife: Universitária da UFPE, 2006, v. 1, p. 46-80.