

Encontro Nacional de Educação Matemática Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas

Curitiba, PR - 18 a 21 de julho de 2013



COMPREENSÃO E COMPREENSÃO CONCEITUAL: ALGUMAS VISÕES

Antonio Olimpio Junior Universidade Federal de Juiz de Fora antonio.olimpio@ufjf.edu.br

Resumo:

Nesta parte inicial da mesa redonda apresentamos algumas visões sobre as noções de *compreensão*, *compreensão conceitual* e *compreensão procedimental* concluindo-a com a apresentação de um modelo de análise de *atos de compreensão*.

Palavras-chave: compreensão; compreensão conceitual; compreensão procedimental.

1. Introdução

Noções sobre *compreensão* têm sido propostas por filósofos como Dewey, Locke, Hume, Dilthey, Husserl, Bergson Gad,amer, Heidegger, Ricoeur, Schütz, Cicourel e outros, as quais configuram, em seu conjunto, um amplo espectro de visões. A noção de *compreender* como atividade cognoscitiva específica diferente do conhecimento racional e de suas técnicas explicativas pode ser considerada em duas fases diferentes: na filosofia medieval ou escolástica, e na filosofia contemporânea. Na primeira se funda no problema de conhecer a verdade revelada e, portanto, fortemente associada às questões de fé. Na segunda, se origina da necessidade de se distinguir os procedimentos explicativos das Ciências Naturais dos procedimentos das Ciências Morais ou Históricas, movimento que induz a criação de novos paradigmas de pesquisa.

De acordo com Olimpio Junior (2006), as pesquisas em educação distinguem usualmente três paradigmas principais (ERNEST, 1998, p. 77): "o paradigma científico, o teórico-crítico e o interpretativo". Ainda segundo este autor, o primeiro, originado do racionalismo e dos métodos utilizados nas ciências físicas, preocupa-se com a objetividade, a predição, a replicabilidade e a descoberta de generalizações científicas de leis que possam descrever o fenômeno investigado. Central, neste paradigma, é a busca por leis gerais que possam predizer futuros resultados, incluindo-se aí aqueles associados aos

fenômenos educacionais. Assim, sob esta perspectiva, são examinadas, por exemplo, variáveis como a sala-de-aula, o aprendiz, etc. ao mesmo tempo em que se procura correlacioná-las com os resultados do aprendizado observado. Em outras palavras, ao prescrever (ÁLVES-MAZOTTI; GEWANDSZNAJDER, 2001, p. 111) que todos os enunciados e conceitos referentes a um dado fenômeno deveriam ser traduzidos em termos observáveis (objetivos) e testados empiricamente para verificar se são falsos ou verdadeiros, os pressupostos do chamado *empirismo lógico*, caracterizado no positivismo, são claramente assumidos.

O segundo paradigma, chamado *teórico-crítico*, orienta a abordagem de não apenas descobrir, mas também de se engajar na crítica social no propósito de melhorar ou reformar aspectos da vida social (ERNEST, 1998, p. 78). Na Educação, frequentemente preocupa-se com questões de justiça associadas a questões de gênero ou de desigualdades sociais.

O terceiro paradigma é o chamado *interpretativo* (*ou naturalístico*), desenvolvido a partir dos métodos usados nas pesquisas em Ciências Sociais. Este, por sua vez, se preocupa com a *compreensão humana*, a interpretação, a intersubjetividade, etc. (ERNEST, 1998, p. 77). Assim, sua ontologia é fundada no relativismo das realidades locais e específicas construídas, sua epistemologia é transacional/subjetiva com resultados construídos e sua metodologia é hermenêutica/dialética.

O interpretivismo e a hermenêutica originadas no final do século XIX surgiram como reação à visão predominante positivista e, posteriormente, à positivista lógica. É este contexto de reação a um paradigma predominante de conhecimento que começa a induzir a emergência de visões por vezes antagônicas, por vezes compatíveis, mas que, de maneira geral, tem alimentado as discussões que, ao longo de décadas, canalizam as posições quanto aos objetivos da Ciência para duas avenidas: a da explicação (*Erklären*) e a da *compreensão* (*Verstehen*).

Neste sentido, a própria concepção de Ciência passa a ser definidora. Para aqueles que advogam apenas o estrito papel explanador causal de fenômenos — quer sejam físicos ou sociais — da Ciência, qualquer objetivo visando a compreensão não pode ser vista como uma justificativa científica. Por outro lado, há a posição dos interpretivistas sustentando que a Ciência deve incluir a compreensão das ações humanas. A visão atual do que é Ciência, no entanto, como afirma Schwandt, continua indefinida.

Indutora de mudanças de paradigmas de pesquisa, a preocupação com a questão da compreensão não é menos importante na pedagogia, na Educação em geral. Ao contrário, na Educação Matemática em particular sua importância tem se revelado cada vez mais evidente. Na parte inicial desta mesa redonda, apresentamos, com base nos trabalhos de Olimpio Junior (2006) e de Sierpinska (1990), algumas visões sobre as noções de compreensão, compreensão conceitual e compreensão procedimental, concluindo-a com a apresentação de um modelo de análise, proposto por esta última autora, de atos de compreensão.

2. Compreensão e Linguagem

A História da Matemática ou da Ciência em geral é rica em exemplos de *iluminações* repentinas que conduziram estudiosos a soluções de problemas complexos. Os matemáticos e cientistas que as produziram, no entanto, observam que a emergência de tais *iluminações* somente ocorreu depois de um razoável período tentando compreendê-los e de tentativas e erros na busca de soluções, o que sugere que a *compreensão* é um processo de extensão e profundidade variáveis, além de, naturalmente, das características de cada *objeto* ou *conceito* que se pretende compreender.

Dewey (1959, p. 180), por exemplo, afirma:

Cada ramo da ciência, geologia, zoologia, química, física, astronomia, bem como diversos ramos da matemática, aritmética, álgebra, cálculo, etc., tem em mira estabelecer seu próprio grupo especializado de conceitos, que constituem a chave para a compreensão dos fenômenos em cada campo classificados. Destarte, existe, como provisão de cada ramo típico de disciplina, um jogo de significados e princípios, tão intimamente entrelaçados que qualquer um deles sob determinadas condições encerra algum outro, e assim por diante. Isso torna possíveis as substituições de significados por outros equivalentes, e permite que o raciocínio, sem recorrer a observações específicas, formule consequências, muito remotas de qualquer princípio sugerido. A definição, as fórmulas gerais, a classificação, são os artifícios que fixam uma significação e a desdobram em suas ramificações; não são fins em si mesmas — como muitas vezes os considera a educação elementar — mas instrumentos para facilitar a compreensão, auxílios para interpretar o obscuro e decifrar o problemático.

Mas, afinal, o que é compreender? Segundo Dewey (1959 p. 135): "Compreender é apreender a significação" e, ainda,

Apreender a significação de uma coisa, de um acontecimento ou situação é ver a coisa em suas relações com outras coisas: notar como opera ou funciona, que consequências traz, qual a sua causa e possíveis aplicações. Contrariamente,

aquilo a que chamamos coisa bruta, a coisa sem sentido para nós, é algo cujas relações não foram apreendidas. (DEWEY, 1959, p. 136)

Sob esta perspectiva, a noção de significado matemático e a de compreensão matemática se tornam, por conseguinte, indissociáveis. No entanto, neste contexto, o próprio conceito de significado não é livre de controvérsias. Roth (2004, p. 75), por exemplo, no contexto da Educação Matemática, afirma:

Uma pressuposição disseminada [...] parece ser que o significado de um gráfico é algo *no* gráfico, ou na 'informação que ele contem de algum modo significativo'. Um tal tratamento de "significado" e a noção associada de "compreensão" contrasta visivelmente com a que filósofos pragmáticos têm tido sobre o tópico: significado não é algo atado à coisa ou que flutua entre ou atrás das coisas e que podem desfilar à mente de alguém, mas é algo que se conecta com algo profundamente incorporado em nosso ser.

Mas, talvez, nem seja preciso contrapor estas duas noções para destacar as dificuldades que emergem quando tratamos dos significados. Falar em significado é tocar no objeto da Semântica e, sobre isto, Fodor e Katz, citados em Marques (2001, p. 8), afirmam:

Ao contrário de áreas lingüísticas relativamente mais amadurecidas, como a fonologia e a sintaxe, a semântica não existe ainda como um campo definido de investigação científica e sim como um conjunto de propostas para a sua criação... Assim, a única maneira que se tem de descrever de modo preciso a atual situação da semântica é mostrar parte de sua heterogeneidade.

Sobre esta complexidade e heterogeneidade, Marques (2001, p. 8), citando Leech, complementa:

[...] é tal a diversidade de enfoques, que é possível ler dois livros de semântica e praticamente nada encontrar em comum entre eles. Nenhum autor tem condições de fazer um levantamento global do campo de conhecimento da semântica — ou, pelo menos, se o fizer, vai terminar com um levantamento superficial sobre 'o que os outros pensaram' acerca de *significado*.

Considerando, portanto, que compreender é apreender o significado, e que pensar o significado — como os autores acima sustentam — é mergulhar na complexidade de posições heterogêneas, o que é que se aprende quando se aprende um "conceito"? É esta última pergunta a que abre o capítulo II de Bruner, Goodnow e Austin (1967, p. 25). Antes de apresentar a visão destes autores, vejamos, primeiramente, o que diz CHAUÍ (2004, p. 161) sobre conceito:

Um **conceito** ou uma **idéia** é uma rede de significações que nos oferece: o sentido interno e essencial daquilo a que se refere; os nexos causais ou as relações necessárias entre seus elementos, de sorte que por eles conhecemos a origem, os princípios, as conseqüências, as causas e os efeitos daquilo a que se refere. O conceito ou idéia nos oferece a essência-significação necessária de alguma coisa, sua origem ou causa, suas conseqüências ou seus efeitos, seu modo de ser e de agir.

E complementando sua visão (CHAUÍ, 2004, p. 166):

Um conceito ou uma ideia não é uma imagem nem um símbolo, mas uma descrição e uma explicação da essência ou natureza própria de um ser, referindose a esse ser e somente a ele; um conceito ou uma ideia não são substitutos para as coisas, mas a compreensão intelectual delas; um conceito ou uma idéia não são formas de participação ou de relação de nosso espírito em outra realidade, mas são o resultado de uma análise ou de uma síntese dos dados da realidade ou do próprio pensamento.

Num questionamento de óbvio interesse para a Educação Matemática, Bruner, Goodnow e Austin (1967) sustentam que uma certa confusão é alimentada pela controvérsia filosófica sobre a natureza dos conceitos como universais: um universal é algo que reside nos objetos e pode ser diretamente conhecido, ou é algo que habita um reino platônico de universais e que somente pode ser "apreendido" numa forma corrompida, ou, ainda, é algo que é imposto sobre as regularidades na natureza por uma mente que conceitua. Assim, há os que entendem que um *conceito*, psicologicamente, é definido pelos elementos comuns compartilhados por um feixe de objetos, enquanto que outra escola de pensamento sustenta que um *conceito* não são os elementos comuns de um feixe, mas, sim, algo relacional, isto é, uma relação entre processos de suas partes constituintes. De todo modo, Bruner, Goodnow e Austin (1967) também sustentam que tal controvérsia é infrutífera e propõem a seguinte definição: "um *conceito* é uma rede de inferências que estão ou podem ser postas em ação por um ato de categorização."

Uma questão afim, frequentemente trazida à cena quando se aborda o tema compreensão, refere-se à suposta dualidade do concreto versus o abstrato. Sobre isso, entendemos que esta não deva ser abordada de maneira dicotômica, e, portanto, suas relatividades são, de forma inequívoca, aqui assumidas. Afinal, para um aprendiz de matemática, o conjunto de simetrias de uma figura geométrica pode ser um conceito fortemente abstrato, ao passo que para um algebrista profissional um grupo de automorfismos representando as simetrias de uma estrutura é bastante concreto. A visão de Levy (1993) sobre a abstração é esclarecedora e pode ser aqui evocada. Segundo este autor, "o sistema cognitivo humano é caracterizado por três grandes faculdades: a de

perceber, a de imaginar e a de manipular", onde "esta última seria muito mais específica da espécie humana do que as anteriores". Assim, segundo Levy (1993, p. 159):

"É abstrato todo o problema fora de nossas capacidades de manipulação e de reconhecimento imediatos. Graças a sistemas de representações externas, problemas abstratos podem ser traduzidos ou reformulados de tal forma que possamos resolvê-los através da execução de uma série de operações simples e concretas, que façam uso de nossas faculdades operativas e perceptivas. Para serem corretamente efetuadas, estas manipulações de representações devem ser objeto de um aprendizado e treinamento, como qualquer outra atividade. Um problema que *permanecesse [grifo do autor]* abstrato seria simplesmente insolúvel."

Conceitos matemáticos específicos e respectivas redes de inferência evocadas nos atos de categorização (compreensão) podem ser produzidos via linguagem natural — oral e escrita? A princípio sim, se supusermos a existência de uma "impregnação mútua entre a Matemática e a Língua Materna" (MACHADO, 1990, p. 126). De todo modo, se estivermos de acordo que falar em linguagem natural implica em falar previamente sobre linguagem, então devemos estar também cientes de que assim como as noções de compreensão e de conceito dependem das respectivas visões adotadas, Brown (2001, p. 194) sustenta que as noções de linguagem também não são menos ricas em possibilidades quando associadas às realidades em que se encontram, bastando que se tomem, segundo ele, por exemplo:

- A linguagem condiciona toda a experiência de realidade. (e.g, Gadamer)
- A linguagem distorce a experiência de realidade. (e.g, Habermas)
- Não há realidade fora da análise textual. (e.g, Derrida)

Para o presente trabalho, a visão de Chauí (2004, p. 151) sobre linguagem pode ser esclarecedora:

"A linguagem é um sistema de *sinais* ou de *signos*, isto é, os elementos que formam a totalidade lingüística, são um tipo especial de objetos, os signos, ou objetos que indicam outros ou representam outros.[...] No caso da linguagem, os signos são palavras e os componentes das palavras (sons ou letras); a linguagem *indica coisas*, isto é, os signos lingüísticos têm uma função **indicativa** ou **denotativa**, pois como que apontam para as coisas que significam; a linguagem estabelece a *comunicação* entre os seres humanos, isto é, tem uma **função comunicativa**; [...] a linguagem *exprime pensamentos, sentimentos e valores*, isto é, possui uma função de conhecimento e de expressão, ou **função conotativa**; uma mesma palavra pode exprimir sentidos ou significados diferentes, dependendo do sujeito que a emprega, do sujeito que a ouve ou lê, das condições ou circunstâncias em que foi empregada ou do contexto em que é usada."

Considerando que tal discussão poderia se estender além do escopo dessa mesa redonda, entendemos que a identificação entre conceito e ideia, assim como o entendimento dessas entidades como nós de uma rede de significações detendo as qualidades supra referidas, parecem-nos apropriadas ao presente contexto e, destarte, à guisa de uma síntese, citaremos Machado (1995, p. 138):

- compreender é apreender o significado;
- apreender o significado de um objeto ou de um acontecimento é vê-lo em suas relações com outros objetos ou acontecimentos;
- os significados constituem, pois, feixes de relações;
- as relações entretecem-se, articulam-se em teias, em redes, construídas social e individualmente, e em perfeito estado de atualização;
- em ambos os níveis individual e social a ideia de conhecer assemelha-se à de enredar.

3. Compreensão Conceitual e Compreensão Procedimental na Educação Matemática

Na pesquisa e na prática em Educação Matemática, a noção de *compreensão conceitual* ganhou popularidade a partir de 1990, em consequência da publicação, no ano anterior, dos *Padrões de Currículo e de Avaliação para a Matemática Escolar (Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics)* pelo Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM – National Council of Teachers of Mathematics) dos EUA, documento que catalisou a chamada *reforma* no ensino de Matemática. A filosofia básica desta reforma advogava uma inversão de prioridades no ensino de Matemática na escola, elevando o status da *compreensão conceitual* como objetivo primeiro e deslocando o desenvolvimento de habilidades algorítmicas e de manipulação algébrica para uma posição secundária. Duas décadas depois, embora o pêndulo das orientações oficiais parece ter se estabilizado numa posição intermediária, a situação real na prática nos diferentes contextos escolares ainda é desconhecida.

Segundo os autores referenciados na seção anterior, *compreensão conceitual* é, portanto, compreensão rica em relacionamentos, visão corroborada por Noss e Hoyles (1996) e por Groth e Bergner (2006) quando sustentam que conhecimento conceitual pode ser pensado como uma rede de conhecimentos; uma rede cognitiva nas quais relações entre

os nós são tão importantes quanto as partes de informação que constituem esses nós. Para Hiebert e Lefevre (1986), conhecimento conceitual é condição necessária para a compreensão de problemas, para gerar novas estratégias ou para adaptar estratégias conhecidas para resolver novos problemas.

Ainda segundo esses autores, conhecimento procedimental é um tipo de conhecimento caracterizado por uma sequência bem definida de ações. Hiebert e Lefevre (1986) descrevem dois tipos de conhecimento procedimental: conhecimento da linguagem formal ou do sistema de representação simbólica de ideias matemáticas e conhecimento de regras e algoritmos utilizados para se resolver tarefas matemáticas.

Para autores como Rittle-Johnson e Koedginger (2005), compreensão conceitual e habilidades procedimentais são relacionadas no sentido de que o domínio do objeto matemático não é um processo único; ao contrário, é desenvolvido de maneira interativa entre esses dois tipos de conhecimento. A compreensão conceitual desenvolve o sistema de controle cognitivo necessário para se executar o algoritmo corretamente e, de maneira recíproca, o conhecimento procedimental contribui para a compreensão do objeto matemático.

As seções a seguir terão como base o artigo de Sierpinska (1990).

4. Relações entre Compreensão, Conhecimento, Sentido e Significado

As palavras *compreensão* e *conhecimento* são frequentemente associadas em trabalhos tematizando essas noções. Skemp (1978) define *compreensão* em termos de conhecimento. *Compreensão instrumental* significa *saber como*, e *compreensão relacional* significa *saber como* e *porquê*. Dewey distingue dois tipos de compreensão, destacando que em muitas línguas elas são expressas em grupos diferentes de palavras, algumas denotando apropriação direta do significado, outras representando um espectro de significados.

Apesar de conceber compreensão como um ato, Dewey, assim como Skemp, definem tipos diferentes de compreensão, isto é, como ato e como forma. Por exemplo, "entendi agora!" (compreensão como um ato) e "entendi dessa maneira" (compreensão como forma de conhecer).

Se concebermos compreensão como um ato, podemos dizer que Skemp classifica os atos de compreensão como estilos de conhecimento que eles produzem. Dewey

classifica os atos de compreensão em diretos (posteriormente chamados por ele de *apreensão*) e indiretos, aqueles que devem ser conscientemente preparados.

A palavra *sentido* é usualmente entendida como sinônimo de *significado*. Porém, há diferenças entre, por exemplo, as duas seguintes sentenças: (a) *Eu sei o que significa agora* e (b) *Isso faz sentido para mim agora*. Por outro lado, conhecer o significado de um procedimento não implica que ele faz sentido para nós.

A principal diferença entre as duas sentenças acima é que (a) se refere a algo objetivo (o significado) e (b) se refere a um algo subjetivo para o sujeito. Mas sentido pode ter também um significado objetivo. Por exemplo, "em que sentido você está usando essa palavra?" A explicação normalmente é dada via uma sentença na qual a palavra é utilizada, isto é, a sentença agrega sentido para a palavra através de uma estrutura que define a função da palavra. A estrutura da sentença é o sentido na qual a palavra é utilizada, mas a sentença também aponta para algo, denota algo, estabelece algo que pode ser verdadeiro ou falso em alguma realidade.

5. Ainda Modelos para análise de níveis ou tipos de compreensão

Segundo Sierpinska (1990), o modelo de Herscovics-Bergeron para a compreensão de conceitos matemáticos distingue três níveis, dois dos quais podem ser considerados como categorias de atos de compreensão: intuição e abstração lógico-física. O terceiro é entendido como um tipo de conhecimento.

Intuição ou "conhecimento intuitivo" de *número* é definido como "uma percepção global da noção que está sendo apresentada", a qual emerge de "um tipo de pensamento baseado essencialmente na percepção visual" e resulta em uma habilidade de se fazer aproximações não numéricas.

Atos de compreensão pertencentes à categoria de abstração lógico-física consistem da consciência de invariantes lógico-físicos (ex. conservação da pluralidade e da posição), da reversibilidade de transformações lógico-físicas, ou em generalização (ex. percepção da comutatividade da união física de dois conjuntos). Esses são atos de compreensão e não formas de conhecer. Entretanto, a razão pela qual eles têm sido subdivididos em tais categorias não se assenta na especificidade dos próprios atos, mas sim nos níveis de conhecimento pelos quais esses atos se mostram. Percepção visual é o que gera a

"intuição"; experiências ricas e operações mentais complexas são exigidas para produzir a consciência dos invariantes lógico-físicos, a reversibilidade e a associatividade de transformações lógico-físicas. Esta experiência rica é chamada "compreensão procedimental" e constitui o terceiro nível no modelo. Assim, o que é classificado aqui, de fato, são os níveis de conhecimento matemático e não os atos de compreensão.

Em seus ensaios sobre compreensão humana, John Locke discorre sobre graus de conhecimento citando três, sendo dois dos quais similares aos de Descartes. São eles o conhecimento intuitivo (percepção imediata de acordo ou desacordo entre ideias); demonstrativo ou conhecimento racional (quando a mente não percebe o acordo ou desacordo entre as ideias imediatamente, mas só depois da intervenção de outras ideias, por exemplo, no caso das demonstrações matemáticas), conhecimento sensorial (conhecimento da existência de objetos externos particulares). Embora Locke fale sobre "percepções" como atos, isto é, novamente, uma classificação de acordo com o nível de esforço intelectual necessário para produzir tal percepção, ele também fala de "tipos de conhecimento", o que é similar a classificação de atos de compreensão.

Para Locke, "conhecimento" é a percepção de "conexão e acordo, ou de desacordo e contrariedade" de qualquer uma de nossas ideias. Ele distingue quatro "tipos" de acordos e desacordos. Ao primeiro chama de "identidade ou diversidade" porque "é o primeiro ato da mente para perceber as diferenças e de que um não é outro", assim como azul não é amarelo. Este ato de conhecimento deve ser chamado de *identificando ideias e discriminando ideias*. Pode ser útil também para distinguir dois diferentes tipos ou atos de compreensão.

O segundo dos tipos de conhecimento de Locke é "relação" ou "percepção da relação entre duas ideias" como em "dois triângulos sobre bases iguais entre duas paralelas são iguais". Isto é importante porque, segundo ele, "sem relações entre ideias distintas não haveria conhecimento positivo". Chamaremos de: *encontrando relações entre ideias*.

O terceiro tipo de conhecimento pode ser chamado: *descobrindo propriedades* de uma ideia complexa: "co-existência ou conexão necessária" na terminologia de Locke. Por ex., "ouro é estavel' ou "ouro é resistente ao fogo" ou "ferro é suscetível a influências magnéticas".

O quarto tipo de conhecimento ocupa-se com "a real existência em acordo com alguma ideia. Por ex, "Deus é". Chamaremos de *encontrando relações com a realidade*.

A distinção de Locke nos remete aos modelos comportando as generalizações e as discriminações mencionadas em, por exemplo, Dewey e desenvolvida na Educação Matemática por Hoyles em vários trabalhos.

De acordo com Dewey, conceitos não são abstraídos de impressões sensoriais. Por exemplo, a criança não desenvolve o conceito de "cachorro" abstraindo características como cor, tamanho, forma, etc, mas começa *identificando* um cachorro que foi visto, ouvido, tocado. A partir daí, ela tenta transferir sua experiência com este objeto singular para outros objetos, antecipando alguns modos característicos de comportamento (*generalizando*). Nesse sentido, gatos se tornam cachorros pequenos e cavalos se tornam cachorros grandes. Finalmente, ela chega à *discriminação*, distinguindo entre propriedades características de cachorros e de "não cachorros". *Síntese* não consiste de uma acumulação mecânica de propriedades, mas na "aplicação" para explicar novos casos com o apoio da descoberta feita em um caso particular.

Experenciar, identificar, generalizar, discriminar, sintetizar e aplicar, são, de acordo com Dewey, os momentos cruciais do processo de formação de um conceito, mas, talvez, com exceção de experenciar e aplicar, são também importantes atos de compreensão.

Hoyles (1986) apresenta um modelo de aprendizagem matemática muito similar em espírito e termos ao de Dewey: *Usando* – onde um conceito é usado como uma ferramenta para propósitos funcionais para atingir determinados objetivos. *Discriminando* – onde as diferentes partes da estrutura de um conceito(s) usado(s) com ferramenta vão se tornando progressivamente explícitas. *Generalizando* – onde a gama de aplicações do(s) conceito(s) usados como uma ferramenta é conscientemente estendida. *Sintetizando* – onde a gama de aplicações dos conceitos usados com ferramenta é conscientemente integrado em outros contextos de aplicações afins.

A metodologia dos "níveis de compreensão" na análise epistemológica de conceitos matemáticos proposta por Herscovics e Bergeron (1989) tem foco na avaliação do conhecimento. A metodologia dos "atos de compreensão" ocupa-se principalmente com o processo de construção de significados de conceitos.

6. Considerações Finais

Sintetizando as ideias de Locke, Dewey e Hoyles podemos gerar uma categorização de atos de compreensão de um conceito matemático da seguinte maneira:

Identificação de objetos que pertencem à denotação de um dado conceito ou identificação de um termo como detentor de status científico. Este ato consiste de uma súbita percepção de algum ente (como nos experimentos da Gestalt).

Discriminação entre dois objetos, propriedades e ideias que se confundiam anteriormente.

Generalização consistindo da consciência da não essencialidade de algum pressuposto, ou da possibilidade de extensão da gama de aplicações.

Síntese como a apreensão de relações entre duas ou mais propriedades, fatos, objetos, organizando-os numa totalidade consistente.

7. Referências

ALVES-MAZZOTI, A. J.; GEWANDSNAJDER, F. O Método nas Ciências Naturais e Sociais. São Paulo: Pioneira, 2001.

BROWN, T. Mathematics Education and Language – Interpreting Hermeneutics and **Post-Structuralism**. 2nd. Ed. Dordrecht: Kluwer, 2001.

BRUNER, J.; GOODNOW, J.; AUSTIN, G. A Study of Thinking. New York: Wiley, 1967.

CHAUÍ, M. Convite à Filosofia. São Paulo: Ática, 2004.

DEWEY, J. Como Pensamos. 3ª Ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1959.

ERNEST, P. A Postmodern Perspective on Research in Mathematics Education. In: SIERPINSKA, A; KILPATRICK, J. (Eds) **Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity**. Dordrecht: Kluwer, 1998.

GROTH, R. E.; BERGNER, J. A. Preservice elementary teachers' conceptual and procedural knowledge of mean, median and mode. **Mathematical Thinking and Learning**, n. 8 v.1, pp. 37-63, 2006

HIEBERT, J.; LEFEVRE, P. Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), **Conceptual and procedural knowledge: the case of mathematics** (pp. 1–28). Hillsdale, NJ: Erlbaum, 1986.

HOYLES, C. Scaling a mountain: a study of the use, discrimination and generalisation of some mathematical concepts in LOGO environment. **European Journal of Psichology of Education**. v. 1. n.2. pp. 111-126, 1986.

LÉVY, P. As Tecnologias da Inteligência: O futuro do pensamento na era da informática. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

LOCKE, J. An essay concerning human understanding. IN. **Modern Philosophical Thought in Great Britain.** Part I. Gogut-Subczynska (Ed), Wydawnictwa Universytetu Warszawskiego. pp. 32-39, 1985.

MACHADO, N. J. Epistemologia e Didática — As Concepções de Conhecimento e Inteligência e a Prática Docente. São Paulo: Cortez, 1995.

MACHADO, N. J. **Matemática e Língua Materna.** 3^a. Ed. São Paulo: Cortez, 1990.

MARQUES, M. H. D. Iniciação à Semântica. Rio de Janeiro: Zahar, 2001.

NOSS, R; HOYLES, C. Windows on Mathematical Meanings – Learning Cultures and Computers. Dordrecht: Kluwer, 1996.

OLIMPIO JUNIOR, A. Compreensões de conceitos de cálculo diferencial no primeiro ano de matemática: uma abordagem integrando oralidade, escrita e informática. 2006. 263 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 2006.

RITTLE-JOHNSON, B.; KOEDINGER, K. R. Designing knowledge scaffolds to support mathematical problem solving. **Cognition and Instruction**, n. 23 v.3, pp. 313–349, 2005.

ROTH, M. What's the meaning of meaning? A Case Study from Graphing. **Journal of Mathematical Behavior**. 23 pp. 75–92, New York: Pergamon, 2004.

SCHWANDT, T. A. Three Epistemological Stances for Qualitative Inquiry: Interpretivism, Hermeneutics, and Social Constructionism. IN: DENZIN, N; LINCOLN, Y. **Handbook of Qualitative Research**. 2nd. Ed. New York: Sage, 2000.

SIERPINSKA, A. Some Remarks on Understanding in Mathematics. For the Learning of Mathematics, Vol. 10, n. 3, 1990.

SKEMP, Richard R. Relational Understanding and Instrumental Understanding. **Arithmetic Teacher**, National Council of Teachers of Mathematics. pp. 9 -15, 1978.