A TRANSIÇÃO DO ENSINO MÉDIO PARA O SUPERIOR: DIFICULDADES EM PROBLEMAS DE TAXAS RELACIONADAS

Geneci A. de Sousa
Uniabeu, Cetiqt,SEEDUC-RJ,SME-RJ
prof.geneci@yahoo.com.br

Lilian Nasser
IM/UFRJ
lnasser@im.ufrj.br

Marcelo de A.A. Torraca
UVA, Cetiqt, SEEDUC-RJ
torraca@gmail.com

Daniella Assemany
CAp-UFRJ
daniella.cap@ufrj.br

Cecilia A. M. de Azevedo
Curso de Licenciatura IM/UFRJ
pfundao@im.ufrj.br

Resumo:
Grande parte dos professores de instituições de ensino superior, públicas e privadas, corrobora das dificuldades apresentadas pelos alunos na disciplina de Cálculo 1. As causas e as prováveis soluções para esse problema têm sido tema de pesquisas nacionais e internacionais. Este trabalho, desenvolvido no âmbito do Projeto Fundão (IM/UFRJ), é parte de uma pesquisa ampla, que busca investigar como ocorre a transição do Ensino Médio para o Superior. Pretende-se empreender ações que possam minimizar as dificuldades em Cálculo, que ocasionam altos índices de evasão e repetência. Foram aplicadas atividades investigativas sobre taxas relacionadas a grupos de alunos de duas universidades particulares. Observa-se que, em geral, as principais causas das dificuldades recaem em lacunas na aprendizagem de conteúdos trabalhados na Matemática da Escola Básica, Ensino Fundamental (séries finais) e Ensino Médio.

Palavras-chave: Cálculo; formação de professores; transição; taxas relacionadas.

1. Introdução

Este trabalho foi motivado pela observação realizada pelos membros do grupo de pesquisa do Projeto Fundão do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de

Janeiro – IM/UFRJ, em relação às dificuldades apresentadas por alunos ingressantes no Ensino Superior, em especial, na primeira disciplina de Cálculo. Tais dificuldades, conforme relatos de professores, como Rezende (2003); Palis (2010) e Nasser (2009), têm se tornado cada vez mais frequentes, recorrentes e que demonstram fragilidades em conceitos básicos de Matemática.

Segundo estes pesquisadores, entre outros, há casos em que os alunos não sabem calcular o valor de uma função num ponto dado ou desconhecem como traçar gráficos simples, ou completar o quadrado de uma expressão algébrica.

No âmbito internacional, devido aos altos índices de evasão e repetência em Cálculo, há uma preocupação entre professores pesquisadores, como Even (1990) e Robert e Schwarzenberguer (1991), em investigar as causas dessas dificuldades.

Para amenizar tal situação, várias estratégias têm sido empreendidas, tal como a necessidade de se incluir, na grade dos cursos do Ensino Superior, disciplinas que buscam reforçar conteúdos abordados no Ensino Médio, também chamadas de Cálculo Zero, Cálculo Elementar, Complementos de Cálculo ou ainda de Fundamentos de Matemática Elementar. Estas disciplinas, que podem anteceder a de Cálculo 1 ou serem concomitantes, na forma de monitoria, buscam uniformizar ou nivelar os alunos, tentando proporcionar-lhes um ingresso mais tênue no estudo do pensamento matemático avançado. Entretanto, a solução para minimizar esse problema ainda está por ser encontrada. Oliveira e Raad (2012) indicam a existência de uma cultura escolar de reprovação no ensino de Cálculo e afirmam que

> apesar de bons livros didáticos, de boas práticas pedagógicas,de diferentes iniciativas no sentido de diminuir o insucesso dos estudantes em Cálculo ..., ainda assim a reprovação persiste, permanece como um problema crônico, uma verdadeira tradição. (OLIVEIRA e RAAD, 2012, p.135)

Pela experiência de professores de Matemática desse grupo de pesquisa que também são professores da rede pública de Ensino Médio, o rendimento não adequado dos alunos oriundos dessa rede no Ensino Superior se justifica pelas condições adversas que enfrentam para ensinar os tópicos necessários para que os alunos possam, no futuro, lidar com o pensamento matemático inerente ao estudo de Cálculo.

O grupo, então, decidiu investigar se as dificuldades na transição para o Ensino Superior, em particular na disciplina de Cálculo 1, podem ser amenizadas por uma abordagem adequada e eficaz de alguns tópicos de Matemática do Ensino Médio.

2. Referencial Teórico

Investigações sobre as causas de evasão e repetência em Cálculo apontam na direção de lacunas na aprendizagem de tópicos de Matemática da Escola Básica.

A metodologia de análise de erros foi usada numa investigação sobre as dificuldades na aprendizagem de Cálculo, desenvolvida por Cavasotto e Viali (2011), concluindo que

> [...] o maior obstáculo enfrentado pelos educandos não está nos conteúdos específicos do Cálculo, mas sim nos conhecimentos da Matemática básica, estudados nos níveis Fundamental e Médio. (CAVASOTTO e SOARES, p.15).

Sarubbi e Soares (2009) investigaram as dificuldades na resolução de problemas de Cálculo, observando que

> para a compreensão adequada de alguns conteúdos é necessário apelar muitas vezes para a álgebra do ensino médio ou a geometria do ensino fundamental. Assim, deficiências trazidas da álgebra, da aritmética, da geometria plana e espacial contribuem para o insucesso também em problemas no ensino superior em disciplinas como o Cálculo Diferencial e Integral. (SARUBBI e SOARES, 2009, p.4)

Outra pesquisa, desenvolvida por Irias *et al* (2011), analisou as dificuldades em Cálculo Diferencial e Integral em uma turma de Licenciatura em Matemática. Esses pesquisadores constataram, por meio da análise das avaliações e de entrevistas com os professores, que as dificuldades dos alunos estão em:

- Funções: na construção de gráficos e na descrição do domínio e da imagem;
- Manipulação algébrica;
- Interpretação dos dados.

O gráfico a seguir mostra a incidência dos tipos de erros encontrados por Irias e seu grupo. Esse resultado indica que o tópico de funções no Ensino Médio merece atenção especial.

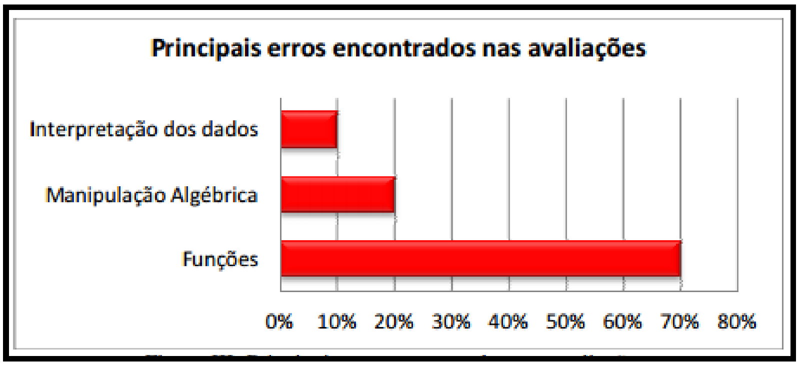


Figura 1 - Principais erros encontrados na pesquisa de Irias

Analisando os desafios enfrentados por alunos ao iniciar os estudos em Matemática avançada, Robert e Schwarzenberger (1991) apontam mudanças quantitativas:

> mais conceitos, menos tempo, necessidade de mais reflexão, mais abstração, menos problemas significativos, mais ênfase em demonstrações, maior necessidade de aprendizagem versátil, maior necessidade de controle pessoal sobre a aprendizagem. A confusão causada pelas novas definições coincide com a necessidade de mais pensamento dedutivo abstrato. A junção dessas mudanças quantitativas gera uma mudança qualitativa que caracteriza a transição para o pensamento matemático avançado. (ROBERT e SCHWARZENBERGER, 1991, p. 133)

Em sua tese de doutorado, Rezende (2003) afirma que as dificuldades em Cálculo são de natureza epistemológica, requerendo uma preparação anterior ao início dos estudos de Cálculo. Ele sugere que um trabalho no Ensino Médio sobre a variabilidade de funções pode facilitar a aprendizagem nessa disciplina.

Outra pesquisa sobre o tema foi desenvolvida por Palis (2010), com enfoque nos cursos de pré-Cálculo da PUC-Rio, indicando a tecnologia como ferramenta que pode auxiliar no domínio de funções e seus gráficos.

Nasser (2009) investigou o desempenho de alunos de Cálculo no traçado de gráficos, constatando que as dificuldades se devem, principalmente, à falta de preparação prévia e sugere ações que podem ajudar a superá-las, como o uso dos estilos de aprendizagem dos alunos no desenvolvimento de estratégias de ensino apropriadas, em particular, enfatizando exercícios sobre transformações de gráficos. Nessa abordagem, os alunos chegam ao gráfico pretendido por meio de transformações nos gráficos básicos. São mostrados exemplos de gráficos de retas, parábolas e funções envolvendo $|x|$, $ln\ x$ e e^x, obtidos por esse processo. Mais adiante, em Cálculo III, a pesquisadora relata como o mesmo procedimento facilitou a identificação de parabolóides, cones, cilindros e esferas por meio de transformações de superfícies centrais básicas (NASSER, 2009, p.52).

Even (1990) afirma ainda, sobre as dificuldades em funções, que

> essa situação é compreensível – quase todas as funções encontradas por alunos do Ensino Médio e mesmo de faculdades são do tipo que têm um gráfico "simples" e podem ser descritas por uma fórmula, de modo que o seu conceito imagem de uma função é determinado pelas funções que eles vivenciam, e não pela definição moderna de uma função, que enfatiza a sua natureza arbitrária. (p. 529)

Observa-se que grande parte dos problemas do Cálculo depende de uma representação visual adequada, como os problemas típicos de "máximos e mínimos", de "taxas relacionadas" e de "área entre curvas". Em geral, a dificuldade dos alunos nesses problemas não é na aplicação do conceito de derivada ou de integral, mas na sua representação geométrica e na identificação de relações entre as grandezas envolvidas no problema ou os elementos da figura.

Balomenos, Ferrini-Mundy e Dick (1994) afirmam que muitos professores não percebem a conexão da geometria do Ensino Médio com a matemática do Curso Superior. Vários conceitos fundamentais de Cálculo são introduzidos por meio de figuras, como os conceitos de integral definida, derivada, área entre curvas, máximos e mínimos, e os problemas de taxas relacionadas. Esses pesquisadores observaram que os alunos resistem ao uso de estratégias geométricas e espaciais, embora seus professores enfatizem o uso de diagramas na resolução de problemas de Cálculo. (p. 241)

Essa resistência se deve à falta de domínio dos conceitos geométricos por parte dos alunos de Cálculo. Esses autores afirmam ainda que

> o verdadeiro desafio está na habilidade de desenvolver uma representação geométrica de situações físicas a partir de uma descrição verbal

> complicada. Muitas vezes, a chave da solução consiste em resolver um problema geométrico em que o tempo é “congelado”. (BALOMENOS et al, 1994, p. 247)

Os estudos relatados aqui mostram que há uma preocupação nacional e internacional em investigar estratégias de ensino que tornem mais amena a transição para o ensino superior, em especial, na disciplina de Cálculo. Com este trabalho, esperamos contribuir para esse debate.

3. Descrição da Pesquisa

Este trabalho relata parte da pesquisa de Transição do Ensino Médio para o Ensino Superior, em andamento, cujo objetivo é investigar e analisar as dificuldades apresentadas por alunos na disciplina de Cálculo I. Consistiu na aplicação de um conjunto de questões sobre taxas relacionadas a grupos de alunos de uma universidade privada, matriculados na disciplina de Cálculo I. Esse tema foi escolhido por possuir grande correlação com conteúdos abordados na Escola Básica, como, por exemplo, a semelhanças de triângulos e o teorema de Pitágoras.

Esta investigação se caracteriza como uma “pesquisa sobre a própria prática” (PPP), uma vez que os pesquisadores são os próprios docentes de Cálculo ou do Ensino Médio. De acordo com Ponte (2004),

> cada vez mais professores empreendem pesquisas sobre a sua própria prática profissional. Fazem-no porque sentem necessidade de compreender melhor a natureza dos problemas com que se defrontam, para poder transformar a sua prática e as suas condições de trabalho. (PONTE, 2004, p. 1)

4. Metodologia

As questões analisadas foram extraídas de avaliações formais aplicadas a duas turmas de primeiro período do curso de Engenharia, na disciplina de Cálculo I.

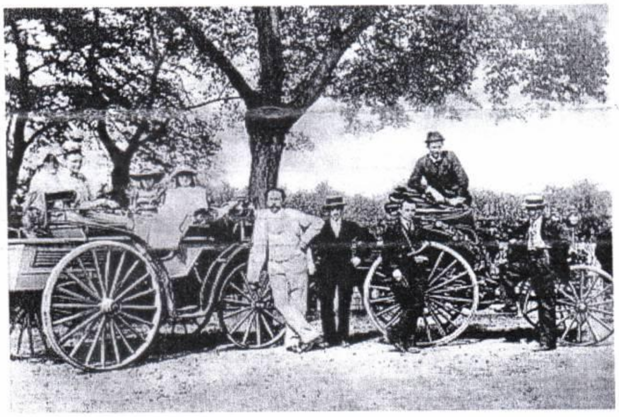
4.1.Análise 1

Serão analisadas questões aplicadas em duas avaliações para uma mesma turma: Avaliação bimestral (P2) e Exame Final (EF).

Entre as avaliações P2 e EF foi ministrada uma aula expositiva, de duração de 80 minutos, que tinha o objetivo de apresentar, discutir e corrigir os erros básicos observados nas soluções da P2, de modo a minimizar os erros para o EF.

Para facilitar a análise, vamos dividir em dois grupos. O primeiro grupo é formado por 15 alunos que resolveram a P2, composta de quatro questões. O segundo grupo consiste em 23 alunos que realizaram o EF resolvendo a questão 4, conforme a figura 4. Vamos analisar a seguir a questão 2 da P2, mostrada na figura 1.

2) "Bertha Benz e a primeira viagem de automóvel"
Leia mais sobre esse assunto em http://oglobo.globo.com/economia/bertha-benz-a-primeira-viagem-de-automovel-2871698#ixzz1efJc8fLj



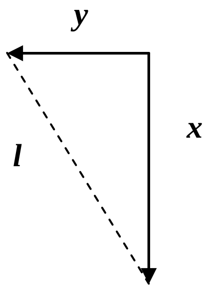
(...) Entusiasta das bicicletas e dos motores, Benz acabou inventando o automóvel... Sua mente genial bolou um chassi tubular, um sistema de tração e pronto - nasceu o Patent-Motorwagen. O curioso é que, a menos de 100km de distância e sem o conhecimento de Benz, outro alemão também avançava na criação do automóvel. Era Gottlieb Daimler. Só em 1926 é que as empresas se uniriam, formando a Daimler-Benz.

O primeiro exemplar do Benz Patent-Motorwagen, de 1886, hoje está no Deutsches Museum, em Munique. Depois, vieram aperfeiçoamentos, até que as vendas ao público enfim começassem, em 1888.

Na primeira viagem de automóvel, iniciada em 5 de agosto de 1888, era Bertha Benz quem estava ao volante em um veículo que viaja para o Sul a 60 Km/h, e em um outro veículo estava seu compatriota Gottlieb, que se descolava rumo ao oeste a uma velocidade de 25 km/h. Suponhamos que as velocidades se mantiveram constantes e que tenham partido do mesmo local (origem), a que taxa estaria aumentando a distância entre os veículos duas horas após a partida?

Figura 2 - Questão aplicada na P2, no 1º período de Engenharia, disciplina de Cálculo I.

A resolução da questão é mostrada a seguir. Respeitando a orientação dos eixos do plano cartesiano, as velocidades são consideradas negativas, assim como a posição dos veículos duas horas após a partida.



$$x = (-60).2 = -120km \qquad l^2 = x^2 + y^2$$

$$y = (-25).2 = -50km \qquad l = \sqrt{(-50)^2 + (-120)^2} = 130km$$

$$derivando, \quad l^2 = x^2 + y^2, \quad 2l\frac{dl}{dt} = 2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt}$$

$$\frac{dl}{dt} = \frac{(-50).(-25) + (-120).(-60)}{130} = 65km/h$$

Figura 3 - Resolução da questão 4

As soluções dos 15 alunos que resolveram esta questão foram assim divididas: três alunos deixaram a questão em branco; quatro apresentaram uma solução parcialmente correta; sete alunos erraram a questão e somente um aluno acertou completamente.

Os 4 alunos que resolveram parcialmente a questão representaram corretamente o problema através de um desenho, identificaram as variáveis, correlacionaram-nas, derivaram e “resolveram” o problema. Entretanto, apresentaram pequenos erros ao longo de seu desenvolvimento, como:

- Não consideraram, no plano cartesiano, as orientações positivas e negativas de cada eixo. Dessa forma, não sinalizaram os valores relativos de cada variável.

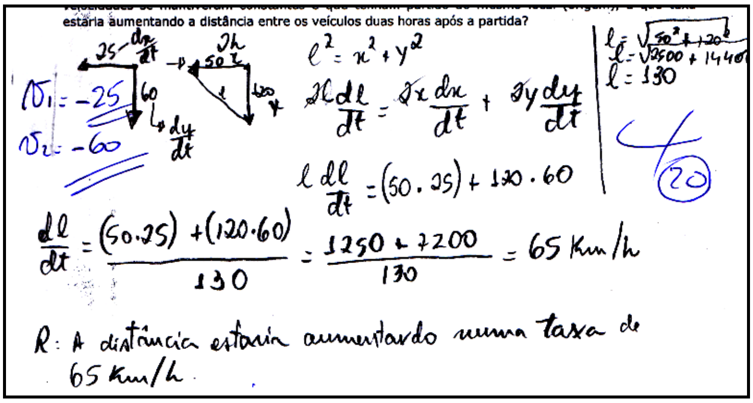


Figura 4 - Erro na representação do plano cartesiano

- Erros na representação gráfica:

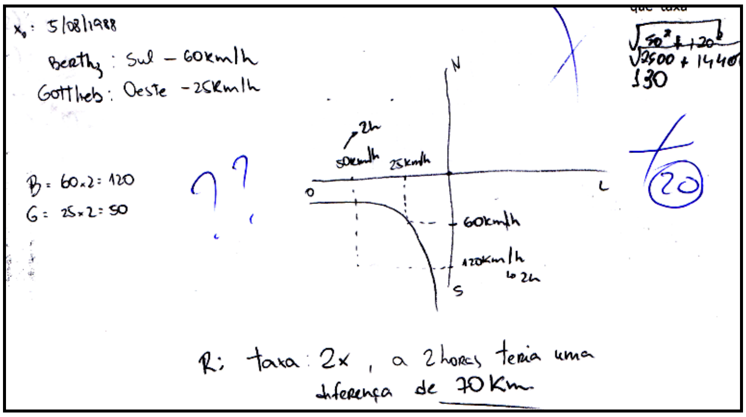


Figura 5 – Exemplo de gráfico incorreto.

Dentre as 7 respostas erradas, podemos destacar os seguintes erros: não conseguir representar, no plano cartesiano, a situação problema; representar o triângulo mas, não identificar as variáveis; representar o triângulo e as variáveis mas, por não identificar que se tratava de um triângulo retângulo, não souberam como relacioná-las por meio do Teorema de Pitágoras.

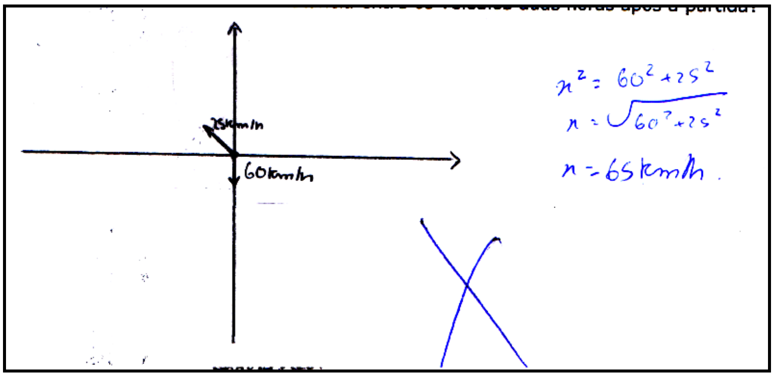


Figura 6 - Representação inadequada no plano cartesiano.

4.2. Análise 2

O problema a seguir foi objeto de um artigo de pesquisa com alunos de Cálculo, levantando algumas hipóteses a respeito das causas das dificuldades (SARUBBI e SOARES, 2009).

Esse mesmo problema foi aplicado em nossa pesquisa, como a questão 4 do EF, que era formado por 6 questões. Vamos analisar as respostas dos 23 alunos que fizeram essa prova.

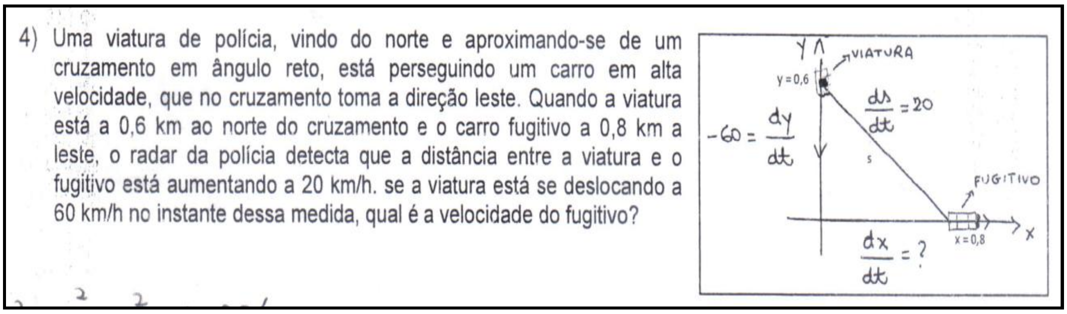
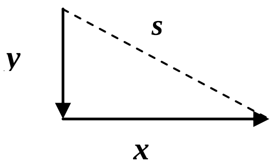

4) Uma viatura de polícia, vindo do norte e aproximando-se de um cruzamento em ângulo reto, está perseguindo um carro em alta velocidade, que no cruzamento toma a direção leste. Quando a viatura está a 0,6 km ao norte do cruzamento e o carro fugitivo a 0,8 km a leste, o radar da polícia detecta que a distância entre a viatura e o fugitivo está aumentando a 20 km/h. se a viatura está se deslocando a 60 km/h no instante dessa medida, qual é a velocidade do fugitivo?

Figura 7 - Questão aplicada no Exame Final, no 1º período de Engenharia, disciplina de Cálculo I, adaptada de Weir, Hass e Giordano, 2009, p.234.

A resolução correta dessa questão é apresentada na figura 7 a seguir:



$$s^2 = x^2 + y^2$$
$$s = \sqrt{(0,8)^2 + (0,6)^2} = 1km$$
$$derivando, \quad s^2 = x^2 + y^2, \quad 2s\frac{ds}{dt} = 2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt}$$
$$20 = \frac{(0,8).\frac{dx}{dt} + (0,6).(-60)}{1} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = 70km/h$$

Figura 8 - Resolução da questão 2

No total obtivemos: sete respostas erradas; duas parcialmente corretas e quatorze respostas corretas. Dentre as sete respostas incorretas destacamos:

- Identificação do triângulo retângulo, mas aplicação incorreta do Teorema de Pitágoras.

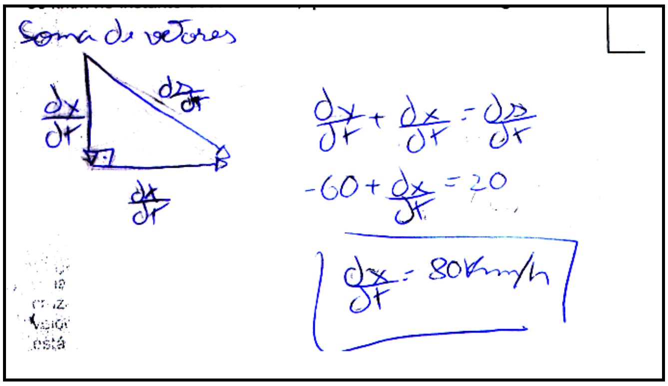


Figura 9 - Erro na aplicação do Teorema de Pitágoras

- Erros nas operações com números decimais, mostrados nas figuras 5 e 6.

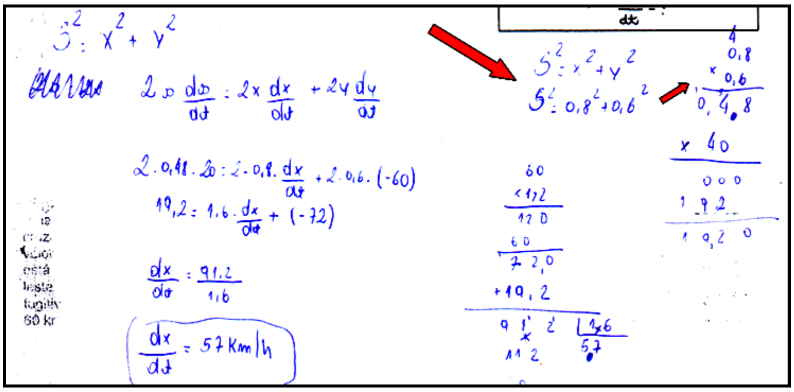


Figura 10 - Erro de cálculo nas operações com números decimais

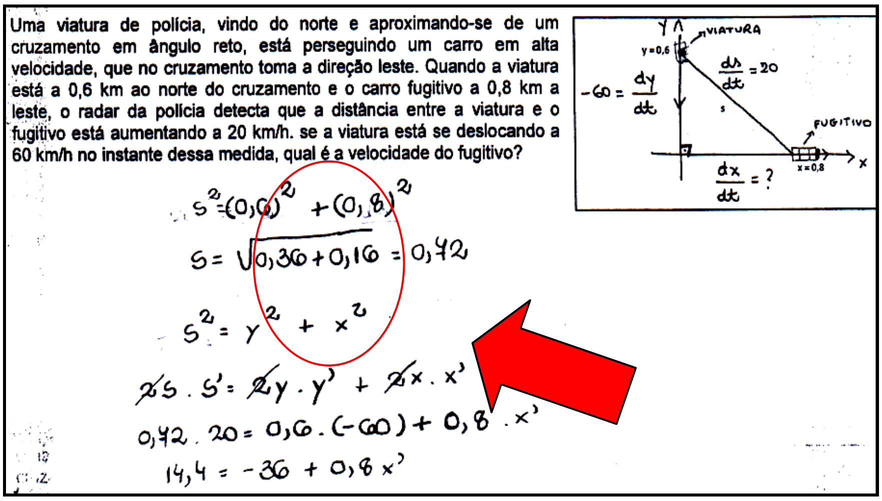


Figura 11 - Erro de cálculo envolvendo números decimais.

Apesar dos erros básicos cometidos, o índice de acertos da questão 4 do EF foi bem maior que o da questão 2 da P2. Enquanto apenas um dos 15 alunos que fizeram a prova bimestral (6,7%) acertou essa questão, 14 alunos acertaram a questão do exame final, o que corresponde a 60,9% dos 23 alunos que o realizaram. Essa melhoria no índice de acertos pode ser justificada pela discussão com a turma sobre os erros cometidos na P2.

4.3. Análise 3

Ainda seguindo o mesmo modelo de problema de taxas relacionadas usando o Teorema de Pitágoras, analisamos a seguir uma questão aplicada a 15 alunos de Engenharia de Produção, na 2ª prova de Cálculo I:

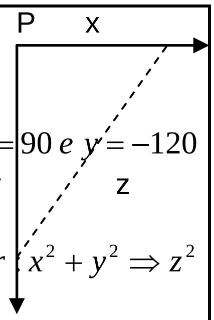
> Dois barcos saem simultaneamente de um porto. Um deles viaja para o Sul com velocidade de 40 km/h, enquanto o outro viaja para o Leste a uma velocidade de 30 km/h.
>
> Depois de 3 horas, qual a taxa de variação da distância entre os barcos?

Figura 12 - Questão aplicada no curso de Engª. de Produção.

A resolução desta questão exigia a aplicação do Teorema de Pitágoras duas vezes. Primeiro, para encontrar a distância entre os barcos 3 horas depois da partida. Depois, era preciso escrever a equação envolvendo as três grandezas que variavam: o movimento de cada barco e a distância entre eles. Derivando implicitamente essa equação em relação ao tempo e substituindo os dados conhecidos para as velocidades dos barcos e as distâncias percorridas para t = 3 h, encontra-se a velocidade da distância entre os barcos nesse instante.

Solução :

$$\frac{dx}{dt} = 30km/h \; e \; \frac{dy}{dt} = -\,40km/h. \qquad para\; t = 3h : x = 90 \; e \; y = -120$$



$$z^2 = 120^2 + 90^2 \Rightarrow z = 150 \qquad para\; t\; qualquer : x^2 + y^2 \Rightarrow z^2$$

derivando em relação a t :

$$2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt} = 2z\frac{dz}{dt} \Rightarrow 90.30 + (-120).(-40) = 150.\frac{dz}{dt} \Rightarrow \frac{dz}{dt} = 50km/h.$$

Figura 13 – Resolução da questão da Análise 3.

Dos 15 alunos que realizaram esta prova, 10 aplicaram corretamente o Teorema de Pitágoras para achar a distância entre os barcos no instante t = 3 h. Destes, quatro alunos escreveram a equação literal envolvendo as grandezas usando o teorema de Pitágoras corretamente, mas dois deles erraram na derivação implícita. Dois alunos erraram na aplicação do teorema de Pitágoras, e três alunos nem iniciaram uma estratégia coerente. Houve duas tentativas de resolver o problema sem usar o Teorema de Pitágoras, mas apenas semelhança de triângulos. Destes, apenas uma aluna conseguiu chegar à resposta correta, mostrada na figura 9 a seguir.

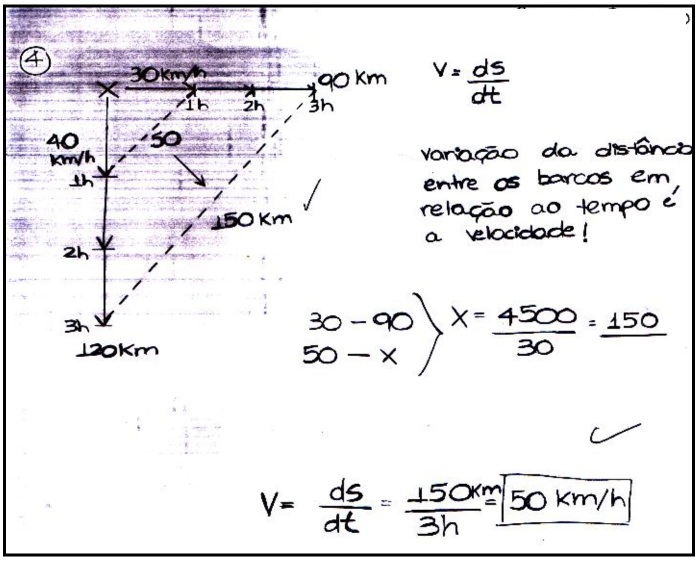


Figura 14 - Solução usando semelhança de triângulos

Em resumo, apenas três alunos encontraram a taxa de variação da distância entre os barcos, o que corresponde a aproximadamente 18% da turma.

As três questões analisadas possuíam um modelo geométrico comum: o triângulo retângulo construído sobre um sistema ortogonal e o Teorema de Pitágoras. Tais elementos são trabalhados na disciplina de Matemática no Ensino Básico. Pela análise das respostas, pudemos observar que muitos dos erros apresentados ocorreram pela deficiência em conteúdos desse nível de ensino, bem como pela falta de concentração para a resolução dos cálculos, ocasionando erros nesse aspecto.

Em geral, um procedimento possível para a resolução de questões que se referem a taxas relacionadas é:

- Representar por meio de uma figura ou gráfico, a situação problema descrita;
- Identificar as variáveis e as constantes, supondo que todas as grandezas são deriváveis em t (tempo);
- Escrever as informações numéricas conhecidas sobre as variáveis e suas derivadas em relação a t;
- Obter uma equação que possa relacionar as variáveis que dependem de t;
- Derivar implicitamente em relação a t;

- Substituir os valores de quantidades conhecidas na equação obtida após a derivação.

Os erros causados por dificuldades específicas da disciplina de Cálculo são geralmente devidos a erros no cálculo das derivadas ou substituição de valores na expressão antes de derivar. Já o estabelecimento de uma equação relacionando as variáveis do problema depende de conhecimentos anteriores, como a semelhança de triângulos ou a aplicação de fórmulas ou de teoremas, como nos problemas analisados.

5. Comentários finais

As respostas de alunos às questões de Taxas Relacionadas analisadas neste trabalho indicam que é considerável o número de erros devidos a conteúdos referentes à Escola Básica. Como vimos, isso tem sido motivo de estudos e pesquisas nacionais e internacionais. As soluções apontam, a curto prazo, no sentido de preencher as lacunas na aprendizagem de Matemática básica por meio de disciplinas que antecedem ou são concomitantes com a introdução ao estudo de Cálculo.

No nosso ponto de vista, isso não basta. É preciso desenvolver ações que gerem a prontidão para o estudo de Cálculo ao longo do Ensino Médio. Os alunos devem explorar exercícios envolvendo a modelagem de problemas, com a análise das variáveis envolvidas e sua relação. Outro aspecto importante é a visualização de sólidos geométricos, com análise dos elementos que aparecem em suas seções transversais e interseções, que podem facilitar a resolução de problemas de máximos e mínimos. A Geometria Analítica também pode preparar para a representação e visualização das situações, como no caso dos problemas analisados neste trabalho.

A falta de interpretação adequada das informações fornecidas pelos enunciados dos problemas apresentados é outro fator que pode ser minimizado por um trabalho adequado ao longo da Educação Básica.

6. Referências:

BALOMENOS, R., FERRINI-MUNDY, J. e DICK, T. **Geometria: prontidão para o Cálculo**. In: M. Lindquist e A. Shulte (org.). Aprendendo e Ensinando Geometria. São Paulo, Atual Editora, 1994.

CAVASOTTO, M e VIALI, L. **Dificuldades na aprendizagem de Cálculo: o que os erros podem informar**. In: Boletim do GEPEM, No 59, p. 15-33. Rio de Janeiro, 2011.

EVEN, R. **Subject matter knowledge for teaching and the case of functions.** ***Educational Studies in Mathematics***, 21, p. 521-544, 1990.

IRIAS, D. F. ET AL. **Cálculo Diferencial e Integral: analisando as dificuldades dos alunos de um curso de licenciatura em matemática**. Revista de Educação Matemática da UFOP, Vol I,. 2011. Disponível em http://www.cead.ufop.br/jornal/index.php/redumat/article/view/343. Acesso em: 10/03/2013.

NASSER, L. **Uma pesquisa sobre o desempenho de alunos de Cálculo no traçado de gráficos**. In: Frota, M.C.R. e Nasser, L (org.). Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisas e debates, p. 43-58. SBEM, 2009.

OLIVEIRA, M. C. A. e RAAD, M. R. **A existência de uma cultura escolar de reprovação no ensino de Cálculo**. In: Boletim do GEPEM, No 61, p. 125-137. Rio de Janeiro, 2012.

PALIS, G. **A transição do Ensino Médio para o Ensino Superior**. Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática (em CD). Salvador, BA, 2010.

PONTE, J. P. **Pesquisar para compreender e transformar a nossa própria prática**. Educar, Curitiba, n. 24, p. 37-66, Editora UFPR, 2004.

REZENDE, W. M. **O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica** (Tese de Doutorado, FE-USP), 2003.

SOARES, F.; SARUBBI, P.A. **Investigando Dificuldades de Alunos de Cálculo em Problemas de Taxas Relacionadas**. Anais do XXXVII Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia 2009. Disponível em: http://www.abenge.org.br/cobenges-anteriores/2009/artigos-2009/artigos-publicados_11 Acesso em: 10/03/2013.

WEIR, M.; HASS, J.; GIORDANO, F. **Cálculo de George B. Thomas Jr**. v.1. São Paulo, Ed. Pearson, 2009.