

O ENSINO DE QUADRILÁTEROS E A FORMAÇÃO DE CONCEITOS: UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DE TAREFAS DIDÁTICAS

Jamille Vilas Boas¹
Instituto Federal da Bahia
jamille@ifba.edu.br

Thaine Souza Santana²
UFBA/UEFS
thaine.santana@gmail.com

Resumo

Este artigo pretende abordar dificuldades encontradas no ensino de conceitos geométricos e propor uma sequência de tarefas para o ensino dos quadriláteros notáveis (quadrado, retângulo, losango e trapézios), uma discussão sobre as suas diferenças e semelhanças. Além disso, será discutido o uso de materiais manipuláveis no ensino de geometria. Para isso, buscamos utilizar como aporte teórico a teoria histórico-social proposta por Vygotsky. Os resultados apontam que as tarefas apresentadas e discutidas neste trabalho podem oportunizar aos alunos diferenciar os quadriláteros notáveis, ao mesmo tempo em que permite sua associação, o que contribui na formação destes conceitos.

Palavras-chave: Formação de Conceito; Material Manipulável; Quadriláteros Notáveis.

1. Introdução

Na literatura nacional têm-se discutido que, entre os conteúdos de matemática ensinados na escola de nível básico, os conteúdos de Geometria ainda são os mais negligenciados (ALVES; SAMPAIO, 2010; LOBO; BAYER, 2004; ALMOULOU, 2002). Na maior parte das vezes, tópicos vinculados à geometria são indicados para serem apresentados no final do ano letivo. Dessa forma, muitos professores os excluem por falta de tempo ou ainda, por considerarem o conteúdo trabalhoso (LOBO; BAYER, 2004).

¹Doutoranda no Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências pelo Programa pela Universidade Federal da Bahia (UFBA) e Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Docente do Instituto Federal da Bahia (IFBA). Membro do Observatório da Educação Matemática da Bahia.

²Doutoranda no Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências pelo Programa pela Universidade Federal da Bahia (UFBA) e Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Membro do Observatório da Educação Matemática da Bahia.

Outra possibilidade para a não exploração da geometria pelos professores nas salas de aula pode estar estreitamente ligada à falta de cursos voltados para a formação dos professores no ensino de geometria, o que pode levar às dificuldades, insegurança ou desinteresse dos mesmos em abordá-la em suas aulas. Nesta direção, alguns estudos têm destacado a importância da formação do professor para um bom desenvolvimento do ensino e aprendizagem de geometria na sala de aula (CRESCENTI, 2008; CUNHA, 2009; MAIOLI, 2002)

Por outro lado, quando a geometria é explorada em sua sala de aula, em geral, pode haver uma ênfase nos cálculos algébricos o que compromete a formação de conceitos geométricos dos alunos (PAVANELLO, 2004). Entre esses conceitos, consideramos que os quadriláteros notáveis, ou seja, quadriláteros que apresentam ao menos um par de lados opostos paralelos, poderia ser foco desse estudo. São eles: o trapézio, o paralelogramo, o losango, o retângulo e o quadrado.

Assim, este artigo pretende abordar dificuldades encontradas no ensino de conceitos geométricos e propor uma sequência de tarefas para o ensino dos quadriláteros notáveis, discutindo suas diferenças e semelhanças. Para isso, foi utilizado, como aporte teórico, a teoria histórico-social proposta por Vygotsky. Neste sentido, esse estudo poderá ajudar no planejamento e reflexões de ações educativas relacionadas à exploração e formação de conceitos geométricos.

A seguir abordaremos o ensino de quadriláteros e formação desses conceitos, além de discutir um pouco sobre o uso de materiais manipuláveis no ensino de geometria para então propor e analisar a sequência de tarefas.

2. O ensino de quadriláteros e a formação de conceitos

Referindo-se particularmente aos quadriláteros, algumas pesquisas indicam que muitos alunos têm dificuldade de diferenciá-los quanto à sua classificação (SILVA, 2008; INOUE, 2004; PROENÇA; PIROLA, 2009). Os alunos, muitas vezes, consideram todos os quadriláteros como quadrados (SILVA, 2008), têm dificuldades em reconhecer um quadrado em outras posições, denominando-o muitas de vezes de losango (INOUE, 2004) e em reconhecer as propriedades das figuras geométricas (PROENÇA; PIROLA, 2009).

Proença e Pirola (2009, p. 6) trazem um diálogo entre um professor e um aluno que caracteriza estas dificuldades:

Prof.: O quadrado tem alguma característica que é do retângulo?

Aluno: Não.

Prof.: Como é um desenho do retângulo?

Aluno: (desenhou um retângulo).

Prof.: Esse retângulo tem os lados de mesma medida?

Aluno: Não.

Prof.: As medidas dos lados são iguais ou são diferentes?

Aluno: Diferente. Do quadrado é igual.

Prof.: Nesse caso, há alguma característica que seria tanto do quadrado como do retângulo?

Aluno: Não.

Prof.: Como são os ângulos do retângulo?

Aluno: ...

Prof.: Qual seria a medida?

Aluno: Não sei

As falas do aluno sugerem que ele já conhece as palavras quadrado e retângulo, porém o seu significado não está claro. Semanticamente, o significado possibilita a remissão a objetos, independentemente de um funcionamento categorial, em que os significados têm alto nível de generalidade (VIGOTSKY, 1989). Esta independência é fundamental para a imersão dos alunos nas interações verbais, já que o acordo entre alunos e professor sobre o referente da palavra garante a possibilidade de compreensão mútua, apesar das diferenças de formas de significação dos sujeitos. Portanto, a aprendizagem de uma nova palavra pelos alunos é apenas o início de um longo processo de desenvolvimento.

Sendo assim, a formação desses conceitos ainda está iniciando. É possível entender um conceito como uma generalização, uma abstração, que ao ser aprendido pelo aluno, ele poderá fazer o seu uso voluntário e sistematizado (VIGOTSKY, 2011). Segundo Vygotsky (2011), quando uma pessoa desenvolve um conceito, ele pode não apenas resolver situações simples que exijam a percepção imediata do que ocorre, da situação, mas ela pode utilizar o que tem de conhecimento e generalizar para outros exemplos referentes ao conceito ou conhecimento em questão.

A princípio, quando uma pessoa ouve uma palavra desconhecida, depois vê esta mesma palavra aplicada a algumas frases e contextos, ela começa a fazer uma vaga ideia desse novo conceito. Depois poderá sentir necessidade de usar essa palavra, o uso e a familiarização com a palavra que levará a formação do conceito. Vygotsky (2011, 1989) procura mostrar como a formação dos conceitos têm um ponto de partida no externo, e como

se dá sua internalização, mas a partir deste ponto parece tratar como tendo uma existência autônoma na mente dos indivíduos. O conceito de internalização, entretanto, não pode ser reduzido à ideia de transferência de conteúdos externos para o interno, que teria apenas o papel de recepcioná-los. O processo de internalização é criador de consciência. Vygotsky (1999) elabora em seus estudos uma discussão que nos permite compreender melhor o termo consciência,

... por que admitimos o estudo dos reflexos verbais em sua integridade e inclusive depositamos nesse campo as maiores expectativas e não levamos em consideração esses mesmos reflexos quando não se manifestam externamente, mas sem dúvida existem objetivamente? Se pronuncio em voz alta, para que o experimentador ouça, a palavra “tarde”, que me surgiu por associação, isto é considerado uma reação verbal, um reflexo condicionado. Mas se pronuncio a palavra para mim mesmo, sem que seja ouvida, se a penso, deixa por isso de ser um reflexo e se altera sua natureza? E onde está o limite entre a palavra pronunciada e a não pronunciada? (Vygotsky, 1999, p. 10)

Neste trecho, Vygotsky (1999) discute algo radical em sua teoria, ou seja, que os eventos da consciência, apesar de não se mostrarem de forma externa, possuem existência objetiva. Assim, algo externo é assimilado e transformado para se adequar aos propósitos do sujeito, num processo em que aprendizagem e mudança estão sempre mutuamente entrelaçadas.

Ao aprender o conceito de quadrilátero e seus tipos, por exemplo, seria possível identificar exemplos e não exemplos, refletir, verbalizar, definir, relacioná-los. Seria possível aplicar esse conceito em situações matemáticas e em outras situações do dia-a-dia, etc. O conceito de quadriláteros e a maior parte dos conceitos ligados à educação formal são denominados de conceitos científicos (VYGOTSKY, 2011), estes não são adquiridos por simples rotina. Os conceitos científicos são estabelecidos pelo homem com base em leis, teorias e propriedades e já alcançaram um alto nível de abstração:

Nos conceitos científicos que a criança adquire na escola, a relação entre esses conceitos e cada objeto é logo de início mediada por outro conceito. Assim, a própria noção de conceito científico implica certa posição relativamente aos outros conceitos, isto é, um lugar num sistema de conceitos. Defendemos que os

rudimentos da sistematização começam por entrar no espírito da criança através do contato que esta estabelece com os conceitos científicos, sendo depois transferidos para os conceitos quotidianos, alterando toda a sua estrutura psicológica de cima até baixo. (Vygotsky, 1989, p. 93)

Nesta perspectiva, suponhamos uma turma em que o conceito de quadrilátero tenha sido trabalhado, ao ensinar sobre os tipos de quadriláteros é necessário dar oportunidade aos alunos de além de conhecer cada um deles (o quadrado, o losango, o retângulo, o trapézio, o paralelogramo e outros irregulares), compará-los. É preciso formular conjecturas e associar às propriedades a partir da exploração dos elementos dos quadriláteros (lado, ângulos, entre outros), identificar erros e corrigi-los, processos que podem levar à formação desses conceitos.

Para isso, além de usar lápis e papel é possível em aulas de geometria que aborde sobre os tipos de quadriláteros fazer uso de softwares, materiais manipuláveis³, entre outros materiais didáticos. Neste trabalho será apresentada uma sequência de tarefas sobre quadriláteros utilizando materiais manipuláveis. Desse modo, apresentaremos algumas considerações sobre estes materiais e como estes podem servir como mediadores no ensino de geometria.

3. O uso de materiais manipuláveis no ensino de geometria

A utilização de materiais manipuláveis no ensino de matemática deve ser introduzida na sala de aula pelo professor de modo planejado. Porém, o que os alunos fazem com o material depende não somente do planejamento, tão pouco apenas dos conhecimentos prévios dos alunos e da experiência deles nas aulas de matemática, mas também das normas sociais que regulam as salas aulas (GELLERT, 2004). Turrioni e Perez (2006) afirmam, ainda, que o uso dado pelos alunos ao material depende do profissional que o emprega, do conteúdo a ser estudado, dos objetivos a serem atingidos e do tipo de aprendizagem que se espera alcançar. Enfim, o seu uso é estreitamente ligado ao contexto escolar.

Referindo-se à utilização de materiais manipuláveis no ensino da matemática, alguns estudos (FIORENTINI; MIORIM, 1990; KAMII; LEWIS; KIRKLAND, 2001; PAIS, 2001)

³ Assumimos materiais manipuláveis tal qual na definição de Reys (1971, apud MATOS E SERRAZINA, 1996). Para ele, materiais manipuláveis são objetos que as pessoas são capazes de sentir, tocar, manipular e movimentar.

desafiam a ideia de que esses materiais⁴ possuem uma potencialidade em si. Para estes autores, a potencialidade depende do ambiente social em que o material é inserido e de como os sujeitos envolvidos utilizam-no. Em muitos casos, o manipulável assume o papel de um signo, como descrito por Vygotsky (2008), ou seja, o manipulável representa algo diferente de si mesmo, ele representa um objeto matemático, como por exemplo, um recorte de papel que representa um quadrado (VILAS BOAS; BARBOSA, 2011).

Dessa forma, o manipulável é um mediador entre o aluno e o conceito matemático, proporcionando ao processo de ensino e aprendizagem formas qualitativas diferentes. Aqui, não nos referimos à uma hierarquia entre às ações dos alunos com e sem o manipuláveis, mas às diferentes qualidades decorrentes do uso de diferentes signos como meios de mediação. Assim, “o elo intermediário nessa fórmula não é simplesmente um método para aumentar a eficiência da operação preexistente, tampouco representa meramente um elo adicional na cadeia S-R” (VIGOTSKY, 2008, p.34), neste o S representa o estímulo e o R significa a resposta a este estímulo.

Kamii, Lewis e Kirkland, (2001) salienta a possibilidade do empirismo desprovido de significado em relação a estes materiais, ou seja, alguns professores podem assumir que os alunos aprendem conceitos matemáticos por tocar e mover objetos, promovendo uma atividade empírica desconexa de um objetivo educacional previamente estabelecido. Segundo Pais (2001), isso também pode ocorrer ao utilizar materiais manipuláveis no ensino de Geometria. Para ele este uso pode resumir “às atividades experimentais através da simples manipulação de objetos materiais e de desenhos” (p. 1). Superar isto passa pelo trabalho de uma interpretação dialética, envolvendo o manipulável e uma reflexão sobre os conceitos matemáticos que estão relacionados.

A seguir, apresentaremos uma possibilidade de sequência de tarefas que possui como objetivo didático identificar alguns tipos de quadriláteros e suas relações entre si por meio de suas propriedades. Busca-se com essas atividades, que haja uma transformação de um processo interpessoal, a ação com os manipuláveis e a reflexão sobre estes conceitos matemáticos, num processo intrapessoal. Nesta, serão utilizados materiais manipuláveis de fácil confecção, como veremos.

4. Uma possibilidade de sequência de tarefas didáticas

⁴ Para evitar repetições será utilizado, por vezes, o termo materiais, manipuláveis ou manipulativos referindo-se a materiais manipuláveis.

A proposta que será apresentada é baseada em tarefas elaboradas pela equipe do Observatório da Educação Matemática da Bahia⁵, do qual somos membros. Apresentaremos parte da tarefa proposta para iniciar a sequência e as demais serão comentadas, já que possuem a mesma natureza (investigativa) e esta relacionada com a primeira.

Na primeira tarefa os alunos poderiam ser divididos em equipes, cada grupo receberia um kit com alguns manipuláveis, como as figuras a seguir, que podem ser recortados em cartolina, papelão, ou em um material mais acessível, além da folha da tarefa e um transferidor.

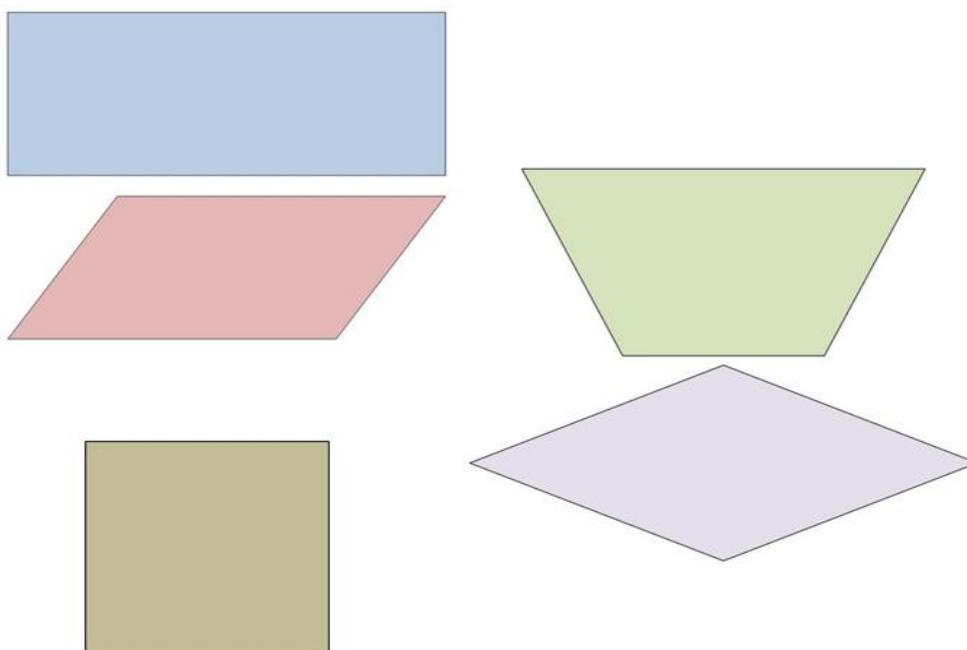


Figura 1: Molde dos quadriláteros

A tarefa referenciada acima pode ser algo como o seguinte:

Hoje nossa aula será sobre Geometria! A tarefa que realizaremos envolve investigação sobre os quadriláteros. A sala será dividida em grupos, cada equipe receberá um kit com diferentes quadriláteros e a partir deles serão discutidas algumas relações.

Vamos começar?!

⁵ O Observatório da Educação Matemática na Bahia (OEM-Bahia) é um projeto de pesquisa e desenvolvimento, no âmbito do Programa Observatório da Educação da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), com o propósito de desenvolver materiais curriculares educativos sobre tópicos de matemática para os anos finais do ensino fundamental e investigar as repercussões destes materiais no saber-fazer de professores que tomam contato com eles. A equipe do projeto é composta por estudantes da graduação e pós-graduação, pesquisadores e professores que ensinam matemática na educação básica.

1ª questão: Observando as figuras geométricas do kit que você recebeu, descreva na tabela abaixo as características de cada uma delas:

<i>QUADRILÁTEROS</i>	<i>DESCRIÇÃO</i>
<i>1</i>	
<i>2</i>	
<i>3</i>	
<i>4</i>	
<i>5</i>	

2ª questão: Comparando o quadrilátero azul e o quadrilátero marrom, quais características se mantêm? E quais se alteram?

3ª questão: Comparando os quadriláteros marrom e amarelo, quais características se mantêm? E quais se alteram?

É possível observar na primeira questão a possibilidade de explicitar características dos quadriláteros representados pelos manipuláveis, como a medida dos ângulos, número de lados iguais, número de lados paralelos. Neste momento, os alunos ainda podem não saber o nome específico de cada quadrilátero e a depender da interação com o professor, já pode ser um momento de introduzir esta nomenclatura. Na segunda e terceira questão, o aluno poderá comparar as características descritas na questão anterior, o que lhe dará subsídios para diferenciá-los ao mesmo tempo em que pode associá-los, ou seja, será possível para o aluno indicar o que diferencia ambos os quadriláteros e indicar suas similaridades.

Após os grupos discutirem as questões isoladamente, todos os alunos poderiam, com a mediação do professor, discutir as respostas com o objetivo de concluir e classificar os quadriláteros notáveis, permitindo assim uma sistematização da tarefa.

Em uma atividade seguinte, utilizando o mesmo kit de manipuláveis e retirando o manipulável que representa o trapézio, é possível explorar as relações entre os paralelogramos, fazendo perguntas do tipo:

Dentre os quadriláteros apresentados, quais têm características comuns ao retângulo (azul)? Que conclusão vocês tiram a partir dessa resposta?

Tomando o losango (peça amarela) como referência, qual (is) outro (s) quadrilátero (s) possui suas características? O que vocês podem concluir a partir dessa observação?

Observando o paralelogramo (peça rosa), qual (is) outro (s) quadrilátero (s) possui suas características fundamentais? O que vocês podem descrever a partir dessa observação?

Neste caso, seria possível explorar as similaridades entre os paralelogramos. É possível observar, que nas questões já consta o nome específico de cada quadrilátero, agora associada à cor do manipulável que o representa, uma tentativa de fixá-los. Esta tarefa mostra-se interessante por proporcionar também o aprofundamento de algumas características comuns aos paralelogramos, permitindo ao professor agrupá-los em alguns tipos. Na sistematização seria possível chegar à conclusão de que todo quadrado é um retângulo e ainda de que todos os quadriláteros representados por estes manipuláveis podem ser denominados de paralelogramo.

Em seguida, pode-se trabalhar a relação entre os tipos de trapézios, utilizando outro kit contendo manipuláveis que representam os trapézios isósceles, escaleno e o trapézio retângulo. As perguntas poderiam seguir o mesmo padrão investigativo, incentivando a observação de características comuns e não comuns às peças.

5. Resultados esperados

Através da exploração e investigação proposta nestas atividades pode ser possível para o professor analisar o uso que os alunos fazem do conceito de quadrilátero e a classificação destes em quadrado, paralelogramo, losango, retângulo e trapézio. É possível também propor ações para observar o desenvolvimento pelos estudantes destes conceitos, além de observar como são geralmente utilizados. Segundo Vygotsky (2011), estes são alguns “caminhos” para a formação do conceito. Dessa forma, espera-se que a aplicação desta sequência em sala de aula seja útil para fixar o conceito de quadrilátero e a classificação dos quadriláteros notáveis. Busca-se superar as dificuldades em diferenciá-los, como apontadas por Silva (2008), Inoue (2004) e Proença e Pirola (2009).

Além disso, a inserção dos manipuláveis na aula também se mostra interessante, pois podem aproximar os alunos aos objetos matemáticos, neste caso, os quadriláteros. Na função de um signo, ele substitui o próprio objeto o que permite a reflexão em torno deste

(VYGOTSKY, 2008). Essa substituição pode ajudar, por exemplo, a perceber que mesmo girando um quadrado, ou qualquer outro quadrilátero, estes não perdem suas características, mantendo-se o mesmo quadrilátero. Permite que o aluno justifique a respeito de suas deduções utilizando observações feitas nestes materiais, o que pode facilitar esta justificação (VILAS BOAS; BARBOSA, 2011).

Destacamos, porém, que a formação destes conceitos pelo aluno não ocorre por conta da tarefa ou ainda pela presença do manipulável. É necessário que o padrão de interação entre alunos e professor seja pautado na discussão de ideias e na escuta. A sala de aula pode ser considerada como um importante ambiente na sistematização do conhecimento e o professor como um mediador na formação de conceitos científicos (VYGOTSKY, 2011). Neste sentido, no desenvolvimento da atividade devem ser observados certos padrões de interação para que se constitua um ambiente investigativo. Uma das estratégias possíveis é a proposição de questões aos alunos, pelo professor, a partir do manejo dos manipuláveis, como estas que seguem: “O que se vê na figura?”, “O que se pode dizer?”, etc.

Nesta direção, Skovsmose (2000) discute que um cenário investigativo é aquele que convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações. O convite é simbolizado pelo "O que acontece se ...?" do professor. O aceite dos alunos ao convite é simbolizado por seus "Sim, o que acontece se...?". Dessa forma, os alunos se envolvem no processo de exploração. O "Por que isto ...?" do professor representa um desafio e os "Sim, por que isto...?" dos alunos indicam que eles estão encarando o desafio e que estão procurando por explicações. Quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem. Neste ambiente, os alunos são responsáveis pelo processo.

6. Considerações finais

Utilizando como aporte teórico a teoria histórico-social proposta por Vygotsky, este artigo buscou gerar um entendimento sobre as dificuldades encontradas no ensino de conceitos geométricos e propor uma sequência de tarefas para o ensino dos quadriláteros notáveis, as suas diferenças e semelhanças. Foi possível perceber que as tarefas apresentadas podem oportunizar aos alunos diferenciar os quadriláteros notáveis, ao mesmo tempo em que permite sua associação, o que contribui na formação destes conceitos.

Mesmo utilizando outros aportes teóricos, esta tarefa mostrar-se-ia conveniente e interessante. Todavia, utilizando a teoria proposta por Vygotsky, podemos dizer que além de interessante ela possui muitas potencialidades na formação de conceitos relacionados à geometria, mais especificamente relacionado aos tipos de quadriláteros. Dessa forma, estas tarefas podem servir como inspiração para práticas educativas, além de permitir a reflexão na constituição de outras tarefas matemáticas.

Desse modo, este trabalho traz contribuições para a prática pedagógica de professores, com relação à formação de conceitos geométricos, uma vez que propõe e discute tarefas que visam potencializar o ensino de geometria nas salas de aula de Matemática, focando as interações verbais que podem ser produzidas neste contexto, a partir de uma lente Vygotskyana.

7. Agradecimento

Este trabalho foi escrito como parte da nossa participação no Observatório da Educação Matemática na Bahia (OEM-Bahia). Agradeço aos demais membros pela oportunidade de trabalharmos em conjunto: Jonei Barbosa, Andreia Oliveira, Maiana Silva, Lilian Silva, Airam Prado, Wedeson Costa, Maria Rachel Queiroz, Flávia Santana, Helionete Boa Morte, Jamerson Pereira, Meline Melo, Ana Luiza Sampaio, Priscila Leite, Raimundo Nonato Silva Jr., Cecília Carames, Lúcia Lessa, Mércia Mota, Sofia Natividade, Thiago Lucena, Vanildo Silva e Wagner Aguiar.

8. Referência

ALMOULOUD, A.S. *A geometria no ensino fundamental: concepções de professores de matemática*. In: I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática. Curitiba: Anais Trabalhos Completos, p. 107-120, 2002.

ALVES, G.S.; SAMPAIO, F.F. O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e possíveis contribuições da geometria dinâmica. *Revista de Sistemas de Informação da FSMA*, n. 5, pp. 69-76, 2010.

CRESCENTI, E. P. A formação inicial do professor de matemática: aprendizagem da geometria e atuação docente. *Práxis Educativa*, v.3, n.1, 2008.

CUNHA, D. S. I. Investigações Geométricas: desde a formação do professor até a sala de aula de Matemática. *Dissertação* (Mestrado em Ensino de Matemática), UFRJ, 2009.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M.A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino de matemática. *Boletim SBEM*, v. 7, n.4, 1990.

GELLERT, U. Didatic material confronted with the concept of mathematical literacy. *Educational Studies in Mathematics*, v.55, p. 163-179, 2004.

INOUE, R. K. M. *O processo de formação do conceito de quadriláteros, envolvendo alunos de uma 6ª série do ensino fundamental*. Dissertação de mestrado, Universidade do Vale do Itajaí, Itajaí, SC, Brasil. 2004.

KAMII, C.; LEWIS, B.A.; KIRKLAND, L. Manipulatives: When are they useful? *Journal of Mathematics Behavior*, v. 20, p. 21-31, 2001.

LOBO, J. S.; BAYER, A. O Ensino de Geometria no Ensino Fundamental. *Acta Scientiae* (ULBRA), v. 6, p. 19-26, 2004.

MAIOLI, M.. Uma oficina para formação de professores com enfoque em quadriláteros. 2002. 153 f. *Dissertação* (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.

MATOS, J.M.; SERRAZINA, M.L. *Didáctica da matemática*. Lisboa: Universidade Aberta, 1996.

PAIS, L.C. *Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria*, 2001. Disponível em <http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_23/analise_significado.pdf>. Acesso em 23 de setembro de 2009.

PAVARELO. *Por que ensinar /aprender geometria?* In: VII Encontro Paulista de Educação Matemática, 2004, São Paulo. Anais. Disponível em: <<http://>

www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas_redondas/mr21-Regina.doc> Acesso em: 10 de abril de 2012.

PROENÇA, M. C.; PIROLA, N. A. *Relações de Inclusão entre Quadriláteros: Conhecimento e Desempenho de Alunos do Ensino Médio*. In: IV SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Anais... Tabatinga: SIPEM, 2009.

SILVA, J. *Diferenciação entre quadriláteros : métodos aplicados a partir do software Régua e Compasso*. In: Encontro Paraibano de Educação Matemática - EPEM, 2008, Campina Grande - PB. V Encontro Paraibano de Educação Matemática, 2008.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. *Bolema – Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.

STEIN, M.H.; SMITH, M.S. Tarefas matemáticas como quadro para reflexão Da investigação à prática. *Educação e Matemática*, n 105, p. 22-28, 2009.

TURRONI, A.M.S.; PEREZ, G. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores In: LORENZATO, S. (ED) *O laboratório de ensino de matemática na formação de professores*. São Paulo: Autores Associados, P. 57-76, 2006.

VILAS BOAS, J. S.; BARBOSA, J. C. *Os materiais manipuláveis e a produção discursiva dos alunos na aula de matemática*. Acta Scientiae, Canoas, v.13, n.2, p. 39-53, 2011.

VYGOTSKY, L.S. *A Construção do Pensamento e Linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 2011.

VYGOTSKY, L.S. *A formação social da mente*. S.P.; Martins Fontes, 2008.

VYGOTSKY, L.S. *Pensamento e Linguagem*. Copyright: Edição eletrônica: Ed Ridendo Castigat Mores, 1989

VYGOTSKY, L. S. *Teoria e método em psicologia*. São Paulo: Martins Fontes. 1999.