

MODELAGEM MATEMÁTICA NOS CURSOS DE EJA NO DESENVOLVIMENTO DO NÚMERO IRRACIONAL π E SUAS APLICAÇÕES NO CÁLCULO DE ÁREA E PERÍMETRO DA CIRCUNFERÊNCIA

Marcelo Lucio Ferreira

GCIEM (Grupo Colaborativo de Investigação em Educação Matemática)

marcelufe@bol.com.br

Aline Dutra

GCIEM (Grupo Colaborativo de Investigação em Educação Matemática)

aline.dutra@uol.com.br

Vanessa Righi Castilho

GCIEM (Grupo Colaborativo de Investigação em Educação Matemática)

righi.vanessa@gmail.com

Ruth Ribas Itacarambi

GCIEM (Grupo Colaborativo de Investigação em Educação Matemática)

ritacarambi@yahoo.com.br

Resumo:

Este trabalho apresenta um relato de experiência dos professores do GCIEM sobre uma atividade envolvendo o desenvolvimento do valor do número π relacionado aos conceitos de perímetro e área da circunferência, demonstrando sua utilidade prática no cotidiano. Através dos recursos didáticos da Modelagem Matemática os educandos, alunos do 1º ano do Ensino Médio no curso de EJA, partem de uma situação problema e através da proposta apresentada pela atividade, que utiliza instrumentos e técnica de medição relacionando as dimensões construtivas de objetos circulares e a relação existente entre as mesmas, utilizam conceitos matemáticos para obtenção das respostas ao problema proposto.

Palavras-chave: EJA; Modelagem Matemática; tecnologia.

1. Introdução

*Não há ramo da Matemática, por mais abstrato que seja,
que não possa um dia vir a ser aplicado aos fenômenos do mundo real.
Lobachevsky*

Nossa sociedade esta repleta de objetos com formas circulares e no desenvolvimento destes produtos é fundamental o cálculo quantitativo de material (linear ou volumétrico) que será utilizado em suas fabricações. Com o objetivo de proporcionar o desenvolvimento do aprendizado, utilizando como recurso pedagógico a Modelagem Matemática, propomos um roteiro de atividades aos alunos do 1º ano do Ensino Médio

(EJA) onde explorarmos os conceitos de perímetro e área da circunferência e do valor do número PI.

Esta sequência didática foi desenvolvida no CAEM – USP (Centro de Aperfeiçoamento Ensino de Matemática) como oficina para professores da rede pública propondo múltiplas possibilidades de aplicação em diversos níveis de ensino.

Elaboramos, a partir do conhecimento de objetos cilíndricos que são utilizados diariamente pelos alunos em seu cotidiano, um problema relacionado ao método construtivo destes objetos, ou seja, que cálculos deveriam ser realizados na construção de objetos cilíndricos de modo a otimizar os gastos de materiais, relacionando a quantidade de matéria-prima usada a partir do tamanho que determinado objeto deve ter. Apoiamo-nos referencialmente nas etapas propostas por BEAN (2001) (figura 1).

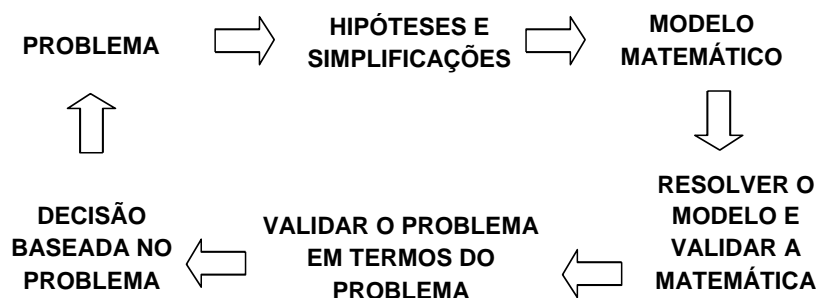


Figura 1 - Resolução de Problemas Aplicados (Envolvendo Modelagem Matemática) Fonte: BEAN (2001)

Buscamos propor uma situação problema próxima ao cotidiano dos alunos. A proposta de otimizar resultados é um problema constante que engenheiros, tecnólogos, analistas, economistas e diversos outros profissionais enfrentam diariamente, pois a otimização dos produtos, obtendo menor gasto e conseqüentemente maior lucro, é um dos objetivos das empresas no competitivo mercado globalizado. A Matemática neste contexto é fundamental, pois se torna uma ferramenta valiosa na fabricação dos produtos e recursos.

Partimos para a apresentação de um problema aos educandos que levou ao desenvolvimento de determinados conceitos matemáticos. Utilizando como objeto de estudo a produção de latinhas ou qualquer outro recipiente cilíndrico, apresentou-se a seguinte situação:

“Como definirmos a dimensão de determinado recipiente relacionado à quantidade de material gasto (área) na confecção deste recipiente?”

Nesta etapa discutimos a importância do dimensionamento correto destes recipientes na busca pela otimização em sua fabricação. A classe foi dividida em grupos formados por três ou quatro alunos que receberam diversos objetos cilíndricos de uso cotidiano e a partir de então foram levados a questionar quais medidas deviam ser consideradas para definirem o tamanho dos objetos a serem medidos (figura 2).

Os alunos perceberam através das discussões em grupos que as medidas de *comprimento* e de *diâmetro* da circunferência são medidas que podem ser atribuídas a estes objetos. Neste momento ressaltamos a dificuldade na obtenção dos valores do comprimento de objetos circulares e a necessidade da planificação destas medidas para o desenvolvimento dos produtos. Apresentamos aos alunos um meio de desenvolvermos esta medição utilizando um paquímetro (equipamento de medição utilizado nas indústrias para obtenção de medidas precisas) e o processo de planificação de uma forma cilíndrica através da utilização de uma fita crepe.



Figura 2 - Material utilizado em sala de aula para discussão do assunto

2. A modelagem matemática e o número PI

Como mediadores da atividade e a partir das dificuldades apresentada pelos alunos na medição dos objetos circulares, apresentamos a fita crepe como recurso para facilitar as medidas cilíndricas. Utilizando fita crepe os alunos obtiveram as medidas do contorno dos objetos que depois de retirada e planificada em uma planilha de medições foi mensurada por meio de uma régua com precisão em milímetros. Desta forma, os grupos montaram uma tabela de medidas para os valores encontrados.

Para medir o diâmetro dos objetos utilizamos como ferramenta o paquímetro (figura 3) e essas medidas também foram anotadas na planilha de medições. Neste momento ocorreu a necessidade do educador em explicar como se deve manipular o

instrumento para a realização das medidas. Na sala de aula alguns alunos apresentaram maior destreza na obtenção desses valores, desta forma o trabalho em grupo contribuiu para a socialização do conhecimento entre os alunos.

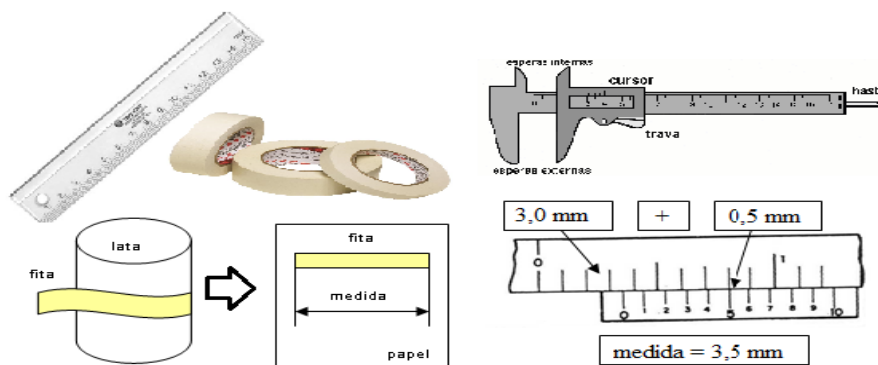


Figura 3 - Material utilizado na medição dos objetos cilíndricos

Na sala de aula de EJA encontramos uma diversidade de conhecimentos apresentados nos conceitos de matemática entre os alunos. Alguns apresentaram dificuldades em representar medidas relacionadas a números decimais, por outro lado outros demonstraram habilidades no uso dos instrumentos de medidas, como o caso de dois alunos que já tinham trabalhado com o paquímetro em seu ambiente profissional. O trabalho em grupo e a interação entre as equipes propiciaram a troca de conhecimentos na utilização do equipamento. Esta fase abriu margem para o estudo dos *números decimais*, momento no qual o educador relembrou algumas definições sobre o assunto.

Após a execução das medidas do perímetro e do diâmetro dos objetos foi apresentado aos alunos o seguinte questionamento: “É possível obter uma relação entre estas medidas?”. As planilhas de descrição dos valores (figura 4) ilustra o caminho elaborado neste momento.

FITA	objetos	Comprimento (C)
	A	
	B	
	C	
	D	
	E	

RELAÇÃO DAS MEDIDAS OBTIDAS						
objetos	Comprimento (C)	Diâmetro (D)	C + D	C - D	C . D	C / D
A						
B						
C						
D						
E						

Figura 4 - Planilha de planificação das medidas e relação entre o perímetro e o diâmetro

Nesta primeira fase o objetivo foi de apresentar o número π como a relação entre o comprimento e o diâmetro de qualquer circunferência, independente do tamanho do objeto. A construção da planilha permitiu aos alunos perceberem que a relação C/D entre as medidas apresentou um resultado semelhante, independente do tamanho do objeto medido, em todos os casos. Desta forma, os alunos entenderam o significado do resultado *constante* e observaram que os dados encontrados estavam associados ao valor do *número irracional π* .

Diante das conclusões que os estudantes obtiveram o professor sentiu necessidade em dar algumas explicações, utilizando elementos da *história da matemática* para mostrar a importância do número π na evolução do cálculo Matemático, sua irracionalidade e fazer com que eles compreendessem a importância desta constante no desenvolvimento do trabalho em busca da solução do problema apresentado.

3. A descoberta da área

Após a discussão de como chegarmos ao valor do π , abrimos caminho para questionarmos como poderíamos obter a medida do comprimento dos objetos através da relação existente entre o comprimento e o diâmetro presente em todas as circunferências. Assim chegamos à definição do cálculo do perímetro (comprimento) da circunferência:

<p>Se $C / D = \pi$, então: $C = \pi \cdot D$ ou $C = 2.r \cdot \pi$</p>

Esta atividade foi trabalhada em dois momentos e a primeira fase do estudo foi concluída com a definição da constante, do número irracional 3,1415... e a fórmula do comprimento (perímetro) da circunferência. Este estudo levou algumas considerações a serem discutidas, como a necessidade de trabalharmos com medidas decimais em diferentes contextos e a importância da história da matemática no desenvolvimento do assunto. Ressaltamos que este método proporcionou uma boa precisão no cálculo do valor 3,1415..., devido a utilização das casas decimais e a qualidade na medição propiciada pelo paquímetro.

Na próxima etapa da atividade, partimos do ponto que os alunos desenvolveram o cálculo do perímetro da circunferência, fomos buscar a dedução do cálculo da área. Foi proposta uma atividade na qual os grupos, por meio do compasso, transferidor e régua,

traçaram um círculo de aproximadamente 100 mm de raio em uma folha de sulfite. O educador direcionou a atividade e apresentou o método de divisão, com o auxílio de transferidor e compasso, do círculo em várias partes iguais. Em seguida estas divisões foram recortadas e coladas em outra folha de sulfite, reestruturadas de modo a obtermos um formato quadrilátero (figura 5). Esta atividade proporcionou aos educandos perceberem que podemos por meio da área do retângulo chegar ao cálculo da área da circunferência.

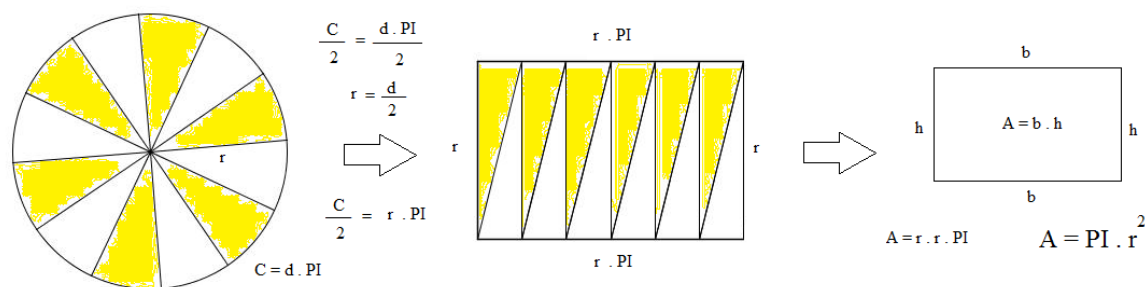


Figura 5 - Processo de obtenção da área da circunferência através do “método da exaustão”

Utilizando como fundamento o “método da exaustão”, desenvolvido por Arquimedes, os alunos desenharam uma circunferência com raio conhecido, dividiram a em partes iguais e em seguida recortaram essas partes para formar um retângulo no qual a área eles sabiam como calcular. Desta forma, com o auxílio do educador os grupos chegaram a seguinte conclusão:

$$A = B \cdot H \quad \gg \quad A = r \cdot \pi \cdot r \quad \gg \quad A = \pi \cdot r^2$$

Retomando a questão inicial, isto é, o problema proposto aos grupos no início da atividade, a partir das atividades propostas conseguimos responder a questão de “Como definirmos a dimensão de determinado recipiente relacionado a quantidade de material gasto (área) na confecção deste recipiente?”

Os alunos perceberam que, através dos conceitos abordados na execução do cálculo de perímetro e área da circunferência, podemos elaborar projetos de objetos cilíndricos calculando precisamente a quantidade de materiais gastos na confecção dos mesmos. Foi discutido em sala com os grupos o conceito de *volume*, relação entre a altura e a área da base de um corpo cilíndrico, e como os projetos de recipientes são elaborados a partir das diversas relações entre múltiplas vertentes, como a quantidade mínima de material gasto em função da maior quantidade de volume obtido, a estética envolvida na confecção, observando desde a forma estrutural até a estampagem das logomarcas dos produtos.

Segundo Biembengut e Hein (2007) o ensino da matemática precisa voltar-se à promoção do conhecimento matemático e na habilidade em utilizá-lo, indo além das resoluções de questões matemáticas, muitas vezes sem significado ao aluno. A Modelagem Matemática no ensino pode ser o caminho para despertar a importância e o interesse nos alunos pelo estudo dos tópicos da disciplina ainda desconhecidos, pois propicia ao educador interagir com o meio através da arte de modelar matematicamente seu ambiente.

A proposta desta atividade é juntamente com os educandos, propiciar a construção das fórmulas de área e perímetro da circunferência e o desenvolvimento do valor do número PI. Ao invés de utilizar o método tradicional de apresentar as fórmulas e exercícios que envolvem sua utilidade, na qual o aluno apenas exercita a substituição de valores propostos no problema para obter os resultados solicitados, assim a atividade propõe a necessidade de desenvolvermos modelos que nos possibilitem a resolução de um problema de ordem prática. A sequência didática que envolve esta resolução também proporciona um ambiente valioso no processo de aprendizagens do aluno.

O ato de criar modelos matemáticos, de desenvolver os estudos da disciplina através da modelagem matemática não está simplesmente no fato de encontrar resultados e soluções para os problemas levantados, mas, além desta importância, ressaltar a construção de valores no aprendizado da matemática a partir de sua relevância no entendimento do universo que estamos inseridos. Este pensamento está sintetizado nas palavras de Sir D'Arcy W. Thompson (apud Biembengut e Hein, 2007, p.7), quando disse que “Newton não mostrou a causa da maçã caindo, mas a similaridade entre a maçã e as estrelas”.

4. Considerações Finais

Através destas atividades pudemos perceber que os alunos adquiriram o conceito do número PI, pois identificaram que em diversos objetos cilíndricos, independente de sua dimensão, o valor da relação entre o comprimento e o diâmetro será sempre constante. Partindo dessa ideia ficou mais claro entender o conceito de perímetro e área da circunferência uma vez que o processo de desenvolvimento da fórmula foi feita com os alunos através das etapas das atividades.

Os resultados obtidos ao longo da atividade foram satisfatórios, pois os alunos demonstraram entender a definição do número PI a partir da relação estabelecida entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro.

A Modelagem Matemática encontra seu envolvimento no cenário educacional através da pesquisa, da investigação de determinado assunto em busca de seu esclarecimento e desenvolvimento. D'Ambrósio (2003) define pesquisa como o elo entre a teoria e a prática. Etimologicamente, a palavra pesquisa está ligada à investigação, a busca (= quest), a research (serch = procura), na busca de explicações, dos porquês e como, com foco em uma prática. Este foco permite o pesquisador encontrar a contextualização de sua ciência, sua disciplina, as necessidades sociais e como este estudo pode contribuir socialmente.

Segundo Bassanezi (2006, p. 16), a Modelagem Matemática que pode ser tomada tanto como método científico de pesquisa quanto uma estratégia de ensino-aprendizagem, consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. Desta forma, utilizar situações que envolvem a realidade do aluno e como a matemática pode contribuir no entendimento deste ambiente para proporcionar um aprendizado que o educando pode através das ideias da matemática fazer uma leitura do mundo e a partir desta leitura interagir com o meio que está inserido.

5. Referências:

- BASSANEZI, R.C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2006
- BEAN, D. **O que é modelagem matemática?** Educação Matemática em revista. São Paulo: SBEM, ano 8. n.9/10, 2001
- BIEMBENGUT, Maria Sallet; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. 4. ed. São Paulo. Contexto, 2007
- D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 10. ed. Campinas. Papirus, 2003.