O USO DE MATERIAL MANIPULÁVEL NO ENSINO DE EQUAÇÃO DO PRIMEIRO GRAU: O JOGO DA TÁBULA-SIMÉTRICA

Vanildo dos Santos Silva[1]
Escola Municipal de Fazenda Coutos
vanildo68@hotmail.com

Thiago Viana de Lucena[2]
Universidade Federal da Bahia
thiagolucena@hotmail.com

Resumo:
Neste minicurso apresentaremos o jogo da Tábula-Simétrica cujo objetivo é introduzir, por meio do uso de material manipulável, o método da transposição dos termos algébricos de um membro para outro da igualdade de uma equação do primeiro grau. A Tábula-Simétrica faz alusão a uma balança de dois pratos e por meio da manipulação das peças do jogo é possível auxiliar estudantes a elaborar os procedimentos que transformam as equações do primeiro grau em outras equações equivalentes, realizando a operação inversa ou efetuando a mesma operação em ambos os membros da equação.

Palavras-chave: Tábula-Simétrica; Material Manipulável; Equação do primeiro grau.

1. Introdução

As equações do primeiro grau consistem em uma ferramenta significativa à resolução de problemas, entretanto, ao longo da nossa experiência em sala de aula, temos percebido erros cruciais relacionados à forma como os estudantes solucionam esse tipo de equação. Quando os alunos são provocados a resolver uma equação do primeiro grau, a forma que lhes parece mais adequada trata-se do método da transposição dos termos, que segundo Freitas (2002) consiste em transpor os termos de um membro para outro da igualdade. Todavia, quando os alunos expressam os procedimentos que eles utilizam para desenvolver uma equação proposta, o que escutamos deles são comandos e estratégias de cálculo formado de regras equivocadas: *"Quando muda de lado, muda de sinal"; "Passa para o outro lado com o sinal trocado"; "Isola o x"*. A forte influência na mecanização de técnicas e a utilização das

[1] Professor da Educação Básica do Estado da Bahia e membro do Observatório da Educação Matemática (OEM), que é resultado da parceria entre a Capes, o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) e a Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização e Diversidade (SECAD).
[2] Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da Universidade Federal da Bahia (UFBA) e Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Além disso, membro do Observatório da Educação Matemática (OEM).

estratégias supracitadas indicam um grande esforço por parte do aluno, mas não traduz a eficiência na solução da equação proposta.

Freitas (2002) argumenta que o fato de o aluno usar o método da transposição dos termos algébricos, implica num caminho que sobra regras, uma série de equívocos e falta entendimento quanto à finalidade e à aplicabilidade de uma equação do primeiro grau.

Por conta dos equívocos e da falta de entendimento dos estudantes com os quais mantivemos contato, quanto à resolução das equações do primeiro grau, o primeiro autor deste trabalho construiu o jogo da Tábula-Simétrica, que tem como objetivo auxiliar os estudantes a elaborar o significado do método da transposição dos termos algébricos entre os membros desse tipo de equação, assessorando-os também nos procedimentos que transformam as equações em outras equivalentes, orientando-os quanto à realização da operação inversa ou quando efetuamos a mesma operação em ambos os membros da equação.

O procedimento de resolução pela transposição dos termos, quando aplicado sem a devida compreensão de equações equivalentes pode levar os estudantes a incorporarem vícios e uma sequência de memorização de técnicas, em detrimento à compreensão do seu significado.

Desta forma, o objetivo deste minicurso é mostrar a professores o potencial desse jogo para o ensino e a aprendizagem de equações do primeiro grau. Para isso, faremos uma abordagem teórica mostrando as dificuldades encontradas nos processos de ensino e de aprendizagem do referido tema, para, em seguida, orientar o público presente com noções desde a confecção do jogo até à sua aplicação.

2. A balança enquanto instrumento de medição

A balança de dois pratos (figura 1) é um dos instrumentos de medição mais antigos que se conhece. Ela é composta por dois pratos equidistantes em um eixo central. Para realizar a pesagem, coloca-se um ou mais objetos de "peso" conhecido (peso-padrão) num lado da balança e, no outro, o objeto que se deseja pesar. São acrescidos ou retirados mais pesos-padrões até que se estabeleça o equilíbrio entre os dois pratos, o que resulta no "peso" relativo do objeto. A Tábula-Simétrica segue o mesmo princípio de equilíbrio de uma balança de dois pratos.

Figura1: Balança de dois pratos em equilíbrio

3. Quais são as peças do jogo?

- Palitos de picolé nas cores azul e vermelho;
- Fichas circulares em papel duplex com diâmetro de 5 cm, nas cores azul e vermelha;
- A Tábula-Simétrica.

A Tábula-Simétrica (figura 2) corresponde a um tabuleiro com duas elevações nas extremidades que fazem alusão aos dois pratos de uma balança. Representa a propriedade simétrica: se $a = b$, então $b = a$. Analogamente a uma balança de dois pratos, o jogo da Tábula-Simétrica propõe a manipulação de suas peças observando que, após cada jogada, se obtenha uma situação de equilíbrio, imediatamente equivalente à situação anterior.

Figura 2: A Tábula-Simétrica como uma balança de dois pratos em equilíbrio.

3.1 Sob o aspecto da representação, quais são os símbolos associados a cada material do jogo?

A representação de equilíbrio dar-se-á por meio da Tábula-Simétrica e terá como símbolo o sinal da igualdade (=). Para se referir à característica das cores do material, serão utilizados os sinais *"+"* para a cor azul e *"−"* para a cor vermelha. Os símbolos utilizados para determinar a quantidade do material serão os algarismos indos-arábicos *(0, 1, 2, 3,..., 9).* Com isso, cada palito azul será representado pelo símbolo *"+1"* e cada palito vermelho pelo símbolo *"−1"*. Por exemplo, para representar *"cinquenta palitos vermelhos"*, será usado o símbolo *"−50"*. Para se referir às fichas, será usada como símbolo a letra *"c"*. Por exemplo, para representar *trinta e sete fichas circulares vermelhas* será usado o símbolo *"−37c"*.

O objetivo do jogo da Tábula-Simétrica é estabelecer a relação de correspondência entre cada ficha azul e uma quantidade determinada de palitos, assim ao propormos a comparação de *"+ 4c = −20" (quatro fichas azuis correspondem a vinte palitos vermelhos),* será dado apenas um, e somente um valor para *"c"*, ou seja, $c = -5$. Neste caso a ficha azul corresponde à incógnita.

4. O método da transposição e o jogo da Tábula-Simétrica

Para Freitas (2002), o método da transposição será eficiente quando o aluno utilizá-lo com significado e com clareza quanto à validade dos procedimentos que transformam as equações em outras equivalentes; por exemplo, realizando a operação inversa ou efetuando a mesma operação em ambos os membros da equação.

O jogo da Tábula-Simétrica representa uma análise da passagem dos termos de uma equação do primeiro grau de um membro para o outro, considerando a operação inversa ou efetuando a mesma operação em ambos os membros da equação. Com essa estratégia, procuramos construir o significado da relação de equivalência entre os termos da estrutura de uma equação do primeiro grau. A partir do material manipulável, chegamos às representações simbólicas estabelecendo os princípios que regem o método da transposição.

Flemming e Mello (2003, p.25) consideram que jogos são atividades que podem ser "relacionadas com o ensino, de natureza recreativa, usadas em sala de aula para obtenção de um maior rendimento no processo ensino-aprendizagem[3] de um conteúdo específico". Para as autoras, existe uma distinção entre jogar e brincar. De um lado, o jogo tem um sistema linguístico que funciona dentro de um contexto social, tem um sistema de regras, contém, em geral, objetos bem característicos e delineados. Por outro lado, os brinquedos têm características culturais diversas, não possuem regras e representam os objetos reais ou uma nova representação criada durante a brincadeira.

Com isso, argumentamos que o jogo da Tábula-Simétrica é utilizado em sala de aula como um jogo cujo sistema linguístico (equações do primeiro grau) funciona nesse contexto com regras próprias visando conduzir os alunos a uma aproximação com ideias algébricas que poderão permitir uma maior desenvoltura na resolução de equações do primeiro grau.

4.1 Como cada peça será manipulada no jogo?

- **Os palitos**

O ajuntamento de palitos possibilitará dois eventos possíveis: o aumento ou a diminuição de suas quantidades. Para que haja o aumento das quantidades será preciso que os palitos tenham a mesma cor, e para a diminuição, os palitos devem ter cores diferentes. Cada palito azul anula um vermelho e vice-versa. O monte de maior quantidade de palitos

[3] Embora as autoras apresentem o processo de ensino-aprendizagem como sendo um decorrente do outro, argumentamos que nem sempre a ação de ensinar gera a ação de aprender.

determinará a cor do resultado após a exclusão de um material pelo outro, conforme se observa na figura 3.

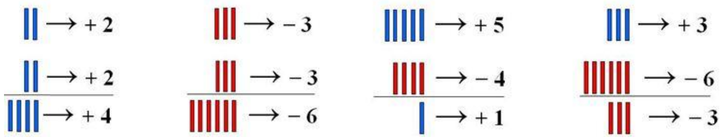

Figura 3: Ajuntamento e exclusão dos palitos.

- **As fichas circulares azuis e vermelhas**

Cada ficha azul estará associada a uma quantidade de palitos vermelhos ou azuis, numa relação de “um-para-um” ou “um-para-vários”, conforme demonstrado na figura 4.

Figura 4: A representação simbólica da situação proposta: Se $+ 1c = + 3$, então $+ 2c = + 6$.

Neste trabalho vamos estabelecer que as cores vermelha e azul são contrárias entre si. Assim, a ficha vermelha corresponderá à mesma quantidade de palitos associada à ficha azul, entretanto de cor contrária, conforme figura 5.

Figura 5: A representação simbólica da situação proposta: Se $- 1c = + 3$, então $+1c = - 3$.

Encontrar a solução do jogo consistirá em descobrir a correspondência de uma única ficha azul, associada à quantidade de palitos que esta ficha corresponde. Neste caso, a ficha azul corresponderá ao valor desconhecido. Portanto, representará a incógnita da equação do primeiro grau.

5. Como será realizado o jogo da Tábula-Simétrica?

Os participantes devem seguir o princípio do equilíbrio, o mesmo que ocorre com uma balança de dois pratos. Ao tirar qualquer que seja o material de uma extremidade será preciso que se tire o mesmo material da outra extremidade, até que reste apenas uma ficha ou mais fichas azuis[4] em qualquer uma das duas extremidades.

O "esvaziamento" ocorre nas duas extremidades do tabuleiro, quando se chega a uma "forma irredutível" do jogo[5]. O último momento do jogo é fazer a distribuição, de maneira igualitária, por meio da correspondência: *"para cada ficha azul corresponde certa quantidade de palitos vermelhos ou azuis"* (figura 6).

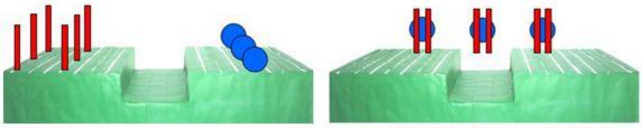

Figura 6: O jogo na forma irredutível apresentado na imagem: $+\,3c = -\,6$, para $+\,c = -\,2$.

Portanto, isolar[6] a(s) ficha(s) azul(is) em qualquer extremidade do tabuleiro permitirá comparar as fichas aos palitos e fazer a devida correspondência: *"para cada ficha azul corresponde certa quantidade de palitos vermelhos ou azuis"*.

6. Uma possibilidade de esvaziamento do tabuleiro: iniciando o jogo

Dado o exemplo abaixo, inicia-se o jogo com quatro palitos azuis, duas fichas vermelhas e uma ficha azul numa extremidade, correspondendo a dois palitos azuis, duas fichas vermelhas e duas fichas azuis na extremidade oposta, conforme figura 7.

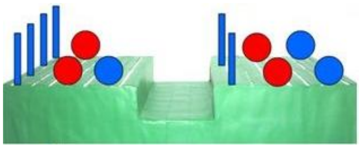

Figura 7: Representação simbólica do exemplo dado: $+\,4 - 2c + 1c = -\,2c + 2 + 2c$.

Ao tirar as fichas vermelhas das extremidades do tabuleiro obteremos a situação apresentada na figura 8. Na sequência, é possível tirarmos uma ficha azul em cada uma das extremidades.

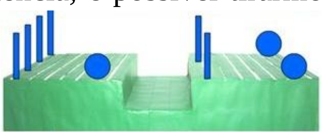

Figura 8: Representação simbólica após tirarmos as fichas vermelhas: + 4 + 1c = + 2 + 2c.

[4] Aqui demonstraremos o porquê quando a incógnita *"x"* é negativa, na forma irredutível – $ax = b$ devemos multiplicar toda a equação por (− 1).
[5] Compreendemos *"forma irredutível"* ao fato de termos apenas uma ficha ou mais fichas azuis em qualquer extremidade, enquanto na extremidade oposta tenha-se qualquer quantidade de palitos ou esteja vazia.
[6] Compreendemos "*isolar"* ao fato de deixar apenas fichas azuis após o esvaziamento do tabuleiro.

Ao tirar as fichas azuis das extremidades do tabuleiro obteremos a situação apresentada na figura 9. Na sequência, é possível tirarmos dois palitos azuis de uma extremidade, fazendo-se necessário, também, tirar dois palitos azuis da outra extremidade.

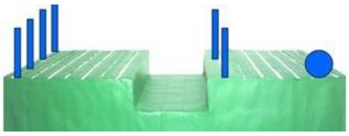

Figura 9: Representação simbólica após tirarmos as fichas azuis: + 4 = + 2 + 1c.

Após o esvaziamento do tabuleiro chegaremos a sua *forma irredutível*, neste sentido faremos a comparação *"cada ficha azul corresponde a dois palitos azuis"*, apresentada na figura 10.

Figura 10: Representação simbólica da relação de correspondência entre fichas e palitos: *+ 2 = + 1c.*

7. Produção de um estudante que utilizou o jogo da Tábula-Simétrica

A figura 11 demonstra o desenvolvimento de duas equações do primeiro grau na forma $ax + b = cx + d$, com um aluno que utilizou o jogo da Tábula-Simétrica. No item *"a"* é possível perceber que o aluno utiliza o agrupamento dos termos semelhantes e, logo em seguida, realiza a redução desses termos. Após o agrupamento e redução dos termos algébricos semelhantes, o aluno utiliza o método da transposição estando atento às operações inversas.

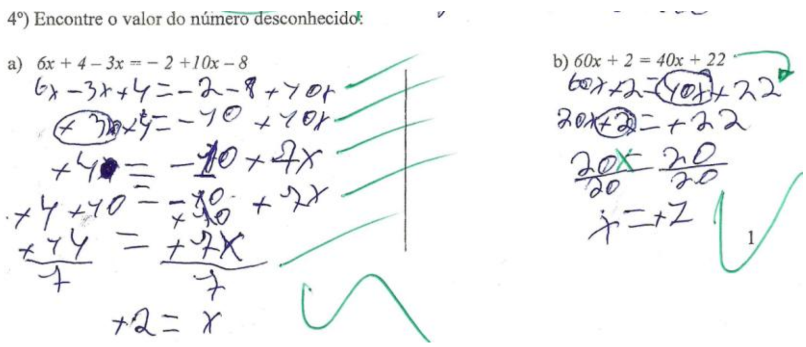

Figura 11: Produção a partir da Tábula-Simétrica.

Outro fato importante que percebemos nesta questão está revelado na apropriação do aluno quanto ao princípio da equivalência entre os dois termos. Essa evidência deve-se ao posicionamento da incógnita, pois, no item *"a"*, a incógnita foi *"isolada"* no primeiro membro da equação, enquanto na questão *"b"* a incógnita foi *"isolada"* no segundo membro.

A figura 12 apresenta a resolução de uma equação do primeiro grau associado a uma situação envolvendo o cálculo do perímetro de um quadrilátero. É possível notar que o método da transposição foi usado com clareza quanto aos procedimentos que transformaram a equação proposta em outras equivalentes.

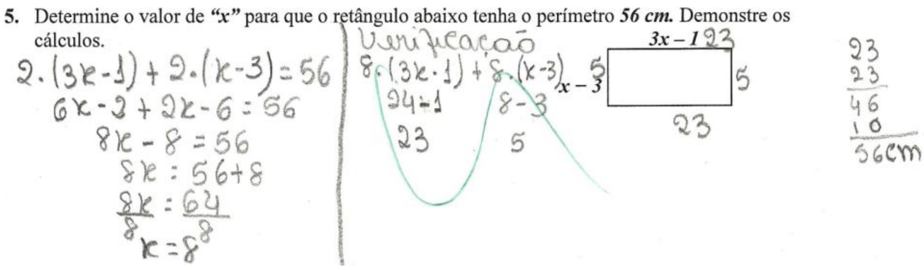

Figura 12: Resolução de equações representando o método da transposição.

Nota-se ainda que na verificação utilizada pelo aluno, o valor de x = 8 foi substituído corretamente nas expressões entre parênteses. Embora não fiquei claro porque o 8 aparece ao lado de fora dos parênteses, como se estivesse multiplicando pelas expressões, os cálculos efetuados a partir disso estão corretos. Uma possibilidade é que o aluno tenha colocado esse 8 para indicar que o cálculo seguinte considera x = 8. Ou seja, o valor encontrado anteriormente.

8. Considerações finais

Autores como Vilas Boas e Barbosa (2011) reconhecem que o material manipulável não é determinante da prática pedagógica, mas afirmam que a presença dele na sala de aula estabelece diferenças qualitativas nas ações dos alunos. Em convergência com esses autores, consideramos que um material manipulável funciona como um apoio pedagógico na relação, entre o aluno e o conhecimento, mediados pelo professor. Ou seja, não é a presença do material que determina a prática pedagógica estabelecida, mas um conjunto de fatores aliados à sua manipulação, como por exemplo, a forma como o professor introduz o material em sala de aula.

O uso de material manipulável, nas aulas de equação do primeiro grau, com alunos que utilizaram o jogo da Tábula-Simétrica, proporcionou fortes indícios de atenuação dos efeitos sobre as dificuldades apresentadas por eles. Câmara (2010) argumenta que os alunos que têm facilidade em manipular expressões algébricas e resolver equações e sistemas, por exemplo, tem o caminho aberto para ter sucesso em sua escolarização matemática.

9. Referências

CÂMARA, Marcelo. *Desenvolvimento do Pensamento Algébrico: O que Estamos Fazendo em Nossas Salas de Aula?* Mesa redonda do X ENEM, 2010: Diferentes Contextos para o Pensamento Algébrico.

FLEMMING, D. M.; MELLO, A. C. C. de. Criatividade e Jogos Didáticos. 21ª ed. São José: Saint Germain, 2003.

FREITAS, M. A. de. Equações do 1º grau: métodos de resolução e análise de erros no ensino médio. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.

VILAS BOAS, J. S.; BARBOSA, J. C. *Os materiais manipuláveis e a produção discursiva dos alunos na aula de matemática*. Acta Scientiae, Canoas, v.13, n.2, p. 39-53 jul./dez. 2011.