

O CONCEITO E A DEFINIÇÃO EM MATEMÁTICA: APRENDIZAGEM E COMPREENSÃO

João Bosco Laudares

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

jblaudares@terra.com.br

Resumo:

Este artigo apresenta uma discussão sobre o trabalho conceitual para o desenvolvimento de uma aprendizagem com compreensão. Debate-se a dialética da definição com conceito, este antecipado a elaboração da definição. Apresentam-se pesquisas e experiências didáticas com o trabalho conceitual.

Palavras-chave: Conceito; Definição; Aprendizagem com compreensão

1. Introdução

A Matemática, como toda ciência, tem uma estrutura básica que a edifica, por meio de um conjunto de elementos: as convenções, os axiomas (postulados), as definições, os conceitos, os teoremas (demonstrações). Conhecendo o significado desses elementos estruturantes, tem-se a dimensão do rigor e do formalismo, referenciais cognitivos da Matemática como Ciência.

Já para o processo ensino aprendizagem na didática da Matemática, é fundamental fazer a dialética do ato de definir e de conceituar. Parte-se da premissa que uma definição, ao ser formalizada com uma linguagem específica e extremamente simbólica, pode não encerrar a compreensão do conceito. A descrição, a interpretação, a análise e o ato de sintetizar são habilidades características da compreensão conceitual, que o estudante deve privilegiar para conquista do saber matemático.

Para questionar e refletir sobre o ato de conceituar e definir, como duas instâncias pilares da edificação da cognição matemática e da educação matemática, tomam-se postulações de Vigotsky (2009), Dewey (1960), Piaget (1987), Wallon (2008), Moreira (2011), Duval (2003), Pais (2001), Laudares (1987) quanto a reflexões sobre atividade mental e a linguagem, como requisitos epistemológicos na construção de conceitos e no ato do aprender, com o exercício do pensamento e da linguagem.

Trabalhar o conceito, antes da formalização da definição, facilita a aprendizagem significativa. É necessário ativar a estrutura cognitiva do aprendiz para que o mesmo adquira e saiba como reter o conhecimento em assimilação.

Neste texto procura-se refletir como a aprendizagem acontece buscando sua estabilidade. Assim, referencia-se em autores da cognição, para a análise da progressiva construção do significado em busca da obtenção da aprendizagem, com compreensão.

2. Reflexões Teóricas do Desenvolvimento do Conceito e Definição em Matemática

2.1 A atividade mental e a construção da linguagem

Parte-se da premissa que conceito e definição guardam uma relação estreita com a linguagem. O estudo da genética do pensamento acontece com a atividade mental e da linguagem, observando uma relação flexível, descontínua e variável. O desenvolvimento destas grandezas, linguagem e pensamento, têm movimento não linear ora convergindo, ora divergindo, se encontram, se distanciam. Assim, Vigotsky (2009), constata haver uma etapa pré-fala no desenvolvimento destas dimensões, e uma etapa pré-intelectual no desenvolvimento da fala. Desta forma, pode o pensamento se tornar verbal e a fala intelectual. Há uma relação entre

pensamento e linguagem como dois círculos que se cruzam, mostrando que em uma parte desse processo os dois fenômenos coincidem, formando o chamado campo do “pensamento verbalizado” (Vigotsky, 2009, p.139). (Grifos do autor).

O significado da palavra se encerra no pensamento verbalizado. Mas este pensamento não esgota todas as formas de pensamento nem de linguagem. A linguagem humana surge da demanda de comunicação na efetividade do trabalho que se realiza com o pensamento concreto, isto é, tipo de pensamento utilizado como meio para algum fim, mas o pensamento é abstrato quando é instrumento somente para pensar.

A linguagem oral e escrita dos estudantes, como fins práticos e sociais, se converte numa ferramenta consciente para a mobilização do conhecimento, a apoiar a atividade mental que se efetiva no ato de pensar.

Assim, o pensamento verbal encerra e integra os processos intelectuais bem como as funções verbais, pela palavra.

A palavra desprovida de um significado não é palavra, é um som vazio. Logo, o significado é um traço constituído indispensável da palavra. É a própria palavra vista no seu aspecto interior (Vigotsky, 2009, p.298).

Mas o significado da palavra é mutável e se desenvolve, sofre modificações num constante devir. Na linguagem falada a compreensão é construída com palavras e combinações. Já no discurso escrito, há uma ausência do interlocutor, e se exige o uso de muitas palavras e suas combinações em relação à linguagem falada. Há dois tipos de linguagem exercida por um sujeito: a interior ou interna orientada para si, acontecendo a partir de condições internas do indivíduo, com autonomia, isto é, um plano interior do pensamento verbal a mediar a relação entre pensamento e palavra; a exterior ou externa orientada para fora, especialmente no exercício social da comunicação.

[...]generalização e significado da palavra são sinônimos. Toda generalização, toda formação de conceitos é um ato mais específico, mais autêntico e mais indiscutível do pensamento (Vigotsky, 2009, p.398).

Segundo o mesmo autor, a fase dinâmica do processo de educação muito tem sido determinada como ir do conceito para o abstrato por meio dos signos: gestos, imagens visuais, que se constituem como linguagem. Os símbolos são veículo para fixar e facilitar o trânsito dos significados.

Piaget (1987) entende o declínio da linguagem egocêntrica da criança e sua transformação para linguagem interna do adulto, a qual é muda, silenciosa, diferentemente da linguagem externa, para outros, com finalidade de comunicação. A diferença da linguagem interna e externa é pela ausência da vocalização. Segundo Vigotsky (2009, p.457), “*falamos primeiro para nós mesmos e depois escrevemos: aqui estamos diante de um rascunho mental*”. Este “rascunho mental” é a linguagem interior, e a linguagem falada está na intermediação da linguagem escrita e a linguagem interior.

Ao processar a cognição, o homem ser inteligente e de linguagem, constrói internamente suas ideias, num processo de interiorização com apropriação e, as comunica servindo de interações e intercomunicações sociais, via linguagem.

Ausubel, segundo Moreira (2011), na facilitação da aprendizagem significativa elegeu como base estruturante a linguagem, usando a terminologia “aprendizagem verbal significativa”. A capacitação dos significados exige diálogo, assim, o estudante deve exteriorizá-los. Na relação da linguagem e aprendizagem significativa, se tem

o homem vive na linguagem. Portanto, a linguagem é essencial na facilitação da aprendizagem significativa. As palavras são o signos lingüísticos e delas dependemos para ensinar qualquer corpo organizado de conhecimentos em situação formal de ensino que é a proposta subjacente à teoria de aprendizagem significativa. MOREIRA(2011, p. 49).

2.2 O Conceito – sua elaboração (gênese) e seu desenvolvimento

Com a função social da linguagem desenvolvida, a primeira etapa da evolução do conceituar, a partir dos primeiros rudimentos da compreensão da relação entre signo e significado e, da constatação que qualquer objeto tem seu próprio nome, pode ser considerada a função de “nomear”, como início do processo de aprender a lidar com os conceitos. Nomear, então, é uma atividade que requer a compreensão da linguagem em uma rede de associações na mente a partir das imagens semióticas das palavras. O pensamento verbalizado é ativado passando das formas inferiores e primitivas de generalização às formas superiores, a se consolidar nos conceitos abstratos.

Dewey (1960) apresenta a natureza dos conceitos, a partir do significado analisado em duas fases: significado como possibilidade duvidosa, hipotética; significado como propriedades das coisas e dos fenômenos. Desta forma, os conceitos são modelos de referência ou ainda, segundo o mesmo autor “significados estandardizados”.

Os conceitos têm a capacidade de generalizar, para ampliar e transferir nossa compreensão de uma coisa a outra;..., representam uma totalidade de classe do conjunto de coisas, ..., possuem um significado estabilizado e permanente em diferentes contextos (Dewey, 1960, p. 134).

Numa interpretação pragmatista, Dewey (1960, p. 137), define “educação, em seu aspecto intelectual como aquisição de uma ideia a partir da experiência”. E da experiência para o projeto.

Segundo o mesmo autor, os conceitos são a intelectualização da experiência obtida da prática e pela aplicação. A generalização consiste na aplicação de uma proposição em novos casos e nas partes constitutivas de um todo configurando a análise e a síntese, numa sistematização da experiência. Entretanto, a elaboração conceitual não é a mesma para aquisição de uma habilidade, esta tida como mais próxima à formação de procedimentos.

Um conceito não se forma apenas com a memorização de palavras e sua associação, mas pelo *surgimento de um problema* ou como ponto de partida de uma proposição, de uma atividade inquisidora ao sujeito da experiência.

A questão central, fundamental, vinculada ao processo de formação do conceito e ao processo de atividade voltada para um fim, é o problema dos meios através dos quais se realiza essa ou aquela operação psicológica, essa ou aquela atividade voltada para um fim (Vigotsky, 2009, p. 161).

Na aquisição do conceito acontecem “as explicações, que são reformulações das experiências aceitas por um observador” Maturama (2002, p. 29). Segundo o mesmo autor, o ato de explicar e a explicação se referem ao interlocutor que aceita a explicação. A ciência é um modo de explicar, e a ação do cientista é a maneira de explicar, com critérios aceitáveis pelos outros. No ato de conceituar se tem a explicação.

Os conceitos podem ser caracterizados por cotidianos, científicos, empíricos, concretos e abstratos. Essa tipologia classifica os conceitos numa primeira classe por sofisticados, sistematizados, formatados; e numa segunda classe por conceitos simples, cotidianos, assistemáticos, não formatados. Gerhardt (2010).

Já Piaget (1987), diferencia os conceitos por espontâneos (cotidianos) e não espontâneos (escolares). Em ambos acontece a atividade de categorizar e padronizar. “A capacidade de categorizar emerge naturalmente da nossa habilidade de construir múltiplas representações de experiência”, Gerhardt (2010, p. 252). A mesma autora preconiza que os conceitos são artefatos semióticos.

Promover uma didática da Matemática privilegiando o trabalho com conceitos requer a criação de um espaço de trabalho pela “atividade”, mobilizando os estudantes para ação, substituindo a passividade da pedagogia tradicional da aula verticalizada do vetor professor → aluno.

O professor de matemática, diferente do matemático que busca um nível superior de abstração e generalidade, apresenta ao estudante uma situação ou espaço de situações-problemas, segundo Vergnaud, citado por Pais (2001), para ativar a capacidade dos alunos a realizar procedimentos de aprendizagem, substituindo a memorização ou adestramento com fórmulas e algoritmos.

Para conceituar, o professor apresenta situações matemáticas e não matemáticas da vida real, das ciências e da tecnologia propondo o uso de analogias e metáforas, sempre associadas à resolução e análise de problemas, fomentando a atitude heurística do

estudante. Esta abordagem de situações no interior da Matemática é a “intramatemática”, e, de situações, não específicas matemáticas, da realidade vivida, das ciências físicas, biológicas entre outras, e a tecnologia, é a “interdisciplinaridade”. A abordagem didática da interdisciplinaridade permite matematizar uma situação e oportuniza a prospecção do conceito com diversidade analítica e, busca de síntese em campos vivos e dinâmicos de aprendizagem, concordando com Pais(2001),

segundo nossa interpretação, a teoria dos campos conceituais permite perceber a complexidade pertinente à cadeia de formação de conceitos. A realização dessa síntese é um procedimento racional criativo, e por mais que envolva uma dimensão social, exige uma efetiva participação do sujeito (Pais, 200, p.61).

Com recursos da Informática pode-se ter a dimensão conceitual com a manipulação de um Objeto de Aprendizagem - OA, definido por Willie (2000), como entidades digitais a serem utilizadas, reutilizadas no processo de aprendizagem apoiado pela tecnologia. Com um OA, o professor prepara um material de apoio, a ser manipulado pelo estudante com possibilidade de apresentar uma série de situações de maneiras diversificadas conduzindo a um contexto, a estimular a reflexão num processo contínuo de mobilização e facilita o trabalho com o conceito.

O professor cria estratégias, questionamentos, para que o aluno com apoio de um recurso informatizado busque explicações e respostas às questões levantadas, identificando as variáveis, as invariantes e os parâmetros nos problemas, com possibilidade da geração de um conceito. O professor tem como espaço de trabalho, um momento anterior a aula como grande ação pedagógica na elaboração do OA, o qual exige poder de criatividade do docente para propor atividades exploratórias guiadas ou não em direção à busca da compreensão dos conceitos. Nesta atividade, se explora situações matemáticas, analogias, metáforas e também situações em outras áreas de conhecimento com problemas a configurar pequenas modelagens, com o uso de software ou, outros recursos digitais, a favorecer a diversificação, a flexibilização e a dinamicidade proporcionada pela Informática. No trabalho com o OA, o professor é um mediador na interação do estudante com a tecnologia, no trabalho com o saber matemático implícito no contexto apresentado ao estudante pelo OA.

2.2 - A Definição

As verdades ou as proposições aceitas como premissas verdadeiras são os axiomas e postulados. Já a definição é uma explicação, exposição ou uma descrição propositiva. Definições, axiomas e postulados edificam parte da estrutura científica da Matemática, completada pelas demonstrações. Num processo recursivo, todos os teoremas já demonstrados passam também a constituir hipótese de futuros teoremas. Axiomatizar, definir e demonstrar são ações estruturantes da Matemática.

O conceito implícito na definição se reveste de uma formalização, com o uso de uma linguagem própria e específica a cada ciência. Então, no caso da Matemática, como em toda ciência, a definição é formulada com uma simbologia, criada por uma convenção, com normas e particularidades de expressão. Para lidar com as proposições matemáticas, implícitas nas definições, é necessário entender o significado das variáveis (dependentes e independentes), de parâmetros, dos coeficientes, das relações expressas, do conteúdo e do contexto.

A definição formulada, apenas algebricamente, sem ilustração com referentes (gráfico, diagrama, figuras, tabelas), e descritiva com o apoio da língua natural, que por mais completa e abrangente em relação ao conceito a expressar, pode não favorecer o descortinar, o explicitar e o fluir deste mesmo conceito.

Então, se requer uma aproximação e um desvelar do conceito, como pré-requisito do ato de definir. Que a definição aflore, e se mostre após a aquisição conceitual pelo estudante, isto é, que o ato de conceituar preceda ao ato de definir. Assim, ao processar a definição, pelas representações utilizadas, pode ser gerado um espaço no qual os elementos constituintes do conceito se explicitam e, se mostram com possibilidades de serem melhor assimilados.

A definição pode ser segundo Dewey (1960), de três tipos: denotivas, expositivas e científicas. Para as denotivas ou indicativas busca-se a qualidade da proposição a definir, que somente será identificada por ações da experiência, segundo o mesmo autor. As definições expositivas derivam de combinações e variações imaginativas, ou ilustrações. Já as definições científicas segundo Dewey (1960, p.143), “selecionam condições de causa/ação, produção e geração como características materiais”. As definições científicas diferem das definições populares que simplesmente fazem uma enunciação, não ajudando

segundo o mesmo autor, a compreender porque um objeto tem seus significados e qualidades comuns.

Na Matemática, as definições do tipo expositivas e denotativas referem-se mais a parâmetros definidores e determinantes da compreensão conceitual implícita na definição científica, esta que se refere a formalização e ao rigor.

Em suma, definição expressa um conceito, a partir de uma linguagem própria e simbólica de uma ciência.

2.4 Conceituar e Definir

As situações didáticas no ensino de Matemática, selecionadas com o intuito de ativar a estrutura cognitiva as quais o professor envolve os estudantes, quando de temáticas problematizadas da vida real, da tecnologia, de questões qualitativas dos fenômenos naturais ou artificiais em diversas áreas como Física, Química, Biologia, Economia, Engenharia, entre outras, trazem o conceito a ser estudado e, conseqüentemente, favorecem as condições de acesso ao saber escolar e científico. Este acesso se faz por aproximações, analogias, comparações, imitações, levantamento de conjecturas e hipóteses, essas duas últimas a serem justificadas mais tarde.

A partir da compreensão conceitual o estudante pode alcançar níveis satisfatórios de generalidades e abstração, e então formular a definição. Aprender um conceito requer, pela didática, um planejamento de situações variadas que privilegiem o trabalho com significados ao nível sensível e perceptível do estudante.

Esta ação, com estratégias numa dinâmica evolutiva de passos, etapas, idas e vindas em movimento, é que Pais (2001, p. 58) denomina de “estado de devir”, no sentido de que, no plano subjetivo, sempre é possível descortinar novos horizontes na compreensão de um conceito.”

Na perspectiva da elaboração de conceito, Duval (2003), pela via do trabalho com situações, traz a necessidade de a atividade matemática desenvolver uma diversidade de registros de representação semiótica, sendo que a variedade de registros conduz à aprendizagem.

Duval (2003) defende que “podemos” conjecturar o seguinte: "a compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas”.

E define dois tipos destas representações: tratamento (permanecendo no mesmo sistema) e conversão (mudando de sistema, mas conservando referência aos mesmos objetos).

Se conceituar, em Matemática, é uma atividade de compreensão do objeto em estudo e da criação subjetiva de significados pelo estudante, definir é, pela formalização manipular símbolos, registros, sinais da linguagem específica da área de conhecimento, na qual está imersa o objeto matemático, o conceito em estudo.

3. Aprendizagem, aquisição e retenção conceitual

A aprendizagem com compreensão exige do estudante uma postura frente ao objeto de estudo, buscando um posicionamento reflexivo e crítico, diferentemente do uso exclusivo da memória na aprendizagem mecânica. Desta forma,

a aprendizagem conceitual ocorre quando o sujeito percebe regularidades em eventos ou objetos, passa a representá-los por determinado símbolo e não mais depende de um referente concreto do evento ou objeto para dar significado a esse símbolo. Trata-se, então, de uma aprendizagem representacional de alto nível, Moreira(2011 p. 38 e 39)

Ausubel, citado por Moreira (2011), define 3 (três) tipos de aprendizagem significativa: representacional que enfatiza as representações; a conceitual que trabalha a criação e o desenvolvimento dos conceitos; a proposicional que privilegia as proposições.

As estratégias e os instrumentos facilitadores do trabalho conceitual compreendem representações e proposições numa completa integração. Aprender um conceito requer a representação e a construção e manipulação de proposições, como potenciais facilitadores da aprendizagem. A avaliação do ato de conceituar passa pela compreensão, isto é, a captação do significado e capacidade de transparência dos saberes conceituais em situações novas.

Desta forma, a mobilização e a transferência do significado em Matemática podem acontecer de duas formas:

- na **intramatemática**, isto é, na interação e integração conceitual no trabalho dos diversos compartimentos da Matemática: álgebra/aritmética, geometria/álgebra, cálculo/aritmética entre outros;

- na **interdisciplinaridade** da Matemática com outras disciplinas como a Física, Química, Biologia, Economia entre outras.

Então, a aquisição do conceito, requer um movimento como espiral, evolução em níveis cada vez superiores em relação aos primeiros, e da recursividade para constituição de níveis progressivos e hierárquicos, mas sem linearidade e ordem rigorosa. A aprendizagem conceitual ao ir à fonte das proposições, ideias, modelos matemáticos e das outras disciplinas correlatas a mesma, na relação “intra” e “inter”, traz facilitação para uma nova postura frente ao saber conceitual para um desenvolvimento cognitivo, diferentemente de uma retenção superficial, que elege a memória, sem assimilação.

As relações de atividades de investigação e colaborativas potencializam o intercâmbio, a negociação dos significados para a compreensão conceitual, que é uma ação social a se realizar na interação social e da cultura.

4. Experiências didáticas da prática educativa e da pesquisa com a atividade conceitual

Objetivar a teoria, seja na dialética do trabalho docente em sala de aula de matemática, hoje presencial ou virtual, seja na pesquisa em temas da educação matemática é condição de melhoria da prática educativa e do ensino de Matemática.

Assim, na defesa do trabalho conceitual, como condição de uma aprendizagem com compreensão, apresentam-se experiências de metodologias de ensino e da pesquisa com o conceito em Matemática.

4.1 Experiências didáticas

Com base nos referenciais tratados na exposição teórica se têm da experiência do autor deste texto, na prática de duas disciplinas algumas reflexões teóricas, buscando os (1) parâmetros de Duval (2003) quanto a mudança de registro para a conversão na análise do objeto, sob várias interpretações algébricas e geométricas; (2) os parâmetros de Ausubel, segundo Moreira (2011), quanto a utilização dos conhecimentos prévios no atingimento da aprendizagem significativa; (3) os parâmetros de Vigotski (2010) e Wallon (2008) quanto a diversificação da linguagem na elaboração das representações no processo interiorização/exteriorização do pensamento.

Uma disciplina é a Geometria Analítica, a qual pode ser desenvolvida com múltiplas e diversas atividades da intra-matemática, segundo Laudares (1987), na integração de registros semânticos da geometria e da álgebra. Trabalhar a Geometria Analítica estreita e reduzida à álgebra das equações, sem o traçado das figuras geométricas inerentes à situação estudada e ou problematizada não se atinge o objetivo desta disciplina. Cada problema, situação, proposição há de ter tratamento integrado equação/figura, álgebra/geometria, isto coerente a Pais (2001), ao afirmar que o conceito se constrói com diferentes situações.

Outra disciplina é das Equações Diferenciais em cursos da área Exata que passa por mudanças significativas privilegiando no seu Plano de Ensino o trabalho com os modelos de resolução das equações, bem como, o estudo de fenômenos a serem problematizados com o emprego das Equações Diferenciais. Assim, o uso de softwares facilita uma diversificação de tratamentos dos modelos em diversas situações, podendo variar os parâmetros, as condições iniciais e de contorno para melhor análise qualitativa do fenômeno em estudo. Os modelos das equações e dos gráficos tratados integradamente e, sendo relacionados, permitem uma diversificação de análises, em diferentes situações, com a ferramenta computacional.

4.2 Experiências de pesquisas

Ao definir o objeto das pesquisas em orientação pelo autor deste texto, considera-se o trabalho com o conceito uma prioridade para investigação. Desta forma, consoante se defende a abordagem da interdisciplinaridade como facilitadora à construção do conceito, a qual traz para o ensino da Matemática o estudo de uma situação na qual se problematiza a realidade ou a ciência ou a tecnologia com a finalidade da elaboração de um conceito matemático.

Seguem 3 (três) pesquisas nesta direção. A primeira é quanto ao desenvolvimento conceitual de Limite, Derivada e Integral, que foram o objeto de pesquisa de Mestrado Vaz (2010), a qual definiu como sujeitos professores de Cálculo e de disciplinas tecnológicas de Cursos de Engenharia.

Com base na teoria de Duval (2003) relativa à compreensão em Matemática com o uso de diferentes registros de representação semiótica, a pesquisadora, definiu baseado em Pais (2001), sua metodologia procurando, na observação das aulas, e, em entrevistas, semi-

estruturadas, identificar como os docentes tratavam o estudo de Limite, Derivada e Integral, quanto ao tratamento conceitual na dialética com o cálculo operacional, este com a utilização de fórmulas e algoritmos.

Já na pesquisa de Mestrado de Oliveira (2010), o mesmo elaborou, de forma colaborativa com os seus sujeitos, um Objeto de Aprendizagem – OA, para a descoberta do conceito de cônicas, sem a definição da cônica como lugar geométrico e, sem o tratamento algébrico, isto é, não utilizou nem deduziu as equações das cônicas. Privilegiou-se a descoberta guiada com uso do SOFT GEOGEBRA.

Outra pesquisa do desenvolvimento e retenção conceitual teve o objeto: “taxa de variação relacionada”, com investigação da derivada, que é interpretada como uma taxa de variação, para o entendimento do movimento na dinâmica de situações. Foi construído um OA, cuja parte de Informática foi programada com um SOFT na linguagem FLESH. Na integração da Matemática com a Física, os problemas trabalhados foram os de Física, que exigiram o tratamento do fenômeno físico, por meio da derivada e da regra da cadeia (derivada de função composta).

Em suma, ensino e pesquisa se complementam, com resignificações, em via de mão dupla, e de forma integrada na consecução da aprendizagem com compreensão dos conceitos.

5. Considerações Finais

O estudo da Matemática com compreensão passa pelo trabalho conceitual integrado ao desenvolvimento procedimental das fórmulas e dos algoritmos. Formalizar a definição, antes do entendimento conceitual, pode trazer a aprendizagem mecânica e de memória que se extinguirá em pouco tempo, sem possibilidade de assimilação. Pesquisas e experiências didáticas podem contribuir com parâmetros para uma aprendizagem eficaz.

Finalmente, a compreensão conceitual está associada à flexibilidade de diferentes representações e trabalho com situações diversificadas, e só acontece, se na prática educativa, o professor trabalhar com atividades que proporcionem esta metodologia.

6. Referências

DEWEY, John. **Cómo pensamos**. Barcelona, Espanha: Editorial Paidós. 1960.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano**. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

GERHARDT, Ana Flávia L. M. **Integração, formação de conceitos e aprendizado**. Revista Brasileira de Educação. V.15; No 44. Págs 247 -263. Maio/Agosto. 2010.

LAUDARES, João Bosco. **Educação Matemática**. Belo Horizonte: Ed. CEFET/MG. 1987.

MATURANA, Humberto. **Cognição, Ciência e vida cotidiana**. Belo Horizonte: Ed. UFMG, 2001.

MOREIRA, Marco Antônio. **Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares**. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

OLIVEIRA, Adilson Lopes. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais . **Objetos de aprendizagem para desenvolvimento de habilidades de visualização e representação de seções cônicas: atividades para o ensino médio** Dissertação de Mestrado. 2010.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da matemática**. Belo Horizonte: Autêntica. 2001.

WALLON, Henri. **Do ato ao pensamento**. Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes 2008.

VAZ, I. C. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. **Os conceitos de Limite, Derivada e Integral em livros didáticos de Cálculo e na perspectiva de professores de Matemática e de disciplinas específicas em cursos de Engenharia**, 175p, il. Dissertação (Mestrado). 2010.

VIGOTSKI, Lev Semenovich. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Editora WMF Martins Fortes. 2009.