

O CONCEITO DE FUNÇÃO NOS CADERNOS DO PROFESSOR E DO ALUNO DA REDE ESTADUAL DE ENSINO DE SÃO PAULO: UMA ANÁLISE À LUZ DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Bruno Luiz Freire

UFSCar

Bruno.luiz.freire@gmail.com

Rogério Fernando Pires

PUC-SP/UFSCar

rjpires25@hotmail.com

Resumo:

O presente trabalho mostra um estudo realizado nos cadernos (apostilas) de Matemática das três séries do Ensino Médio que são utilizadas pelos alunos e professores da rede estadual de Ensino de São Paulo, que abordam o conceito de função. O estudo de caráter bibliográfico teve por objetivo fazer uma análise nesse material apoiada na teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, procurando evidenciar os diferentes tipos de registros de representação que são utilizados nas atividades que envolvem o conceito de função, como também, as transformações de registros necessárias para a realização de tais atividades e, ainda, a incidência dos fenômenos de congruência e não congruência. Os resultados apontam que os cadernos abordam de maneira equilibrada os registros na língua natural, algébrico, gráfico e tabular, havendo uma grande incidência da transformação do tipo conversão e uma predominância do fenômeno de não congruência.

Palavras-chave: Registros de Representação Semiótica; Material Didático; Função.

1. Introdução

O conceito de função é um dos assuntos da disciplina de Matemática mais abordado na Educação Básica, principalmente no Ensino Médio. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1998), as noções referentes a tal conceito, podem ser introduzidas já no Ensino Fundamental de maneira pouco formal sem a utilização de definições, cabendo assim ao Ensino Médio um estudo mais aprofundado.

A partir de 2008, a rede estadual de ensino de São Paulo vem implementando uma série de ações que são frutos da reestruturação curricular que ocorreu em toda rede. Uma dessas ações, foi a publicação e distribuição de cadernos (apostilas) referentes aos conteúdos previstos no novo currículo implementado em 2008 para professores e alunos.

Ao fazer uma análise prévia nos cadernos de Matemática distribuídos aos professores e alunos da rede, percebemos que o estudo das funções está presente no material das três séries do Ensino Médio, sendo assim, o conteúdo de Matemática mais abordado nesse nível de ensino na rede estadual de São Paulo.

De acordo com o censo escolar (INEP, 2011) cerca de 90% dos estudantes da Educação Básica brasileira estão na rede pública de ensino e, considerando que no Estado de São Paulo a maior parcela das instituições públicas de ensino que oferecem o Ensino Médio, são administradas pelo governo do estado. Então, ao considerar o público que esse material é destinado, entendemos que uma análise fundamentada na teoria dos Registros de Representação Semiótica, poderia nos ajudar a encontrar pistas que nos possibilitassem entender como o conceito de função é apresentado aos alunos do Ensino Médio dessa rede de ensino.

Nesse sentido, o estudo aqui relatado teve por objetivo realizar uma análise nos cadernos de Matemática do professor e do aluno da rede estadual de ensino de São Paulo, procurando evidenciar os diferentes tipos de registros de representação que são utilizados nas atividades propostas por esse material referentes ao conceito de função, na tentativa de trazer à tona indícios que possibilitassem responder os questionamentos que motivaram nossa investigação, com vistas a atingir nosso objetivo. Sendo assim, as questões que nortearam nosso estudo foram:

- Quais registros de representação são privilegiados nas atividades envolvendo o conceito de função que estão presentes nos cadernos do professor e do aluno do Ensino Médio da rede estadual de ensino de São Paulo?
- Essas atividades privilegiam o tratamento ou a conversão entre os diferentes registros de representação?
- Nas atividades presentes nesse material, é possível observar uma maior incidência dos fenômenos de congruência ou de não congruência?

Na tentativa de responder tais questões com a finalidade de alcançar nosso objetivo, buscamos subsídios na teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, que trata da importância da variedade de registros e da coordenação entre eles nas atividades matemáticas.

Sendo assim, realizamos nos cadernos de Matemática do professor e do aluno do Ensino Médio uma análise pautada em tal teoria, procurando evidenciar se as atividades propostas nesse material privilegiam as transformações entre os diferentes registros de

representação de uma função e, qual tipo de transformação essas atividades priorizam os tratamentos ou as conversões e, ainda, a incidência dos fenômenos de congruência e não congruência.

2. Fundamentação teórica

As questões relacionadas ao conhecimento humano estão diretamente ligadas ao objeto de conhecimento e suas representações. Muitas vezes tidas como “imitações” do objeto, as representações são confundidas com o próprio objeto, gerando o que aqui chamamos de “dualidade entre objeto e representação”.

Na Matemática essa dualidade pode acontecer com frequência, o que provavelmente trará dificuldades na compreensão dos conceitos, podendo causar limitações no processo de ensino e aprendizagem. É muito comum alunos e até mesmo professores referir-se a “ $f(x) = 2x+2$ ” como sendo uma função e não a representação algébrica da mesma.

Diferentemente de outras áreas do conhecimento na Matemática, as representações assumem um papel fundamental na constituição dessa ciência, uma vez que todos os objetos de conhecimento da ciência em questão são abstratos e que só conseguimos manipular suas representações, sendo, portanto, essencial conhecer as diversas representações de um mesmo objeto.

Quanto a dualidade entre objeto e representação, Duval enfatiza:

O primeiro esquema de análise do conhecimento se desenvolveu com base na oposição epistemológica entre a representação de um objeto e o objeto representado. O conhecimento começa quando não adotamos mais a representação do objeto no lugar do próprio objeto. (2011, p. 16-17).

Nesse sentido, entendemos que o conhecimento é construído a partir do momento que o indivíduo não confunde a representação de um objeto com o próprio objeto e compreende que as representações são meios de acesso aos conhecimentos relacionados ao objeto em questão. Em outras palavras, o conhecimento aflora quando o indivíduo se depara com a representação do objeto e sabe que está em contato com uma representação e não com o próprio objeto.

Existe uma diferença fundamental entre os objetos e suas representações, é que diferentemente dos objetos as representações podem variar segundo o ponto de vista e o sistema utilizado para reproduzir a representação. Parafraseando Duval (2011), o objeto surge como invariante de suas inúmeras representações, possibilitando assim, uma

compreensão do objeto de diversos pontos de vista, permitindo ao indivíduo a exploração das diversas características que estão relacionadas a esse objeto.

Frequentemente estamos em contato com as representações dos objetos, sejam elas expressões algébricas de funções ou as representações de outros objetos matemáticos ou não. A grande diversidade dessas representações pode configurar um elemento facilitador na compreensão das propriedades relacionadas ao objeto, mas também pode limitar a compreensão uma vez que o objeto seja confundido com sua representação.

Para Duval (2003), aprender Matemática está condicionado ao ato de representar, tratar e converter registros de representação semiótica num determinado nível cognitivo. Ele ainda salienta que a abordagem cognitiva tem por finalidade, em seu início, procurar descrever o funcionamento cognitivo que possibilite ao aluno compreender, efetuar e controlar, ele próprio, a diversidade do fazer matemático (atividade matemática) que lhe é proposto em situação de aprendizagem.

Partindo dessa perspectiva, entendemos que a apropriação de um conceito matemático por parte do aluno deva acontecer de forma que ele construa seus conhecimentos de maneira global, privilegiando os diferentes registros de um mesmo objeto para que não se corra o risco dele confundir o objeto de estudo com a sua representação.

Nesse sentido, Duval destaca que:

A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na disponibilidade de trocar a todo momento de registro de representação. (2003, p.14).

A evolução do pensamento matemático ao longo da história é um bom exemplo dessa mobilização simultânea dos registros de representação, um conceito só pode ser desenvolvido em sua plenitude com a mobilização de uma diversidade de representação que possibilitou uma visão ampla e esclarecida do assunto, viabilizando os processos de demonstração e argumentação. É dessa maneira que acreditamos que o processo de ensino e aprendizagem também deva ocorrer, pois o estudante só terá domínio do conceito estudado se mobilizar os diversos registros referentes ao objeto matemático em questão e, ainda, ser capaz de realizar a troca de registro toda vez que necessário. Só assim, é que o estudante terá condições de compreender as demonstrações, resolver os diversos problemas propostos e ganhará poder para argumentar matematicamente.

Na realização das atividades matemáticas, algumas transformações são realizadas com o intuito de compreender melhor a atividade proposta e realizá-la da maneira mais satisfatória possível. Contudo, essas transformações de acordo com a teoria dos Registros de Representação Semiótica são classificadas de duas maneiras, o tratamento que é uma transformação dentro de um mesmo sistema de registro, ou seja, uma transformação interna em que o sistema inicial é preservado. O outro tipo de transformação é a conversão, que consiste numa mudança de sistema (registro), conservando o objeto matemático, ou seja, o registro de partida após esse tipo de transformação não é o mesmo que o de chegada, apenas o objeto matemático é preservado.

As transformações de conversão consistem em mudar o conteúdo da representação, mas conservando-se a referência aos mesmos objetos, como é o caso da representação gráfica da reta a partir da sua equação. Porém, esta mudança

(...) enfrenta os fenômenos de não congruência. Isso se traduz pelo fato dos alunos não reconhecerem o mesmo objeto através de duas representações diferentes. A capacidade de converter implica a coordenação de registros mobilizados. Os fatores de não congruência mudam conforme os tipos de registro entre os quais a conversão é, ou deve ser, efetuada (DUVAL, 2003, p.15).

Nesta perspectiva, convém ressaltar que uma conversão é congruente quando acontece de maneira quase que imediata, sendo possível observar em ambos os sentidos da conversão uma correspondência termo a termo entre as unidades significantes de partida e de chegada. Agora quando a conversão não acontece dessa maneira, sendo que as unidades significantes não são suficientes para efetuar a conversão de maneira imediata, ocorre o fenômeno de não congruência.

Portanto, para determinar se duas representações são congruentes ou não, é necessário segmentá-las em unidades significantes de tal forma que seja possível colocá-las em correspondência, sendo possível analisar o custo cognitivo exigido pela atividade proposta.

3. Procedimentos metodológicos

O presente estudo é de caráter bibliográfico, que de acordo com Gil (2009, p. 44) é desenvolvido com base em material já elaborado. É um tipo de pesquisa que tem por objetivo conhecer as diferentes contribuições científicas disponíveis sobre determinado tema e, que abrange a leitura, análise e interpretação de livros, periódicos, artigos

científicos, ou seja, uma investigação que tem como fonte de coleta de dados materiais já publicados.

Do ponto de vista metodológico trabalhamos com dois tipos de publicação, os cadernos do professor e do aluno do Ensino Médio que abordam o conceito de função. Portanto, analisamos quatro cadernos do professor e quatro do aluno, sendo que dois são destinados a 1ª série do Ensino Médio, um a 2ª série e um voltado para a 3ª série.

Pelo fato de trabalharmos com dois materiais distintos, um destinado ao professor e outro voltado para o aluno, o material analisado inicialmente foi dividido em duas categorias (caderno do professor e caderno do aluno). Porém, esses cadernos contemplam as três séries do Ensino Médio, então, cada uma das categorias apresentou três subdivisões de acordo com a série que cada caderno é destinado.

Como os cadernos no decorrer das três séries do Ensino Médio contemplam as funções afim, quadrática, exponencial, logarítmica e periódica, então em cada uma das subcategorias presentes nas duas categorias maiores (caderno do professor e caderno do aluno) analisamos cada um desses tipos de função.

O quadro a seguir mostra de maneira geral como estruturaremos as categorias para analisar o material em questão.

Quadro 1: Estruturação das categorias para análise dos cadernos

Caderno do Professor	Caderno do Aluno
1ª Série <ul style="list-style-type: none">▪ Função afim▪ Função quadrática▪ Função exponencial▪ Função logarítmica▪ Funções periódicas	1ª Série <ul style="list-style-type: none">▪ Função afim▪ Função quadrática▪ Função exponencial▪ Função logarítmica▪ Funções periódicas
2ª Série <ul style="list-style-type: none">▪ Função afim▪ Função quadrática▪ Função exponencial▪ Função logarítmica▪ Funções periódicas	2ª Série <ul style="list-style-type: none">▪ Função afim▪ Função quadrática▪ Função exponencial▪ Função logarítmica▪ Funções periódicas
3ª Série <ul style="list-style-type: none">▪ Função afim▪ Função quadrática▪ Função exponencial▪ Função logarítmica▪ Funções periódicas	3ª Série <ul style="list-style-type: none">▪ Função afim▪ Função quadrática▪ Função exponencial▪ Função logarítmica▪ Funções periódicas

Respaldados nas teorias dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval e, seguindo a organização dos dados que foi apresentada anteriormente é que realizamos a análise dos cadernos de Matemática do professor e do aluno das três séries do Ensino Médio que abordavam o conceito de função. Os resultados de tal análise serão apresentados e discutidos a seguir.

4. Resultados e discussão

Foram analisadas 233 atividades que estão distribuídas em quatro cadernos, sendo dois deles destinados a 1ª série do Ensino Médio, um voltado para a 2ª série e um destinado a 3ª série desse mesmo nível de ensino. Vale a pena ressaltar que tal análise foi realizada em dois tipos de publicações, como dissemos anteriormente ao apresentar a metodologia aplicada para o desenvolvimento da pesquisa. Porém, ao analisarmos os materiais, constatamos que ambos abordam as mesmas atividades, diferindo apenas nas orientações para sua utilização e nas sugestões para realização das atividades que estão presentes apenas nos cadernos destinados ao professor. Portanto, a partir de agora quando mencionarmos o termo “caderno” estamos nos referindo a ambos os materiais, tanto o caderno do professor, quanto o do aluno.

Para cada uma das três séries do Ensino Médio, a Secretaria de Estado da Educação de São Paulo destinou quatro cadernos, que abordam os conteúdos referentes a cada um dos quatro bimestres em que o ano letivo é dividido. Sendo assim, o caderno I é referente ao 1º bimestre, caderno II ao 2º e assim sucessivamente.

Nos cadernos destinados a 1ª série do Ensino Médio, o conceito de função é abordado nos cadernos II e III. O caderno II apresenta 102 atividades referentes às funções afim e quadrática, sendo que 43 são referentes à função afim e 59 à função quadrática.

Das 102 atividades, em 81 delas, o principal registro presente em seus enunciados (registro de partida) é língua materna (língua portuguesa) e 21 delas apresentam como registro de partida uma expressão algébrica que chamamos de registro algébrico. Quanto aos registros exigidos para a realização das atividades (registro de chegada), das atividades presentes no caderno II da 1ª série, pudemos constatar que 14 exigem o registro em língua materna, 70 o registro algébrico, 2 o registro tabular e 20 o registro gráfico. Constatamos também, que menos de 2% dessas atividades exigem apenas um tratamento no registro de partida para sua realização, isso mostra que nesse caderno o tipo de transformação privilegiada é a conversão, o que vem ao encontro com os dizeres de Duval (2003) quando

afirma que se quisermos analisar o funcionamento cognitivo, as conversões devem ser observadas.

Ainda com relação as atividades presentes do caderno II da 1ª série, aproximadamente 3% delas apresentam o fenômeno de congruência, ou seja, a conversão acontece de maneira imediata, pois elas trazem uma correspondência termo a termo do registro de partida com o registro de chegada. Isso significa que a maior parte das atividades presentes nesse caderno conta com o fenômeno de não congruência, que de acordo com Duval (2003) exige um custo cognitivo maior por parte de quem vai realizar a tarefa.

O caderno III da 1ª série apresenta 25 atividades referentes ao conceito de função, sendo que dessas, 13 são referentes à função exponencial e 12 à função logarítmica. Dessas 25 atividades analisadas, todas elas apresentam a língua materna como registro de partida. Já o registro de chegada é a língua materna em 2 delas, o gráfico em outras 2 e o registro algébrico aparece como principal registro de chegada nas outras 21 atividades restantes. Nesse caderno, também pudemos verificar que todas as atividades exigem uma conversão para serem realizadas e que o fenômeno de não congruência está presente em todas elas. Apesar do registro de chegada das atividades apresentadas nesse caderno serem em grande maioria algébrico, acreditamos que isso não comprometa a aprendizagem, pois essas 21 atividades procuram dar um enfoque geral para o conceito e, se olharmos a forma como tal conceito é apresentado ao longo de todo material, podemos perceber um equilíbrio na presença dos diferentes registros de representação.

Na 2ª série do Ensino Médio, o conceito de função está presente no caderno I, que trata das funções periódicas, seno e cosseno. Nesse caderno, constatamos um total de 45 atividades, sendo que 20 são referentes à função seno, 20 a cosseno e 5 tratam das duas funções ao mesmo tempo.

Quanto aos registros envolvidos nas atividades presentes no caderno I da 2ª série, o registro na língua materna é o registro de partida em 10 atividades, o gráfico é o registro de partida em outras 15 atividades, o registro em forma de tabela está presente no enunciado de outras 10 atividades e o registro algébrico é o registro de partida de outras 10. Já o registro de chegada é um gráfico em 21 dessas 45 atividades, é algébrico em 21, é a língua materna em 2 e o registro tabular aparece como registro de chegada em apenas uma dessas 45 atividades. Já as transformações, elas são do tipo conversão em 41 atividades, sendo

todas essas não congruentes, e também, constatamos 4 tratamentos nos registros de partida para a realização das atividades.

O assunto funções aparece na 3ª série no caderno III, nele são abordadas as funções afim, quadrática, exponencial, logarítmica e periódica, com o objetivo de fazer uma revisão do assunto que foi estudado nas duas primeiras séries do Ensino Médio e também um aprofundamento do conceito. O caderno conta com 62 atividades, sendo que 3 são referentes à função afim, 5 à quadrática, 42 à exponencial, 5 à logarítmica e 7 às periódicas.

Com relação ao registro de partida das atividades presentes no caderno III da 3ª série, 25 estão na língua materna, 22 na forma de gráfico e 15 na forma algébrica. Já o registro de chegada 29 atividades exigem que esse registro seja dado na forma de um gráfico, 16 na língua natural e 17 em forma de uma expressão algébrica. Em todas essas atividades a transformação exigida é a conversão, em que prevalece o fenômeno de não congruência, exigindo por parte do estudante maior custo cognitivo.

5. Considerações finais

Após a apresentação dos dados coletados junto aos dois tipos de publicações, limitando-se ao nosso objetivo e as questões que nortearam a realização do trabalho em questão, com respaldo da teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval que sustentou nossa análise, nos sentimos confiante para apresentar algumas conclusões.

Quanto aos registros que são privilegiados nas atividades em resposta a primeira questão que norteou nossa investigação, tanto nos enunciados, quanto na realização das atividades, concluímos que o material aborda de maneira equilibrada os registros na língua materna, algébrico, gráfico e tabular. Apesar do registro na forma de tabela aparecer com menos frequência que os demais, acreditamos que isso aconteça pelo fato de que esse tipo de registro possa limitar o processo de aprendizagem, não permitindo uma exploração mais ampla do conceito de função como os outros registros aqui mencionados permitem.

Ressaltamos também, que a maior parte das atividades analisadas exige para sua realização pelo menos uma conversão, que na maioria das vezes apresenta o fenômeno de não congruência. Fato esse que consideramos umas das maiores potencialidades do material analisado, pois segundo a ótica da teoria dos Registros de Representação Semiótica são as conversões que dão suporte para uma análise do funcionamento cognitivo

do indivíduo. Isso a nosso ver, se analisado pelo professor durante o processo de ensino e aprendizagem ajudará a compreender as dificuldades apresentadas pelos alunos.

Contudo, salientamos que o fenômeno de não congruência presente na maior parte das conversões, pode de certa forma gerar algumas dificuldades para os alunos durante a realização das atividades, pois a nosso ver esse fenômeno deveria aparecer de maneira gradativa nas atividades, acompanhando os avanços do estudante durante o período em que está construindo os conhecimentos referentes ao conceito de função, coisa que não identificamos nesse material.

Em suma, as atividades que compõem o material analisado procuram explorar a diversidade de registros de cada um dos tipos de função por ele abordado, tanto nos enunciados das atividades, como na sua realização, proporcionando ao estudante a mobilização simultânea desses registros, criando condições favoráveis para a construção do conhecimento por parte do estudante, visando a quebra da “dualidade entre objeto e representação”. Porém, grande parte dessas atividades, em seus enunciados direciona o registro no qual os tratamentos devem ser realizados, ou seja, não oferecem ao estudante a opção da coordenação de mais de um registro, não permitindo que ele faça a escolha do registro que julgue mais adequado.

Todavia, não é nosso intuito aqui julgar se esse direcionamento de registro que as atividades apresentam em seus enunciados pode causar limitações ou não na aprendizagem dos estudantes, essa é uma questão que pode motivar futuras investigações.

6. Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

DUVAL, R. **Registros de representações semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão matemática**. In: MACHADO, S. D. A. (org.) *Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica*. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

_____. **Ver e ensinar matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representação semiótica**. In: Campos, T. M. M. (org). Trad.: Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4ª ed. São Paulo: Atlas, 2009.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA – INEP. **Dados do censo escolar 2011**. Disponível em: <<http://educacenso.inep.gov.br>>. Acesso em: 15 de abr. de 2012.

SÃO PAULO. **Caderno do professor**: Ensino Médio – 1ª série, v.2. São Paulo: SEE, 2009.

_____ **Caderno do professor**: Ensino Médio – 1ª série, v.3. São Paulo: SEE, 2009.

_____ **Caderno do professor**: Ensino Médio – 2ª série, v.1. São Paulo: SEE, 2009.

_____ **Caderno do professor**: Ensino Médio – 3ª série, v.3. São Paulo: SEE, 2009.

_____ **Caderno do aluno**: Ensino Médio – 1ª série, v.2. São Paulo: SEE, 2009.

_____ **Caderno do aluno**: Ensino Médio – 1ª série, v.3. São Paulo: SEE, 2009.

_____ **Caderno do aluno**: Ensino Médio – 2ª série, v.1. São Paulo: SEE, 2009.

_____ **Caderno do aluno**: Ensino Médio – 3ª série, v.3. São Paulo: SEE, 2009.