



## CONSTRUINDO OS CONCEITOS DE MEDIDA DE COMPRIMENTO E ÁREA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Viviane Raquel Backendorf  
Centro Universitário UNIVATES  
vrbackendorf@yahoo.com.br

### Resumo:

Durante o processo de ensino-aprendizagem ocorrem experiências positivas e negativas. A partir dessas, e da interação com os alunos, cria-se novas metodologias e experimenta-se para que a aprendizagem ocorra. No entanto, percebe-se inúmeras dificuldades apresentadas por alunos de Ensino Fundamental, Médio e egressos das escolas, relacionadas às grandezas e medidas, cujo tema esteve presente em algum momento de seu processo de escolarização. Em função disso, desenvolveu-se uma proposta de ensino apostando na construção dos conceitos de grandezas e medidas desde os primeiros anos do Ensino Fundamental. Apresento neste trabalho uma pesquisa desenvolvida com os alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, quando foram construídos vários conceitos sobre o tema medidas.

**Palavras-chave:** Ensino-aprendizagem de medidas; Construção de conceitos; Grandezas e medidas.

### 1. Introdução

Lecionando para as séries iniciais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio, percebi que os alunos em geral, apresentam muitas dúvidas em relação aos conteúdos desenvolvidos nas aulas de matemática. As dificuldades diagnosticadas em alunos do Ensino Médio, na maioria, não estão diretamente relacionadas aos conteúdos desenvolvidos naquele momento, mas a conteúdos que fazem parte dos Planos de Estudos do Ensino Fundamental.

Um dos temas, sobre o qual os alunos do Ensino Médio apresentam dificuldades é o tema grandezas e medidas. Em algumas situações, por exemplo, na Geometria Analítica, quando lhes é solicitado o cálculo da distância entre dois pontos, principalmente quando precisam converter unidades de medida, de centímetros para metros, metros para quilômetros e quilômetros para metros, eis um problema a ser resolvido antes de partir para o cálculo da distância. Em outras situações, como por exemplo, na Trigonometria, onde se faz necessário utilizar algum instrumento para medir comprimentos, são comuns perguntas do tipo: “começo a medir a partir do zero ou do um?”

Como o tema está totalmente relacionado à nossa vida, na escola ele não está somente relacionado à Matemática, mas a outras áreas do conhecimento. Uma delas é a Física do Ensino Médio, que envolve distâncias e comprimentos em muitas situações. Logo, a dificuldade em medir e converter unidades de medida vai interferir no entendimento do conteúdo propriamente dito de Física.

Em função dessa problemática, decidi desenvolver uma pesquisa com o tema medidas, pois da maneira que os alunos de Ensino Médio e egressos<sup>1</sup> das escolas estão resolvendo situações que envolvem medidas, não é o que se espera de um tema importante como esse. As dúvidas são muitas e os erros também. Então, onde está o problema?

Acredita-se que em alguma etapa do Ensino Fundamental das escolas brasileiras, o tema medidas seja trabalhado, pois os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que servem de referência para a elaboração dos Planos de Estudos das escolas e os livros didáticos que são distribuídos gratuitamente nas escolas públicas brasileiras, trazem esse tema como parte integrante dos conteúdos mínimos que devem ser trabalhados no Ensino Fundamental.

Com o objetivo de fazer uma conexão entre o Ensino Fundamental e Médio, elaborei uma sequência didática que levasse à construção do conceito das medidas de comprimento e superfície. A aplicação se deu numa quarta série<sup>2</sup> do Ensino Fundamental por se tratar de uma série em que muitos conceitos estavam sendo ou já haviam sido construídos, como por exemplo, as operações básicas, números fracionários e decimais. E, apostando numa proposta de construção dos conceitos de medidas, entendi que a aprendizagem pudesse ocorrer. Logo, ao alcançarem o Ensino Médio ou concluírem seus estudos, acredita-se que esses alunos terão melhores condições de resolver situações do dia a dia que envolvam medidas.

## **2. A pesquisa... elaboração... o desenvolvimento da sequência didática...**

A construção da proposta foi motivada por preocupações com o ensino e conhecimento dos alunos sobre o assunto medidas, como também, por observações na atividade de ensino e informações anteriores buscadas com alunos de Ensino Médio para

---

<sup>1</sup> Segundo pesquisa realizada pelo INAF 2002 (Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional), numa questão em que os sujeitos tiveram que medir uma fita com régua ou fita métrica, quase 20% dos sujeitos não responderam ou erraram a questão.

<sup>2</sup> A 4ª série do Ensino Fundamental corresponde hoje ao 5º ano do Ensino Fundamental de 9 anos.

os quais também lecionava na época. As dificuldades por eles apresentadas motivaram o trabalho com medidas. Para isso, procurei seguir algumas etapas, as quais foram:

1) Verificação das dificuldades encontradas para o aprendizado de medidas de grandezas. Apliquei um questionário, a partir de observações feitas nas aulas com alunos do Ensino Médio.

2) Avaliação da importância do tema nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

3) Identificação dos conceitos matemáticos necessários e envolvidos na compreensão e uso adequado das medidas. A partir de pesquisa realizada, foram selecionados alguns conceitos que participam direta ou indiretamente da construção do conceito de medida.

4) Planejamento de atividades que utilizassem questões do dia a dia do aluno, possibilitando a tradução dos conceitos fundamentais de medidas em situações futuras.

Para que a pesquisa apresentasse um resultado mais satisfatório, procurou-se construir a proposta a partir de um referencial teórico que servisse de base para a elaboração e utilização de determinadas atividades. Além disso, a sequência das atividades não foi apresentada por acaso, mas de como se dá a compreensão do ato de medir.

Segundo o matemático Caraça (1952), para medir comparam-se grandezas, mas isso não é o suficiente. É necessário que haja um termo de comparação único para todas as grandezas de mesma espécie. É necessário que seja estabelecida uma unidade única para medir o que se queira, e que se exprima o número de vezes que a unidade escolhida cabe naquilo que pretende-se medir. Apontando, assim, que no problema da medida há três fases e três aspectos distintos: a escolha da unidade, considerando a praticidade, comodidade e economia; a comparação com a unidade; a expressão do resultado da comparação por um número.

Segundo estudiosos da psicologia Nunes e Bryant (1997), o ato de medir não é tão simples quanto parece. Não basta pegar uma régua ou um sistema numérico e dar o tamanho dos objetos. Este ato envolve dois componentes diferentes e separáveis. Um dos componentes é a inferência lógica ou inferência transitiva, em que comparamos grandezas através de uma relação existente entre elas. Outro importante componente envolvido no ato de medir é a compreensão da unidade, caracterizada como uma exigência fundamental, pois quando medimos estamos preocupados com quantidades reais e com as relações de tamanho como maior e menor. É a quantidade constante que as unidades têm, que permite fazer-se uma comparação entre grandezas.

Conforme Plaza e Belmonte (1994), a prática de medir não é algo fácil, portanto, as crianças devem praticar e realizar o ato de medir. E, tendo a criança conseguido alcançar alguns estágios, através de uma maturidade mental obtida pela experiência que lhe for proporcionada com atividades desafiadoras, de forma que possa provar e verificar seus resultados e conseqüente desenvolvimento psicológico, terá condições de realizar o ato de medir. Ainda, segundo os autores, não é conveniente propor atividades para acelerar o ritmo e o desenvolvimento dos diferentes estágios.

Em relação à compreensão da grandeza de comprimento, Piaget, Inhelder e Szeminska (1948), afirmam que é através da transformação lógica e matemática que a criança elabora por meios próprios suas noções geométricas, como a conservação das distâncias.

Conforme Piaget, Inhelder e Szeminska (1948), devemos diferenciar a conservação e a medida dos comprimentos da conservação e medida das distâncias. Isso porque são dois significados bem diferentes na visão psicológica. Enquanto o comprimento se dá sobre os objetos, a distância está no espaço.

Com base nessas referências, percebeu-se que a construção do ato de medir não está isolado, mas há muitos outros conceitos envolvidos nessa construção.

As atividades da sequência foram organizadas em blocos, para que a construção do conceito de medida se desse de forma progressiva, articulando-se umas com as outras, pois todo processo baseou-se em pesquisa realizada a respeito do assunto medidas. Considerando essas etapas, bem como o desenvolvimento cognitivo, o planejamento foi organizado de modo a contemplar os seguintes blocos: a construção da unidade; a conversão de unidades; perímetro e área.

Depois de elaboradas as atividades, as mesmas foram aplicadas a uma turma de quarta série do Ensino Fundamental. Para que a partir da pesquisa fosse possível fazer uma análise sólida baseada na teoria, interpretando as estratégias e esquemas utilizados pelos alunos, optou-se pela pesquisa qualitativa em forma de estudo de caso. O motivo pelo qual escolheu-se a abordagem qualitativa de pesquisa foi encontrar respostas para algumas situações. O estudo com uma única turma foi proposital, pois objetivava-se analisar mais profundamente cada situação vivenciada em sala de aula. Como buscava-se verificar a possibilidade de promover a compreensão do conceito de medida numa quarta série do Ensino Fundamental, decidiu-se aplicar a proposta numa turma, da qual eu era professora, para desenvolver a pesquisa. A pesquisa corresponde ao que dizem Lüdke e André (1986):

[...] O estudo de caso é o estudo de um caso, seja ele simples e específico [...] O caso é sempre bem delimitado, devendo ter seus contornos claramente definidos no desenrolar do estudo. O caso pode ser similar a outros, mas é ao mesmo tempo distinto, pois tem um interesse próprio, singular (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 17).

### 3. Construindo a unidade

Num primeiro momento, as atividades propostas levavam à construção da unidade de medida. Uma das propostas era medir as paredes e janelas da sala a fim de comprar sarrafos e trilhos de alumínio, a partir das medições realizadas, sem utilizar instrumentos, somente partes do corpo. De início houve certa resistência, pois os alunos viam-se deslocados sem poder utilizar régua ou trena. Mas, logo resolveu-se esse problema e todos escolheram uma parte do corpo passando a medir as paredes.

Enquanto mediam o que lhes fora solicitado, dois grupos discutiam entre si, pois ambos haviam utilizado o palmo para medir as paredes, no entanto, a quantidade de palmos obtida era diferente, mesmo tendo medido a mesma parede. A dúvida foi resolvida quando o componente de um dos grupos observou que poderia haver tamanhos diferentes de palmos. Com isso, alguns alunos envolvidos na discussão, demonstraram estar cientes de que a medida da mesma parede, quando utilizamos unidades iguais, resulta no mesmo número e que unidades diferentes podem resultar num número diferente.

Discutindo e comentando sobre as unidades utilizadas, e em função dessas diferenças nos valores finais encontrados, vários alunos comentaram que para comparar as medições feitas e saber se são confiáveis ou não, deveríamos comparar as medidas obtidas com os palmos entre si. Em outro grupo deveríamos comparar passo, corpo e antebraço (outras unidades utilizadas). Os alunos tinham a noção de que, mesmo tratando-se de unidades diferentes, poderiam ser classificadas de acordo com seu tamanho, sendo que a quantidade de unidades deveria aproximar-se, quando o tamanho das unidades utilizadas fosse também próximo. Nessa situação, foi possível observar na fala dos alunos um Teorema-em-ação<sup>3</sup>: “Quanto maior a unidade utilizada, menor será a quantidade de vezes que a unidade se repete.” A partir de vários comentários foi possível observar sua

---

<sup>3</sup> Conforme Vergnaud (1986): os teoremas-em-ação não são evidentemente, expressos sob uma forma matemática, nem mesmo às vezes sob qualquer outra forma. A criança encontra um grande número destes teoremas assim que atua sobre o real e que resolve problemas no espaço, no tempo, no domínio das quantidades e das grandezas. Vergnaud (2009): Um teorema em ação é uma proposição tida como verdadeira na ação em situação.

percepção de que unidades menores resultam em maior precisão, pois é possível aplicar um maior número de unidades inteiras naquilo que está sendo medido. No entanto, unidades menores podem tornar-se um incômodo e gerar confusão quando a diferença entre a unidade utilizada e o objeto a ser medido é muito grande, pois será necessário repetir muitas vezes a mesma unidade.

Segundo Caraça (1952), a escolha da unidade faz-se de acordo com o caráter prático de comodidade e economia. Portanto, é necessário que se consiga expressar facilmente o que se mediu.

Diante dos comentários e conclusões dos alunos durante e após a resolução das atividades, percebeu-se que ocorreu a compreensão da unidade de medida. No entanto, como o objetivo da atividade era comprar sarrafos e trilhos de alumínio, concluíram que, na verdade, depois de todas as medições realizadas, não tinham condições de dizer qual a quantidade necessária de material.

#### **4. A necessidade de conversão das unidades**

Durante os comentários sobre as medições realizadas os alunos falaram sobre a confusão que gera a utilização de diferentes unidades para medir o mesmo objeto. Eles sentiram a necessidade de padronização, pois mediram as mesmas paredes, no entanto, não tinham condições de dizer quem havia medido corretamente. Tendo escolhido uma unidade padrão, o palmo, para medir novamente as paredes, os alunos mediam repetindo o palmo até chegar ao fim da parede. Quando não cabia mais um palmo inteiro, utilizavam as partes do palmo que definiram como dedo e dedinho. Nessa atividade, percebeu-se a presença da transitividade, pois comentavam que, quanto maior a distância a ser medida, maior a quantidade de vezes que a unidade padrão, o palmo, iria se repetir.

Da mesma forma como sentiram a necessidade de escolher uma unidade padrão para a turma, sentiram a necessidade de converter a unidade padrão, o palmo, para o Sistema Métrico Decimal, atingindo assim, um maior número de pessoas, conseguindo informar a quem quiser que fosse, a quantidade necessária de material. Para resolver o problema dos sarrafos e trilhos, decidiram medir o palmo utilizado para medir as paredes com uma régua e assim expressar a medida encontrada em metros, centímetros e milímetros caso fosse necessário. Dessa forma, os alunos conseguiram expressar numericamente os resultados obtidos e abandonaram o instrumento, palmo de cartona, utilizado.

Após essa atividade, foram realizadas várias outras onde os alunos tiveram que converter unidades de medida. Surgiram diferentes estratégias e esquemas de resolução. Os alunos utilizaram, em muitos momentos, alguns conceitos das estruturas multiplicativas, conforme a Teoria dos Campos Conceituais, desenvolvida por Gérard Vergnaud.

Segundo Moreira (2002), para Vergnaud campo conceitual é:

[...] um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição.[...] (MOREIRA, 2002, p. 8).

Conforme Vergnaud (1983, p. 127):

[...] seria equivocado separar o estudo de conceitos interligados. No caso das estruturas multiplicativas, sabe-se que é expressamente errada a separação do estudo da multiplicação, divisão, frações,..., pois não são conteúdos matematicamente independentes, mas estão presentes simultaneamente em muitos problemas que os estudantes encontram (tradução nossa).

Durante todo o trabalho foi dada a devida importância a cada conceito presente e os vários conceitos interligados foram utilizados para enriquecer o trabalho.

## **5. Trabalhando o perímetro e a área**

Outro bloco desenvolvido com várias atividades foi o perímetro. Trabalhou-se a ideia de contorno como também a soma dos lados de um polígono, pois os alunos tiveram que medir a horta da Escola que tem a forma de retângulo. Assim, em relação ao quadrado, retângulo e triângulo, as atividades levaram os alunos a escrever o perímetro em forma de cálculo, como expressão numérica, de acordo com as medidas dos lados, iguais ou diferentes. Já em relação ao círculo, fez-se longa discussão, pois os alunos queriam de alguma maneira encontrar uma sentença matemática, para descrever o seu perímetro.

Em relação à área, iniciou-se com uma atividade, em duplas, onde tiveram que comparar o tamanho das regiões coloridas: triângulos, quadrados e retângulos.

Foi entregue uma folha com a atividade para cada dupla e solicitei que anotassem a solução sem comentar com os demais colegas. Assim, cada dupla começou a discutir entre si, que figuras poderiam ter região colorida de mesmo tamanho. Perguntaram se poderiam recortar as figuras e concordei. Passando em todas as duplas, percebi que todas elas comparavam os triângulos entre si, retângulos entre si e quadrados entre si. Uma aluna, muito motivada, descobriu que poderíamos formar outras figuras a partir dos triângulos e quadrados, afirmando:

- Se dividirmos um quadrado ao meio, encontramos dois triângulos.

Enquanto isso, uma das duplas juntava a parte colorida de um quadrado com a de outro tentando preencher todo o quadrado. Dessa forma, cada dupla ia descobrindo outras maneiras de comparar as figuras, concluindo sobre a superfície.

Durante essa análise fui questionando os alunos e percebendo que eles estavam analisando a área de cada figura baseando-se na metade, quarta parte e oitava parte de outras figuras. Foi possível falar sobre as figuras de modo a considerar o triângulo como a figura capaz de formar retângulos e/ou quadrados. Os alunos utilizaram seus conceitos de triângulo, retângulo e quadrado para resolver a atividade, e, ao mesmo tempo, iniciaram a construção da ideia de área dessas figuras e a relação entre as mesmas.

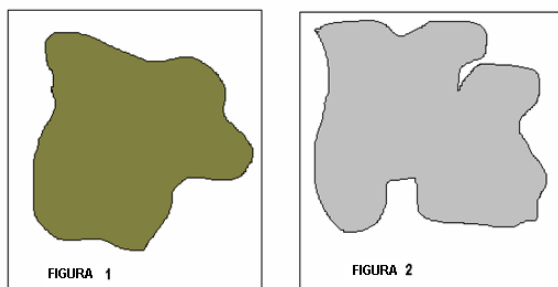
No início, alguns alunos sentiram necessidade de recortar para compor, decompor ou comparar as figuras. Com a evolução da atividade, foram desfazendo-se dessa necessidade, pois conseguiam fazer a relação através da observação e da utilização de conhecimentos adquiridos anteriormente: metade e um quarto. Logo, percebeu-se que durante a atividade, foram internalizando a relação parte/todo e parte/parte apoiados nas operações concretas anteriormente realizadas.

Várias outras atividades sobre a área e o perímetro de retângulos e quadrados foram realizadas, partindo para a área aproximada de regiões irregulares.

## 6. E a área de regiões irregulares? Como encontrar?

Com o objetivo de aproximar a área de regiões irregulares, formei duplas e entreguei a cada um deles dois desenhos de regiões não poligonais.

Figura 1: Utilizada em atividade de avaliação de área de regiões irregulares



Fonte: Viviane Raquel Backendorf (2008)

Comentei com eles que as figuras com as quais eles iriam trabalhar haviam sido criadas no computador, mas que poderiam ser utilizadas para posteriormente trabalharmos com mapas verdadeiros. Falei sobre a irregularidade dos mapas, que nem sempre teríamos um quadrado ou retângulo para calcular a área, por isso, o desafio seria descobrir a área aproximada das duas figuras. Para encontrar as áreas foram dadas as seguintes sugestões:



- Fazer quadradinhos.
- Fazer um retângulo ao redor.

Foram várias as sugestões, mas a partir das duas anteriores é que iniciamos o trabalho. Assim, entreguei a cada dupla uma malha quadriculada feita em lâmina de retroprojeter, cujos quadradinhos possuíam 1cm de lado. Questionei-os sobre a área de cada quadradinho e de forma convicta responderam que a área de cada quadradinho seria  $1\text{cm}^2$  (um centímetro quadrado), cujo conceito já havia sido trabalhado. Iniciaram a atividade e observei as diferentes formas de calcular a área.

Percebeu-se, que calcular a área era simples, pois faziam a decomposição da figura em quadradinhos para depois contá-los. Mostraram também que falando em área tratamos de retângulos ou quadrados, pois, assim, consegue-se contar o espaço ocupado, contando a quantidade de quadradinhos.

A maioria das duplas começou a contagem pelos quadradinhos inteiros e depois juntavam as partes. Uma dupla pensou em desenhar um retângulo ao redor de cada figura e descontar, no final as partes do retângulo que não continham a figura.

Com essa atividade, muitas habilidades e conceitos foram empregados, como as partes, seu deslocamento e união.

Nesse sentido, outra atividade foi realizada: encontrar a área aproximada do município de Travesseiro, na qual os alunos encontraram valores muito próximos do real, o que os deixou convictos da utilidade real da atividade.

## **7. A que conclusões eu cheguei...**

A elaboração, a partir dos estudos realizados e a aplicação da sequência didática fez com que eu repensasse a própria metodologia. Construí novos conceitos e aprendi muito com os esquemas e estratégias utilizadas pelos alunos na resolução das atividades propostas.

Deu tudo certo? Todos aprenderam tudo? Não.

Posso afirmar que o conceito de medida foi construído, em especial, a noção de unidade de medida. A conversão de unidades, vista como um empecilho no Ensino Médio, que participou da pesquisa, foi trabalhada com muita simplicidade com a utilização das estruturas multiplicativas tratadas na Teoria dos Campos Conceituais. As dificuldades apareceram e as dúvidas não foram todas sanadas. Diferenciar perímetro e área foi a maior dificuldade enfrentada e as atividades propostas na sequência não foram suficientes para

desenvolver melhor esses conceitos. A base teórica influenciou muito na direção dada pela pesquisa e ajudou a explicar certos erros ocorridos na resolução do que era proposto. O aspecto mais positivo foi a participação dos alunos. Em muitos casos, os esquemas e estratégias utilizadas surpreenderam, pois surgiam soluções que eu não imaginava que poderiam aparecer numa turma dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Enfim, analisando os resultados verificou-se que é possível construir os conceitos de medidas de comprimento e área num quinto ano do Ensino Fundamental.

## 8. Referências Bibliográficas

BACKENDORF, Viviane R. **Uma sequência didática de medidas de comprimento e superfície no 5º ano do ensino fundamental: um estudo de caso.** 187p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, UFRGS, Porto Alegre, 2010.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática.** Lisboa: Tipografia Matemática, 1952.

LIMA, Paulo F.; BELLEMAIN, Paula M. B. **Habilidades matemáticas relacionadas com grandezas e medidas.** In: FONSECA, Maria da C. F. R. **Letramento no Brasil: habilidades matemáticas - reflexões a partir do INAF 2002.** São Paulo: Global/Ação Educativa Assessoria, Pesquisa e Informação/Instituto Paulo Montenegro, 2004.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas.** São Paulo: EPU, 1986.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo matemática.** Tradução de Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PIAGET, Jean; INHELDER, Bärbel; SZEMINSKA, Alina. **La géométrie spontanée de l'enfant.** Paris: Presses Universitaires de France, 1948.

PLAZA, Maria del C. C.; BELMONTE, Juan M. **El problema de la medida: didáctica de las magnitudes lineales.** Madrid: Síntesis, 1994.

VERGNAUD, Gérard. **Multiplicative structures.** In: LESH, R.; LANDAU, M. (Ed.). **Acquisition of mathematics concepts and processes.** New York: Academic Press Inc, 1983. p. 127-174.

\_\_\_\_\_. **Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas.** *Análise Psicológica*, p. 75-90, 1986.

\_\_\_\_\_. **O que é aprender?** In: BITTAR, Marilena; MUNIZ, Cristiano A. (Org.). **A aprendizagem Matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais.** Curitiba: CRV, 2009.