

UM OLHAR PARA O PROCESSO DE MODELAGEM MATEMÁTICA: CONCEPÇÕES DE ALGUNS EDUCADORES MATEMÁTICOS

Henrique Cristiano Thomas de Souza¹
Universidade Federal do Paraná-UFPR
h_tdesouza@hotmail.com

Resumo

Apresenta-se uma descrição de como a Modelagem Matemática é representada por autores em livros publicados em língua portuguesa, que tratam especificamente do tema no contexto da Educação Matemática; para isso fez-se previamente um levantamento de livros, aqueles que não fossem coletâneas de artigos, determinando quais dessas publicações desenvolviam discussões referentes ao processo de Modelagem Matemática; em seguida descreve-se a formação e produção dos autores, para então apresentar a maneira como esses pesquisadores descrevem o processo de Modelagem Matemática. Encaminhando a uma discussão sobre como esses autores descrevem o processo de modelagem no âmbito da Educação Matemática.

Palavras Chave: Educação Matemática; Modelagem Matemática; Processo de Modelagem Matemática.

1. Introdução

Nas pesquisas em Educação Matemática, especificamente em Modelagem Matemática, muitas discussões são realizadas sobre as justificativas e positivities da sua utilização no processo ensino-aprendizagem da Matemática. Nestas pesquisas também costumam ser apresentadas atividades baseadas na Modelagem Matemática e suas múltiplas aplicações no ensino de conteúdos específicos da Matemática. Em algumas são apresentadas concepções do processo de Modelagem Matemática, mas, não há uma discussão aprofundada.

Nesse sentido, procurando avançar nas pesquisas em Modelagem Matemática, acreditamos ser conveniente desenvolver um trabalho que direcione o olhar especificamente para esta característica da Modelagem Matemática, que é o processo.

Seguindo essa premissa, pensamos primeiramente na escolha de um campo de pesquisa que englobasse os pesquisadores com maior experiência, em pesquisa, na

¹ Essa pesquisa foi realizada sob a orientação do Prof. Dr. Carlos Roberto Vianna – Universidade Federal do Paraná (UFPR).

Modelagem Matemática. Por acreditarmos que para a desenvolvimento de um livro que trate especificamente de algum conceito é necessário uma bagagem de conhecimento elevada, escolhemos para ser o nosso campo de pesquisa pesquisadores que escreveram livros que tratem especificamente da Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática.

Torna-se necessário evidenciar que nesse trabalho estaremos considerando aqueles livros que não são coletâneas de artigos – tais como Almeida, Araújo e Bisognin (2011), Barbosa, Araújo e Caldeira (2007) e Burak, Brandt e Klüber (2010) – mas, como este trabalho é uma parte do texto que está sendo produzido como dissertação, esses livros formados por coletâneas de artigos, e ainda outras publicações, são contempladas nesse texto.

Definido o campo de pesquisa, e em consequência os pesquisadores que o constituem, descrevemos a abordagem do processo de Modelagem Matemática apresentada por cada um dos pesquisadores em seus livros, em que o processo de Modelagem Matemática é apresentado em etapas, esquemas ou ações que devam ser tomadas.

Concluimos essa pesquisa fazendo uma análise dos processos de Modelagem Matemática apresentados pelos pesquisadores do campo de pesquisa, compreendendo os pontos de intersecção que existem em cada uma das abordagens, buscando descrever um processo que abranja todas essas abordagens apresentadas.

2. O Campo de Pesquisa

Como mencionado anteriormente, escolhemos para o nosso campo de pesquisa pesquisadores autores livros que tratam especificamente de Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática. Neste capítulo faremos uma descrição do nosso campo de pesquisa, abordando a formação acadêmica e atuação profissional de cada um desses pesquisadores.

2.1 Árvore dos pesquisadores autores de livros que tratam especificamente de Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática

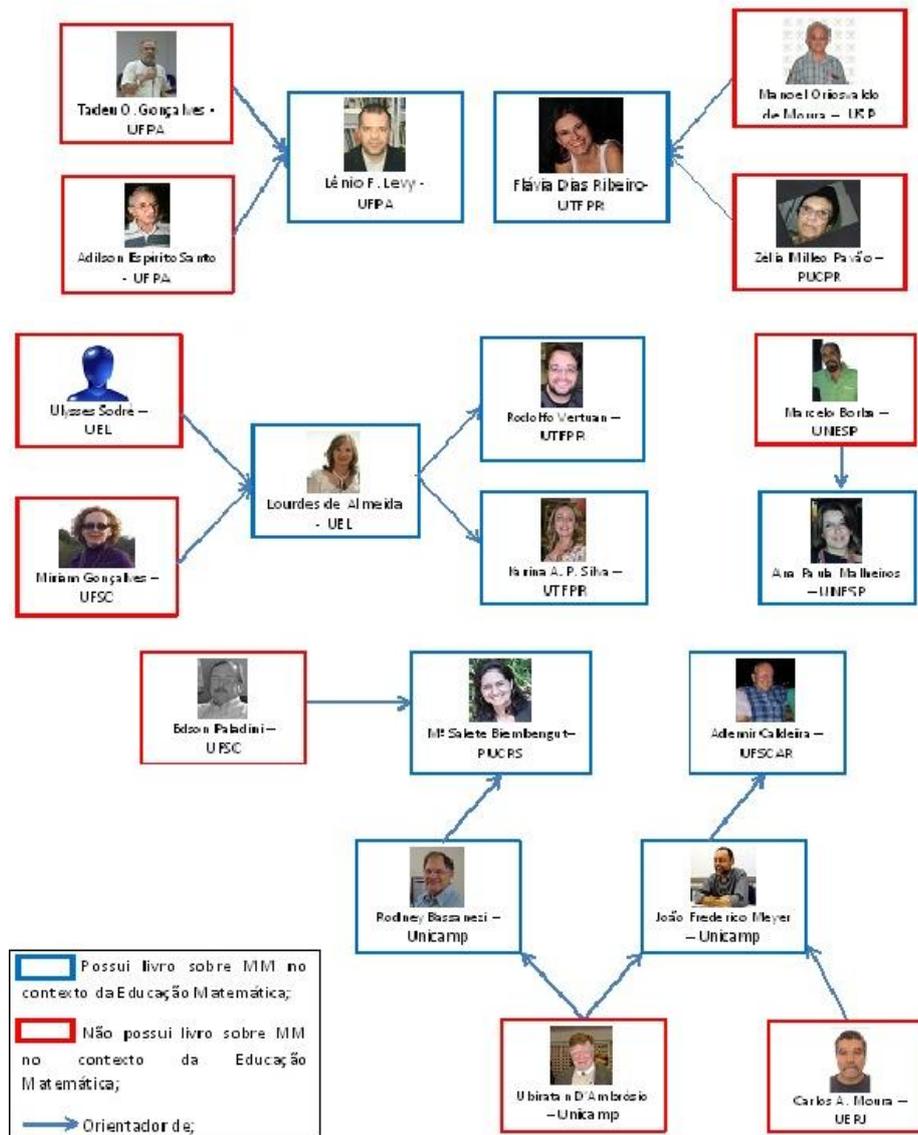


Figura 1: Árvore dos pesquisadores pertencentes ao nosso campo de pesquisa.

Fonte: O autor (2013).

2.2 Descrição da Árvore dos pesquisadores autores de livros que tratam especificamente de Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática

O primeiro autor que podemos evocar é Rodney Carlos Bassanezi, professor/pesquisador da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Autor/Organizador de livros como “Equações Diferenciais com Aplicações”², “Modelagem em Biomedicina”³, e “Modelos Contínuos para interações de Populações”⁴,

² BASSANEZI, R. C. ; FERREIRA JR, W. C. . Equações Diferenciais Com Aplicações. 2. ed. São Paulo: Harbra Ltda., 1988. v. 3000. 572p.

³ BASSANEZI, R. C. (Org.) . Modelagem em Biomedicina. 1. ed. Niteroi: Univ. Fed. Fluminense, 1990. v. 150. 28p.

tem como publicação de Modelagem Matemática inserida na Educação Matemática o livro “Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática”. Rodney Carlos Bassanezi teve como orientador, no Doutorado em Matemática da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Ubiratan D'Ambrósio, considerado por muitos o maior pesquisador em Educação Matemática no Brasil. Ubiratan D'Ambrósio, no entanto, não possui livros publicados que discutam especificamente aspectos sobre Modelagem Matemática.

Rodney Carlos Bassanezi figura ainda como orientador de mestrado, no programa de Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), de Maria Salett Biembengut, autora de livros sobre Modelagem Matemática no contexto da educação Matemática.

Maria Salett Biembengut, professora/pesquisadora na Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS), tem como obras no contexto que estamos analisando os livros “Modelagem Matemática no Ensino” e “Modelagem Matemática e Implicações no ensino-aprendizagem de Matemática”. Como já comentamos anteriormente, foi orientanda de Mestrado de Rodney Carlos Bassanezi; no Doutorado, em Engenharia de Produção realizado na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), foi orientanda de Edson Pacheco Paladini, que por sua vez não possui livros publicados que tratem da Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática.

O próximo pesquisador é Ademir Donizeti Caldeira. Professor/pesquisador na Universidade Federal de São Carlos (UFSCAR); tem como autoria o livro “Modelagem em Educação Matemática”. Esse livro foi escrito em coautoria com outros pesquisadores, são eles: João Frederico da Costa de Azevedo Meyer – que foi orientador de Doutorado, no programa de Educação da UNICAMP, de Ademir Donizeti Caldeira – e Ana Paula dos Santos Malheiros.

João Frederico da Costa de Azevedo Meyer é professor/pesquisador da UNICAMP, foi orientado no Mestrado em Matemática da UNICAMP por Ubiratan D'Ambrósio, e no Doutorado em Matemática na mesma UNICAMP por Carlos Antonio Moura. Já fizemos considerações sobre Ubiratan D'Ambrósio. Carlos Antonio Moura, é professor/pesquisador na Universidade Estadual do Rio de Janeiro (UERJ), possui publicações, mas, não no campo de nosso interesse nesse trabalho.

⁴ **BASSANEZI, R. C.** (Org.) . Modelos Contínuos para interações de Populações. 1. ed. Arica: Univ. Tarapacá, 1992. v. 300. 52p .

Ana Paula dos Santos Malheiros é professora/pesquisadora na UNESP, foi orientanda de Mestrado e Doutorado, em Educação Matemática da UNESP, de Marcelo de Carvalho Borba, que assim como Malheiros é professor/pesquisador na UNESP. Borba é hoje no cenário nacional um dos mais influentes pesquisadores em Educação Matemática, apesar disso não possui publicação de livro específico sobre Modelagem Matemática.

A próxima autora é Lourdes Maria Werle de Almeida, professora/pesquisadora na Universidade Estadual de Londrina (UEL), foi orientanda de Doutorado, em Engenharia de Produção da UFSC, de Miriam Buss Gonçalves - professora/pesquisadora na UFSC – e orientanda no Mestrado, em Matemática da UEL, de Ulysses Sodré - professor/pesquisador na UEL; ambos orientadores não possuem publicação de livro no campo de nosso interesse. Almeida é autora, juntamente com Karina Alessandra Pessôa da Silva e Rodolfo Eduardo Vertuan, do livro “Modelagem Matemática na Educação Básica”. Ambos Silva e Vertuan, foram orientandos de mestrado, em Ensino de Ciências e Educação Matemática, de Almeida, e atualmente também são orientandos de Doutorado de Almeida - no programa anteriormente citado.

Rodolfo Eduardo Vertuan é professor/pesquisador na Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) campus Toledo. Karina Alessandra Pessôa da Silva é professora/pesquisadora na Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) campus de Cornélio Procopio.

Seguindo, o próximo autor é Lênio Fernandes Levy, que escreveu o livro “A modelagem matemática no processo de ensino-aprendizagem e o paradigma epistemológico da complexidade”. Levy é professor/pesquisador na Universidade Federal do Pará (UFPA), foi orientado no mestrado, em Educação em Ciências e Matemática da UFPA, por Adílson Oliveira do Espírito Santo, e no doutorado pelo mesmo programa, por Tadeu Oliver Gonçalves. Ambos não possuem publicação de livros específicos sobre Modelagem Matemática.

A última autora de livro sobre Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática que abordaremos é Flávia Dias Ribeiro. Ela é professora/pesquisadora na Universidade Tecnológica Federal do Paraná campus Curitiba (UTFPR), e é autora do livro “Jogos e Modelagem na Educação Matemática”. Ribeiro foi orientanda de mestrado, em Educação na Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUCPR), de Zélia Milléo Pavão, e foi orientanda de doutorado, em Educação na Universidade de São Paulo (USP),

de Manoel Oriosvaldo de Moura; ambos não possuem publicação de livros específicos sobre Modelagem Matemática.

3. O processo de Modelagem Matemática na concepção dos pesquisadores do campo de pesquisa

Bassanezi (2011, p. 25) indica que “Esquemáticamente, poderíamos representar este processo com o diagrama” da Figura 2:

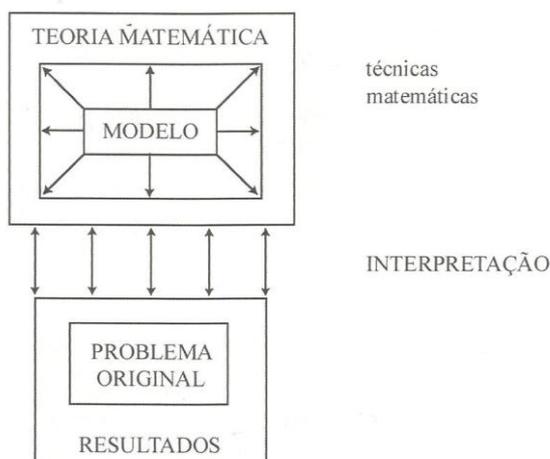


Figura 2: Processo de Modelagem (BASSANEZI, 2011).

O autor explica que dois aspectos principais devem ser observados nesse processo. Primeiro, é quando na construção do modelo matemático o modelador se depara com uma situação que necessita de uma matemática não existente – ou não conhecida – e deverá então desenvolver um novo ramo da matemática; segundo, que a matemática necessária ao modelo existe, mas talvez as ferramentas do ramo não sejam suficientes, novamente uma matemática deve ser desenvolvida. O autor evidencia a grande motivação que isso provoca no desenvolvimento de novas teorias na matemática.

Sobre as setas interpretação no esquema do processo Bassanezi (2011) explica:

[...] ligam, em grande parte, a teoria matemática ao ramo de conhecimento de onde vem o problema original. Com isto, queremos dizer que, mesmo no tratamento matemático do modelo, é interessante que os métodos e técnicas matemáticas possam ser frequentemente interpretados na linguagem do fenômeno original. (BASSANEZI, 2011, p. 26)

Completando sua abordagem em relação ao processo de modelagem, Bassanezi (2011, p. 26) afirma que: “A modelagem matemática de uma situação ou problema real deve seguir uma sequência de etapas”; apresentadas na Figura 3:

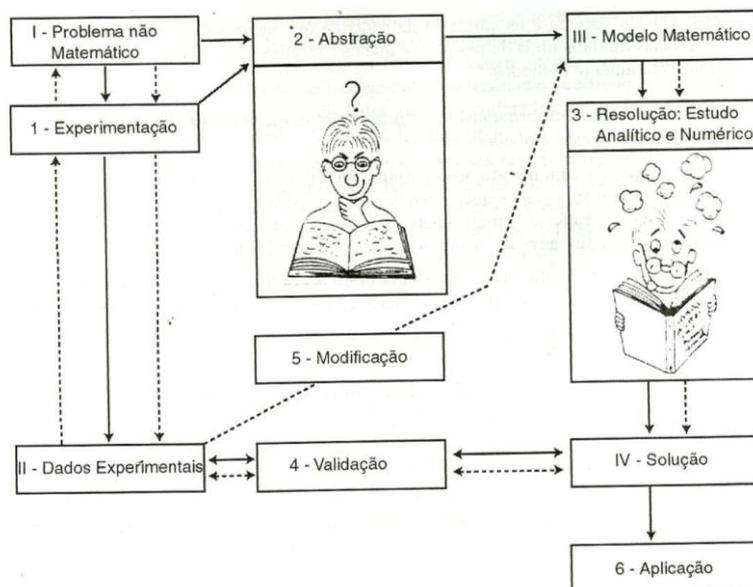


Figura 3: Esquema de uma modelagem: as setas contínuas indicam a primeira aproximação. A busca de um modelo matemático que melhor descreva o problema torna o processo dinâmico, indicado pelas setas pontilhadas (BASSANEZI, 2011).

O autor descreve o esquema e as etapas como: 1- Experimentação; 2- Abstração, a- seleção de variáveis, b- Problematização, c- Formulação de hipóteses, d- Simplificação; 3- Resolução; 4- Validação; 5- Modificação.

De maneira geral e simplificada podemos descrever cada uma das etapas apresentadas por Bassanezi (2011, p. 26-31):

- 1- Experimentação:** É uma atividade essencialmente laboratorial onde se processa a obtenção de dados;
- 2- Abstração:** É o procedimento que deve levar à formação dos Modelos Matemáticos. Nesta fase, procura-se estabelecer:
 - a) **Seleção de variáveis** – onde os conceitos (variáveis) com os quais se lida são claramente definidos;
 - b) **Problematização** – a escolha do tema é abrangente, a formulação de um problema é mais específica e indica exatamente o que se pretende resolver;
 - c) **Formulação de hipóteses** – a criação de hipóteses direciona a investigação do pesquisador;
 - d) **Simplificação** – os fenômenos que se apresentam para o estudo matemática normalmente são excessivamente complexos, simplificar esses fenômenos permite a modelagem dos fenômenos;

- 3- **Resolução:** É a obtenção do modelo, substituindo-se a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente;
- 4- **Validação:** É o processo de aceitação ou não do modelo proposto;
- 5- **Modificação:** É a etapa na qual por algum fator ligado ao problema inicial provoca a rejeição do modelo, e o processo é revisado.

Biembengut (2009) entende o processo de modelagem matemática como a realização de alguns procedimentos que a autora dividiu em três etapas e seis subetapas:

“a) Interação, i) reconhecimento da situação-problema, ii) familiarização com o assunto a ser modelado → referencial teórico; b) Matematização, i) formulação do problema → hipótese, ii) resolução do problema em termos do modelo; c) Modelo matemático, i) interpretação da solução, ii) validação do modelo → avaliação”. (BIEMBENGUT, 2009, p. 13)

A autora faz um detalhamento das etapas, que apresentamos da seguinte maneira:

- a) **Interação:** mesmo estando subdivida em duas etapas – reconhecimento da situação-problema e familiarização – estas acontecem simultaneamente, em que nas quais se realiza um estudo sobre assunto, buscando-se dados documentais ou experimentais. Estas etapas não seguem uma ordem rígida, e não terminam quando se passa a etapa seguinte;
- b) **Matematização:** É nessa etapa que se dá a “tradução” da situação-problema para a linguagem matemática.
 - i) **Formulação do problema → hipóteses:** Nesta etapa é necessário: classificar as informações, decidir quais fatores a serem perseguidos levantando hipóteses, selecionar variáveis relevantes e constantes envolvidas, selecionar símbolos apropriados para essas variáveis, e descrever essas relações em termos matemáticos;
 - ii) **Resolução do problema em termos do modelo:** Nesta etapa é que se desenvolve a matemática envolvida na situação-problema;
- c) **Modelo Matemático:** Para concluir o modelo, torna-se necessário uma avaliação, verificando em que nível se aproxima da situação-problema, para isso deve-se fazer:
 - i) **Interpretação da solução:** analisando as implicações da solução; e
 - ii) **Validação do modelo → avaliação:** verificando a adequabilidade do modelo referente à situação-problema.

A próxima abordagem do processo de modelagem matemática que abordaremos é a dada por Meyer, Caldeira e Malheiros (2011). Nessa abordagem, trazida da Matemática

Aplicada para a Matemática – digamos – Educacional, os autores entendem o processo de modelagem tendo cinco momentos: “1) determinar a situação; 2) simplificar as hipóteses da situação; 3) resolver o problema matemático decorrente; 4) validar as soluções matemáticas de acordo com a questão real; e 5) definir a tomada de decisão com base nos resultados.” (MEYER, CALDEIRA e MALHEIROS, 2011, p. 28)

Para representar esses cinco momentos, olhando para a Modelagem no cotidiano escolar, em forma de um esquema apresentado na Figura 4; esse esquema é adaptado de um esquema apresentado por Burghes e Borrie (1981).

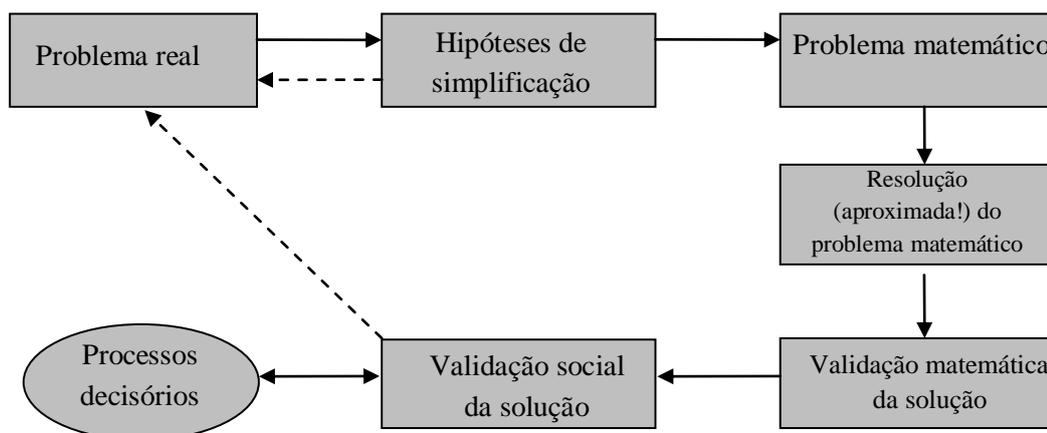


Figura 4: Esquema do processo de Modelagem (MEYER, CALDEIRA e MALHEIROS, 2011).

Os autores não detalham separadamente cada um dos momentos do esquema da Figura 4, por isso, também não faremos esse detalhamento.

Continuando, apresentamos agora a concepção do processo de modelagem apresentada em Ribeiro (2008). A autora apresenta a Modelagem Matemática na perspectiva de projetos, e apresenta um projeto de modelagem – processo – na seguinte estrutura:

“a) seleção dos conteúdos curriculares; b) escolha do tema gerador: temática ou espaço da realidade, cujos conteúdos curriculares serão estudados; c) definição de questão matriz: encaminha o tratamento do tema gerador, ou seja, define o que se pretende alcançar a partir do tema; d) problematização e resolução de problemas: fase para responder a questão matriz a partir da problematização e investigação do tema. É o momento que os conhecimentos matemáticos emergem da necessidade de resolver a questão matriz; e) construção de conceitos matemáticos: etapa desenvolvida concomitantemente à problematização e resolução de problemas. Garante a construção de conceitos à medida que são resolvidos os problemas; f) solução da situação problematizada: momento de discussão avaliação e análise das soluções obtidas; g) apresentação: comunicação dos resultados alcançados (feiras, cartazes, exposições, relatos de experiência, etc.); e h) retrospecto: seminário de reflexão crítica sobre o projeto.” (RIBEIRO, 2008, p. 68-9).

A autora explica que a organização dessas etapas é resultado de sua experiência em acadêmica e vivência com professores de Matemática da Educação Básica. E ainda apresenta-as em forma de esquema como na Figura 5:

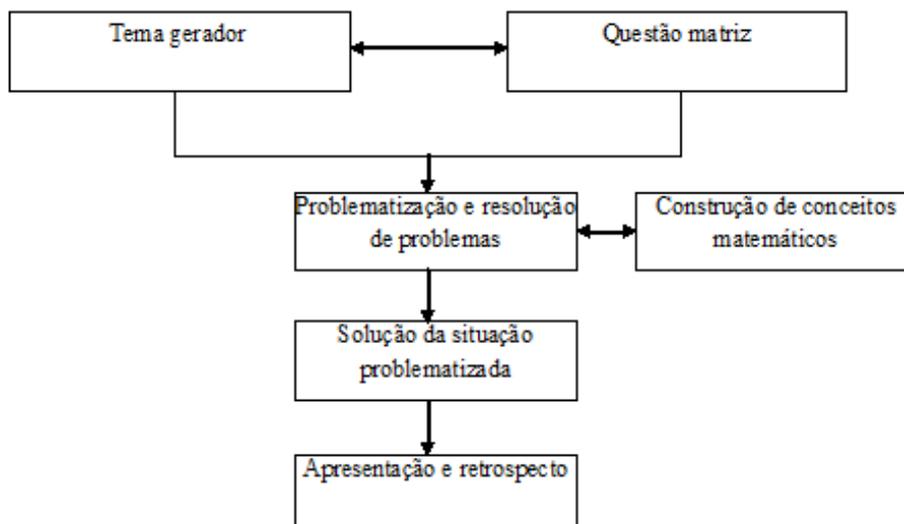


Figura 5: Esquema de modelagem matemática (RIBEIRO, 2008).

O próximo ponto de vista do processo de modelagem matemática é o apresentado por Almeida, Silva e Vertuan (2012). Na abordagem apresentada por esses autores, o processo de modelagem matemática é identificado por eles como fases da modelagem matemática, que são: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação. A Figura 6 é apresentada pelos autores para ilustrar essas fases:

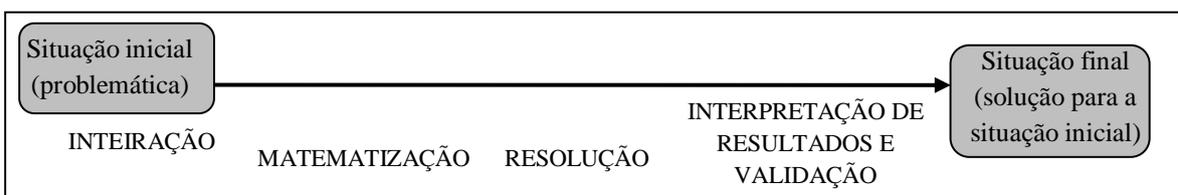


Figura 6: fases da modelagem matemática (ALMEIDA, SILVA e VERTUAN, 2012).

Os autores caracterizam cada uma das fases da seguinte maneira:

- **Inteiração:** “essa etapa representa um primeiro contato com uma situação-problema que se pretende estudar com a finalidade de conhecer as características e especificidades da situação” (ALMEIDA, SILVA e VERTUAN, 2012, p. 15);
- **Matematização:**
“é caracterizada por [...] esses processos de transição de linguagens, de visualização e de uso de símbolos para realizar descrições matemáticas. Essas descrições são realizadas a partir de formulação de hipóteses, seleção de variáveis e simplificações” (ALMEIDA, SILVA e VERTUAN, 2012, p. 16);

- Resolução: “consiste na construção do modelo matemático com a finalidade de descrever a situação” (ALMEIDA, SILVA e VERTUAN, 2012, p. 16);
- Interpretação de Resultados e Validação:
“A interpretação dos resultados indicados pelo modelo implica a análise de uma resposta para o problema. A análise da resposta constitui um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implicada uma validação da representação matemática associada ao problema” (ALMEIDA, SILVA e VERTUAN, 2012, p. 16).

São estas as abordagens dadas ao processo de modelagem matemática apresentadas pelos pesquisadores/autores do campo de pesquisa que escolhemos, visto que não conseguimos ter acesso a Levy (2012) e Biembengut (2004). O livro Levy (2012) foi publicado em uma editora espanhola, por isso, o custo para aquisição deste se tornou muito elevado, e as bibliotecas também não o tem à disposição. Biembengut (2004) não está mais a venda em catálogo pela editora responsável, e nossas tentativas de contato com a editora não tiveram retorno, e ainda não encontramos a obra disponível nas bibliotecas que temos acesso.

4. Uniões e Intersecções entre as abordagens

Nesse capítulo observaremos os pontos em comum, ou pontos que completam – do nosso ponto de vista – as abordagens apresentadas no capítulo anterior, buscando construir um processo de modelagem matemática a partir dessas observações.

Consideraremos, em nossa concepção, as subdivisões do processo de modelagem matemática como sendo etapas do processo.

Consideramos, assim como Bassanezi (2011), Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), e Ribeiro (2008), que a primeira etapa do processo de modelagem matemática deva ser um “problema não matemático”, um “problema real”, “tema gerador”, ou seja, uma situação-inicial/tema que inicie as discussões, que seja preferencialmente retirado da realidade de quem realiza a modelagem, e que não precisa ser naturalmente matemático.

A segunda etapa, consideramos ser a “interação”, seguindo Biembengut (2009) e Almeida, Silva e Vertuan (2012), e com significado semelhante à “experimentação” apresentada por Bassanezi (2011). Compreendemos a inteiração como uma aproximação do problema/tema escolhido. Nessa etapa o modelador busca mais informações sobre a situação a ser modelada, assim como realiza a coleta de dados que subsidiaram próxima etapa do processo.

Como terceira etapa escolhemos a “matematização”, no sentido mais amplo apresentado por Biembengut (2009) em sua primeira subetapa, mas que abrange a “matematização” apresentada por Almeida, Silva e Vertuan (2012), assim como a “abstração” de Bassanezi (2011), as “hipóteses de simplificação e problema matemático” de Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), e em partes a “problematização e resolução de problemas” de Ribeiro (2008). Compreendemos que nessa etapa o modelador fará a escolha de um problema específico dentro do problema/tema escolhido na primeira etapa, conjecturará as hipóteses, realizará a definição das variáveis envolvidas no problema e fará as simplificações que achar necessário.

A quarta etapa nomearemos de confecção do modelo. Nela é que se dará a construção do modelo, e para isso haverá uma “transição” da linguagem “natural” da situação-inicial/tema para a linguagem matemática, e é nessa etapa que acontecerão as discussões referentes aos conhecimentos matemáticos envolvidos no problema. Consideramos que essa etapa vá de encontro à “resolução” apresentada por Bassanezi (2011), à segunda subetapa da “matematização” de Biembengut (2009), à “resolver o problema matemático decorrente” ou à “resolução (aproximada!) do problema matemático” apresentados por Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), em partes à “problematização e resolução de problemas/construção de conceitos matemáticos” apresentadas por Ribeiro (2008), e à “resolução” apresentada por Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Para a quinta etapa propomos a “interpretação da solução” literalmente no sentido apresentado por Biembengut (2009), em que o modelador analisa a coerência do resultado encontrado.

Para a sexta etapas elegemos a validação do modelo, nos sentidos apresentados por Bassanezi (2011), Biembengut (2009) e Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), e em partes à “solução da situação problematizada” apresentada por Ribeiro (2008), e em partes à “interpretação de resultados e validação” apresentada por Almeida, Silva e Vertuan (2012). Nessa etapa é realizada uma comparação do modelo construído, assim como dos resultados obtidos, com o problema/tema e com os dados coletados, verificando a confiabilidade do modelo, e escolhendo em mantê-lo como solução ou descartá-lo. Após esta etapa, dependendo da decisão tomada pelo modelador, se passa à próxima etapa ou retoma-se o processo a partir da etapa que se verificar necessário; algo semelhante à “modificação” apresentada por Bassanezi (2011).

Para sétima etapa propomos algo que não aparece explicitamente em nenhuma das abordagens apresentadas no capítulo anterior, a confecção do relatório. Compreendemos que para que o processo seja completo, e necessário que o modelador confeccione um relatório no qual enunciará os procedimentos realizados durante as etapas anteriores do processo, e com isso, acreditamos que o mesmo possa criar subsídios para uma reflexão da sua ação ao modelar e poderá solidificar os conhecimentos matemáticos utilizados na resolução do modelo.

Como oitava e última etapa do processo de modelagem matemática que propomos, temos a “apresentação” no sentido apresentado por Ribeiro (2008). Acreditamos que a socialização das soluções do problema/tema, mais especificamente do problema proposto na inteiração, facilitará a aprendizagem dos que estiverem envolvidos na modelagem, pois, assim terão contato com possíveis diferentes formas de resolução da mesma situação; bem como, ao apresentar sua solução o modelador terá que explicar os processos realizados por ele na resolução, e acreditamos que isso ajudará no seu desenvolvimento próprio em relação aos conhecimentos matemáticos envolvidos no modelo.

Concluimos nosso processo apresentando-o em um esquema na Figura 7, e ressaltando que as etapas propostas não necessariamente devam ser seguidas de forma rígida e sequencial, dependendo da situação que se apresentar à modelagem, podem ser descartadas algumas dessas etapas ou invertidas sua ordem.

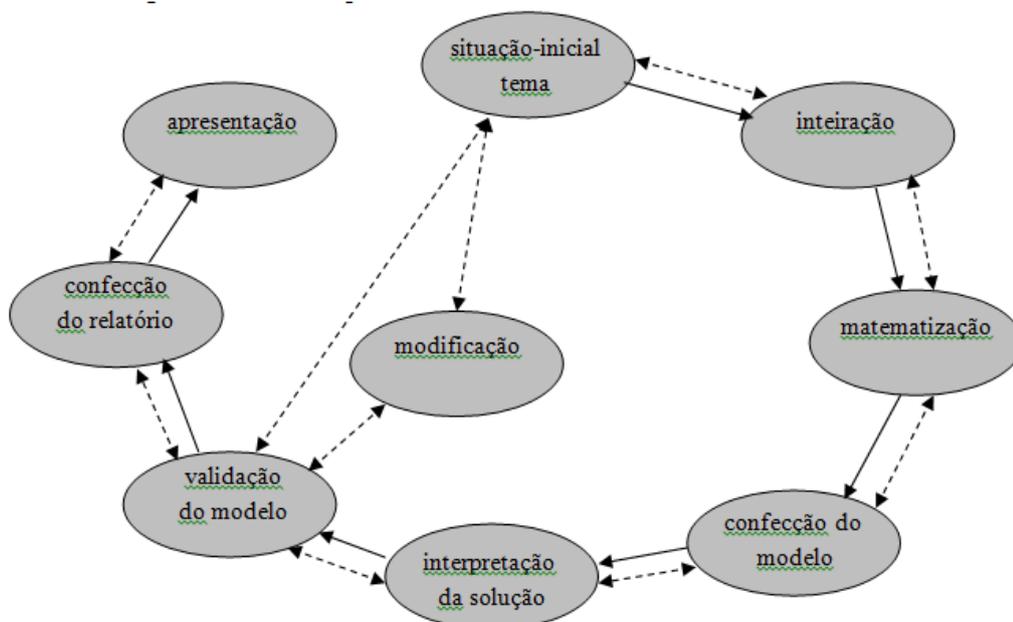


Figura 7: Esquema de modelagem matemática a partir do processo proposto pelos autores – as setas contínuas indicam a sequência das etapas, e as setas descontínuas representam a flexibilidade em relação a sequência das etapas do processo. Fonte: O autor (2013)

5. Considerações Finais

Entendo que não é dada ênfase, ou análise mais aprofundada, ao processo de modelagem matemática, nas pesquisas, trabalhos e publicações que tratem especificamente do tema no contexto da Educação Matemática, nos pareceu conveniente a realização dessa pesquisa, que põe em evidência exatamente o processo de modelagem matemática.

No desenvolvimento dessa pesquisa primeiramente escolhemos um campo de pesquisa que abrangesse uma gama de pesquisadores com uma carga teórica densa sobre Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática, e optamos por autores de livros específicos de Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática, apresentando esses livros e a trajetória acadêmica/profissional de cada um dos pesquisadores.

Apresentamos a abordagem dada ao processo de modelagem matemática por cada um dos pesquisadores pertencentes ao campo de pesquisa, e propusemos – baseados nas uniões e intersecções, distinções e equivalências, que encontramos nessas abordagens – um processo de modelagem matemática constituído de oito etapas, já detalhadas anteriormente: 1) situação-inicial/tema; 2) inteiração; 3) matematização; 4) confecção do modelo; 5) interpretação da solução; 6) validação do modelo (modificação quando necessário); 7) confecção do relatório; e 8) apresentação.

Evidenciamos que durante uma modelagem as etapas do processo de modelagem matemática não necessariamente devem ser seguidas rigidamente e sequencialmente, há uma flexibilidade sobre estas etapas, e cabe ao modelador decidir em relação ao seguimento delas.

Ficou claro, do nosso ponto de vista, que há muitos pontos em comum entre as abordagens dadas pelos pesquisadores ao processo de modelagem matemática, muitas vezes a referência ao mesmo procedimento e apresentada com uma nomenclatura diferenciada, mas, o procedimento é praticamente o mesmo. Ainda notamos que quando não há equivalência dos procedimentos, alguns pontos abordados por alguns pesquisadores não são abordados por outros, isso nos leva a pensar em uma união dessas abordagens, o que nos levou a proposta de um processo.

Para concluirmos, evidenciamos que nossa proposta de etapas do processo de modelagem matemática, é uma proposta e não a proposta. Esperamos que essa proposta leve a discussões sobre o processo de modelagem matemática, e que novas pesquisas possam surgir das possíveis inquietudes causadas no leitor.

6. Referências

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na educação básica**. 1ª. ed. São Paulo: Editora Contexto, 2012.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; ARAÚJO, Jussara Loiola; BISOGNIN, Eleni. **Práticas de modelagem matemática na educação matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas**. 1. ed. Londrina: Editora da Universidade Estadual de Londrina, 2011.

BARBOSA, Jonei Cerqueira; CALDEIRA, Ademir Donizeti; ARAUJO, Jussara Loyola. **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. 1/1. ed. Recife: Editora da SBEM, 2007.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 3. ed., 3ª reimpressão, São Paulo: Editora Contexto, 2011.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem Matemática & Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática**. 2ª ed. Edifurb, Blumenau, 2004.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem Matemática no Ensino**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2009.

BURAK, Dionísio; BRANDT, Célia Fink; KLÜBER, Tiago Emanuel. **Modelagem Matemática: Uma perspectiva para a Educação Básica**. 1ª. ed. Ponta Grossa: EDUEPG, 2010.

LEVY, Lênio Fernandes. **A modelagem matemática no processo de ensino-aprendizagem e o paradigma epistemológico da complexidade**. 1. ed. Editorial Académica Española, 2012.

MEYER, João Frederico da Costa Azevedo; CALDEIRA, Ademir Donizeti; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Modelagem em Educação Matemática**. 1. ed. Belo Horizonte: Autentica Editora, 2011.

RIBEIRO, Flávia Dias. **Jogos e Modelagem na Educação Matemática**. Curitiba: IbpeX, 2008.