

## UMA EXPERIÊNCIA COM MODELOS GEOMÉTRICOS

*Rita de Cássia Pavani Lamas*

*Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, IBILCE*

*rcplamas@gmail.com*

### **Resumo:**

Este trabalho tem por objetivos apresentar exemplos de atividades experimentais e materiais didáticos utilizados no ensino de geometria no ensino fundamental, nomeados de modelos geométricos, assim como os resultados obtidos com os alunos da escola parceira no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), na Escola Municipal Roberto Jorge em São José do Rio Preto. Embora tais atividades foram adaptadas de livros didáticos e trabalhos anteriormente desenvolvidos, a prática pedagógica foi uma experiência nova para a professora responsável e para os licenciandos em matemática (bolsistas PIBID). Cabe ressaltar a importância do papel do professor durante o desenvolvimento das atividades. Tal metodologia estimulou o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação dos alunos em sala de aula e permitiu que eles mesmos concluíssem as propriedades matemáticas relacionadas aos modelos.

**Palavras-chave:** ensino fundamental; matemática; atividades experimentais; modelos geométricos.

### **1. Introdução**

Para o bom desempenho dos alunos na disciplina de matemática, não é suficiente que eles saibam aplicar fórmulas como, por exemplo, saber as fórmulas para calcular as áreas de um polígono. É necessário entender o conceito de área. O ensino de geometria é, historicamente, vinculado ao método axiomático em seu aspecto formal. No entanto, principalmente no ensino fundamental os alunos tem dificuldade com o abstrato. A utilização de materiais manipuláveis para o ensino da geometria é uma alternativa didático-pedagógica indicada para auxiliar no processo ensino aprendizagem da matemática, em particular, da geometria.

De acordo com Nacarato (2005), o desenvolvimento da habilidade de representar mentalmente um objeto que não está ante os olhos do sujeito, no momento de sua ação sobre este objeto, depende da exploração de modelos ou materiais que possibilitem ao aluno a construção de imagens mentais.

Em Reys (1971, apud Nacarato, 2005, p. 3), objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar, pode contribuir com um aspecto importante desses processos, o desenvolvimento da visualização, cujo significado, no dicionário Aurélio, é o de transformação de conceitos abstratos em imagens reais ou mentalmente visíveis.

Para que a utilização do material em sala de aula não seja apenas um passatempo ou se caracterize em uma atividade vazia é fundamental o papel do professor. O material concreto pode ser um excelente catalisador para o aluno construir o seu saber matemático, dependendo da forma que os conteúdos são conduzidos pelo professor (LORENZATO, 2006).

Um dos objetivos da metodologia adotada no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) na área de matemática, desenvolvido junto à Escola Municipal Roberto Jorge em São José do Rio Preto, é introduzir ou reforçar propriedades geométricas via o uso de materiais didáticos manipuláveis, os quais foram nomeados de modelos geométricos. A proposta relatada no artigo foi motivada por um trabalho anterior junto ao projeto do Núcleo de Ensino desenvolvido nas sétimas e oitavas séries do ensino fundamental da Escola Estadual Professora Maria de Lourdes Murad de Camargo em São José do Rio Preto, também na área de geometria, desenvolvido em 2010.

Tal qual propõem os Parâmetros Curriculares, tal proposta possibilitou a alunos e licenciandos em Matemática a *compreender conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas e aplicá-las em situações diversas no contexto das ciências e das atividades cotidianas*.

A seguir são apresentados exemplos de atividades experimentais e os respectivos modelos geométricos utilizados pelos alunos para desenvolver tais atividades em sala de aula, junto ao PIBID. Particularizou-se nesse trabalho por apresentar os modelos de congruência de triângulos, comprimento da circunferência e área do círculo. Ao final da descrição de cada atividade apresentamos os resultados obtidos no que diz respeito à aprendizagem dos alunos.

É importante que o professor ao utilizar tais atividades deixe o próprio aluno apresentar as propriedades matemáticas que ele conseguiu em cada atividade com a manipulação do modelo. A proposta é que o professor se comporte de modo similar ao proposto por (BORIN, 1998) na utilização de jogos matemáticos em sala de aula. Resumidamente, verifique se os alunos compreenderam o que está sendo solicitado na

atividade, qual o problema a ser resolvido, se estão utilizando conceitos adquiridos anteriormente, permitindo que eles mesmos concluam a propriedade matemática desejada ao resolver o problema. Questionamentos adequados devem ser elaborados pelos professores para esse fim. Isso evita que os alunos utilizem o modelo apenas como um quebra cabeça. Ao final de cada atividade o professor deve sintetizar os resultados em conjunto com os alunos de forma a formalizar as propriedades matemáticas com as devidas adaptações, quando necessário. É desta forma que os alunos estarão construindo o seu próprio conhecimento e poderão ter mais interesse pela Geometria.

## 2. Atividades Experimentais

*Modelo-Congruência de Triângulos:* Esse modelo foi construído utilizando papel cartão como base e sobrepondo Etinil Vinil Acetato (EVA), material emborrachado, de forma a obter 3 grupos de triângulos (I, II e III) (Figura 1). Em cada grupo são dadas medidas específicas como as medidas dos lados do triângulo, e utilizada a mesma cor para representar ângulos congruentes (Figura 2). O aluno deve receber o modelo como indicado na Figura 2.

*Atividade 1:* Com o auxílio do modelo (Figura 1), utilize a definição da congruência de triângulos e da interpretação de congruência via sobreposição, para obter métodos para verificar quando dois triângulos são congruentes. Observe inicialmente o grupo I do modelo e responda o que segue.

- 1- Os três triângulos são congruentes? Por quê? Você deve manipular os triângulos.
- 2- Existem dois triângulos congruentes? Por quê?
- 3- O que observamos em relação às medidas dadas nos triângulos?
- 4- Registre uma propriedade que pode facilitar a verificação da congruência de dois triângulos.
- 5- Quais são as propriedades para os grupos II e III?

Com a utilização do modelo foi possível obter do próprio aluno, as propriedades geométricas relacionadas com o modelo, além de resgatar o conhecimento prévio do aluno relacionado ao conteúdo vinculado ao modelo. Em particular, com o modelo de congruência de triângulos os alunos conseguiram expressar, embora na linguagem deles, os casos de congruência de triângulos:



Figura 1- Composição do modelo.

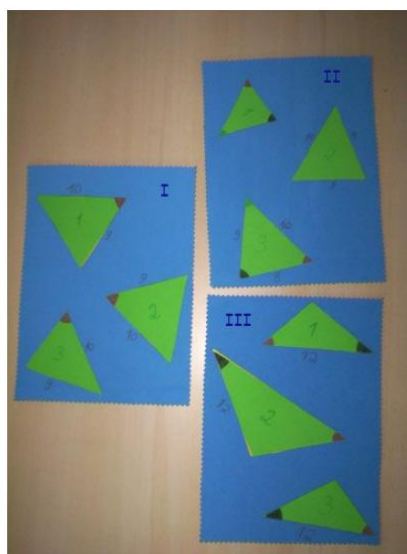


Figura 2- Casos de Congruência de triângulos.

*1º CASO: LAL (lado, ângulo, lado):* Se dois triângulos têm respectivamente dois lados correspondentes e o ângulo entre eles congruentes, então esses triângulos são congruentes.

*2º CASO: ALA (ângulo, lado, ângulo):* Se dois triângulos têm respectivamente dois ângulos correspondentes e o lado entre eles congruentes, então esses triângulos são congruentes.

*3º CASO: LLL (lado, lado, lado):* Se dois triângulos têm respectivamente três lados correspondentes congruentes, então esses triângulos são congruentes.

Observamos que em cada grupo de triângulos do modelo uma situação problema foi colocada, baseado em erros que os alunos cometem na resolução de problemas. Por exemplo, afirmam que *dois triângulos tendo dois lados com a mesma medida e um ângulo com a mesma medida são congruentes*. Isso é detectado quando o primeiro caso não foi completamente compreendido. Com o modelo apresentado é possível verificarem experimentalmente que isso não é o que ocorre.

*Modelo- Comprimento da Circunferência:* Barbante e seis círculos distintos confeccionado em EVA (Figura 3).

*Atividade 2:* Obtenha a fórmula matemática para calcular o comprimento da circunferência de raio  $r$ . Segue sugestões.



Figura 3- Modelo para o comprimento da circunferência.

- 1- Utilize o mínimo de barbante possível para contornar cada círculo. Usando a régua chame cada medida de comprimento  $C_i$ ,  $i= 1$  a 6 das circunferências de 1 a 6 e complete a segunda coluna da tabela 1.
- 2- Medir o diâmetro  $D_i$ ,  $i= 1$  a 6 de cada circunferência, com  $D_i = 2R_i$ ,  $R_i$  o raio da circunferência  $i$ , e completar a tabela 1.
- 3- O que você conclui sobre as razões  $C_i/D_i$ ,  $i= 1$  a 6?
- 4- Escreva uma fórmula matemática que pode ser usada para o cálculo do comprimento  $C$  de uma circunferência de raio  $r$ .

Os alunos conseguiram observar que as razões  $C_i/D_i$ ,  $i= 1$  a 6 são praticamente as mesmas. Em geral, o número comum obtido pelos alunos é o 3 e se diferenciam nos decimais. Neste caso, há necessidade de discutir a questão do erro no modelo e na medição do comprimento da circunferência, para introduzir o número irracional  $\pi$  como essa medida constante e com isso, levá-los a solução do problema proposto inicialmente: o comprimento da circunferência de raio  $r$  é  $C = 2\pi r$ , como uma generalização do resultado obtido para as seis circunferências da tabela 1.

*Modelo- Área do Círculo:* Quatro conjuntos de setores circulares de mesmo raio e comprimentos distintos.

TABELA 1- Medidas relativas às circunferências do modelo.

<i>Circunferência</i>	<i>Comprimento <math>C_i</math></i>	<i>Diâmetro <math>D_i</math></i>	<i>Razão <math>C_i/D_i</math></i>
1			
2			
3			
4			
5			
6			

*Atividade 3:* Obtenha a fórmula matemática para calcular a área do círculo de raio  $r$ , via a manipulação de setores circulares confeccionados em EVA. Segue sugestões.

- 1- Utilizar o conjunto de setores circulares para montar quatro círculos congruentes  $C_i$ ,  $i=1$  a 4 (círculos tendo os raios com a mesma medida).
- 2- Utilize todos os setores que compõem o círculo  $C_1$  para montar uma figura que se aproxime de um polígono cuja área você já conhece.
- 3- Repita o passo 2 para os setores que compõem os círculos  $C_2$  a  $C_4$ .
- 4- Comparando as figuras obtidas no segundo e terceiro passos, a medida que o número de setores aumentou as figuras se aproximaram de qual polígono?
- 5- Qual a área desse polígono (aproximadamente)?
- 6- Como pode ser obtida a área do círculo obtido no passo 1?
- 7- Qual é a área do círculo de raio  $r$ ?

Com a obtenção das figuras respectivas aos círculos ( $C_i$   $i=1, \dots, 4$ ) concluiu-se que à medida que se aumenta o número de setores na divisão do círculo mais a figura construída com esses setores se aproxima de um retângulo de lados: metade do comprimento da circunferência ( $\pi r$ ) e o raio ( $r$ ) (Figura 4h), ou seja, a área de um círculo de raio  $r$  pode ser calculada por  $A = \pi r^2$ .

Em Lamas et al. (2006) tal atividade foi proposta não incluindo o terceiro passo da atividade 3. Os alunos das escolas parceiras nos projetos anteriormente citados tiveram mais dificuldade de chegar na fórmula da área do círculo devido ao erro em relação ao paralelogramo e dificuldade de abstrair o resultado.

### 3. Considerações Finais

Com a utilização dos modelos geométricos houve participação ativa dos alunos em sala de aula. Estimulou a criatividade deles, a intuição e a compreensão das propriedades geométricas. A metodologia de ensino baseada nas atividades experimentais motivou os alunos e o resultado na aprendizagem foi positivo.

Quanto aos alunos bolsistas do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas de São José do Rio Preto, a participação no projeto levou a um crescimento profissional considerável. Segundo os seus relatos, a prática, aliada com a aplicação da metodologia proposta, superou os conhecimentos adquiridos nas disciplinas do Curso de Matemática, vislumbrando um caminho para a aprendizagem dos alunos, sem aterrorizá-los, mas sim motivando-os.

Quanto aos professores de matemática da escola parceira foi observada uma grande motivação para desenvolver, não apenas o conteúdo aqui apresentado, mas todo o conteúdo de geometria, via as atividades experimentais.

Observa-se que é importante que o mesmo aluno trabalhe com mais de um modelo em uma mesma atividade e com medidas distintas. Isso leva o aluno a perceber que a mesma propriedade pode ser obtida em cada modelo, podendo assim formalizar as propriedades. Após a formalização das propriedades pelo aluno, dependendo do nível em que os mesmos se encontram, sugere-se demonstrá-las. No entanto, foi dada a possibilidade ao aluno de visualizar antes a propriedade, o que aumenta o seu interesse em verificar a sua validade.

Os modelos geométricos são uma boa alternativa para o ensino de geometria com um custo acessível ao professor/alunos. Cabe ressaltar que foi fundamental o auxílio dos bolsistas PIBID na efetiva aplicação dos modelos em sala de aula assim como auxílio financeiro junto à CAPES. Os bolsistas confeccionaram os modelos, de forma que o professor não precisou dispor de seu tempo para tal.

### 4. Referências

BORIN, J. *Jogos e Resolução de Problemas: Uma estratégia para as salas de aulas de matemática*. São Paulo: IME – USP, 1998.

LORENZATO, SERGIO. *Laboratório de ensino de Matemática e materiais didáticos manipuláveis*. In: Lorenzato, Sergio (Org.). O Laboratório de Ensino de matemática na Formação de Professores. Campinas: Autores Associados, 2006, p.3-37.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. *Revista da Educação Matemática* – ano 9 - 10, 2004 – 2005, p. 1 – 6.

LAMAS, R. C. P.; CÁCERES, ALEXANDRA R; CHIRE, VERÔNICA A.Q.; MAURI, JULIANA. Atividades de geometria no Ensino Fundamental. In: Núcleos de Ensino da Unesp. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2006, p. 576-584.