PROCEDIMENTOS REVELADOS POR ALUNOS DE 5° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS

Mariana Lemes de O. Zaran
Universidade Cruzeiro do Sul
mariana_lemes@ig.com.br

Cíntia Ap. Bento dos Santos
Universidade Cruzeiro do Sul
cintia.santos@cruzeirodosul.edu.br

Resumo
Esta comunicação tem por objetivo apresentar uma análise dos procedimentos de resolução de alunos de 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da cidade de São Paulo, em relação a problemas de estruturas multiplicativas, tendo como foco revelar as aprendizagens e dificuldades destes alunos. Nossa fundamentação teórica se apoia nos estudos de Gerárd Vergnaud sobre os Campos Conceituais no que se refere às estruturas multiplicativas. O instrumento de pesquisa consta de quatro problemas referentes ao grupo de problemas Isomorfismo de Medidas, pertencente à ideia "muitos a muitos", e elaborado durante os encontros do grupo colaborativo em que se dá o desenvolvimento da pesquisa. Nossa metodologia apoia-se no método qualitativo, com técnica de análise documental. Ao final apontamos fragilidades apresentadas pelos alunos quanto à apropriação do raciocínio multiplicativo ou dos algoritmos que permeiam as operações contempladas nos problemas investigados, sugerindo caminhos que visem trazer contribuições para este cenário.

Palavras-chave: estruturas multiplicativas; procedimentos de resolução; compreensão do raciocínio multiplicativo; isomorfismo de medidas.

1. Introdução

A presente comunicação apresenta dados parciais referentes ao estudo abordado em nossa dissertação de mestrado, em que realizamos uma análise dos procedimentos de resolução de alunos de 5° ano do Ensino Fundamental em relação a problemas de estruturas multiplicativas.

Para esta comunicação, abordaremos apenas um dos instrumentos elaborados em nosso estudo, no intuito de aprofundarmos as análises acerca dos resultados encontrados, buscando perceber os indícios de compreensão demonstrados pelos alunos em seus procedimentos de resolução.

Nossa investigação ocorreu durante os encontros de um grupo de pesquisa participante de um projeto que se desenvolve no âmbito do Programa Observatório da Educação, Edital 2010, financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, em uma Universidade Privada da Cidade de São Paulo.

O grupo participante deste projeto é constituído por atores de segmentos distintos, sendo pesquisadores, professores da rede pública de ensino de São Paulo que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, alunos do curso de Pedagogia, mestrandos e doutorandos do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática.

Segundo Curi (2010) o objetivo do projeto é utilizar a base de dados existentes no Inep sobre aprendizagem matemática, reveladas na Prova Brasil, pelos alunos de 4ª série/5º ano das escolas envolvidas, buscando indícios para melhoria da qualidade do ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e indicativos para a formação de professores que atuam nesse segmento.

Os estudos tiveram início durante os encontros deste grupo colaborativo, em que, a partir dos estudos realizados sobre a Teoria dos Campos Conceituais, no campo conceitual das Estruturas Multiplicativas, o grupo elaborou, de acordo com as categorias de problemas descritas por Gerárd Vergnaud, quatro instrumentos contemplando as diferentes ideias pertencentes ao raciocínio multiplicativo. Esses instrumentos foram aplicados por uma professora da rede municipal participante do grupo, e posteriormente retornaram ao grupo para a realização de análises e reflexões acerca dos procedimentos revelados pelos alunos.

Como já mencionado anteriormente, para esta comunicação apresentaremos a análise de um dos instrumentos, composto por quatro problemas que contemplam a ideia "muitos a muitos", pertencente à classe de problemas isomorfismo de medidas, assim denominada por Vergnaud.

A metodologia adotada para as análises dos procedimentos e resultados desenvolvidos pelos alunos baseia-se no método qualitativo de pesquisa, com técnica de análise documental.

Na sequência, realizaremos uma abordagem acerca do referencial teórico utilizado para a realização dos instrumentos de investigação - a teoria dos Campos Conceituais - no que se refere ao campo conceitual das Estruturas Multiplicativas.

2. Síntese do quadro teórico

A Teoria dos Campos Conceituais tem como autor o pesquisador e psicólogo francês Gerárd Vergnaud, reconhecido especialista na Didática da Matemática e diretor de pesquisas didáticas do Centro Nacional de Pesquisa Científica do Instituto Nacional de Investigação Pedagógica, em Paris. Esta teoria traz em seu contexto importantes estudos que contribuem para o ensino das operações matemáticas, em que são estudadas as estruturas aditivas e multiplicativas para a investigação das dificuldades que os alunos encontram em tais operações.

Vergnaud (1996) defende que o conhecimento organiza-se a partir de Campos Conceituais, definindo-o como um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição, sendo solucionados por conceitos, procedimentos e representações. Para Vergnaud (2009), o domínio de um campo conceitual leva anos, e a organização de seus conceitos é progressiva e jamais acabada.

Para o autor, o campo das Estruturas Multiplicativas é definido como um conjunto no qual pertencem todas as situações que podem ser analisadas como problemas de proporções simples e múltiplas, nas quais podem ser necessárias para sua resolução uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação de ambas.

Vergnaud (1994) afirma que a análise das relações multiplicativas mostra vários tipos de multiplicação e várias classes de problemas, considerando importante distinguir tais classes de problemas e analisá-las cuidadosamente, ajudando deste modo a criança a reconhecer as diferentes estruturas de problemas, encontrando assim procedimentos apropriados para sua solução. O autor categoriza o conjunto de problemas do campo multiplicativo como os que envolvem duas grandes categorias de relações: isomorfismo de medidas e produto de medidas.

Ao grupo de problemas "Isomorfismo de Medidas", pertencem problemas elementares, que estabelecem relações proporcionais simples, entre conjuntos de mesma cardinalidade (objetos do mundo real), preço constante (mercadorias e relações comerciais das mesmas), velocidade média constante (duração e distância), entre outras situações. Vergnaud (1994) descreve nesse grupo um grande número de situações de vida cotidiana e algorítmica, dentre as quais se encontram os problemas de multiplicação, divisão e regra de três simples.

Segundo o autor, ao grupo de problemas “Produto de Medidas”, pertencem situações que requerem a utilização do raciocínio combinatório, em que todos os elementos de um dos grupos são relacionados com todos os elementos do outro grupo. Para Vergnaud (1991), a essa categoria pertence uma relação ternária entre três quantidades, em que uma consiste no produto das outras duas ao mesmo tempo.

Por meio de nossas análises, pretendemos levantar indícios para uma reflexão em relação ao ensino das operações de multiplicação e divisão envolvidas na ideia muitos a muitos, pertencentes ao grupo de problemas Isomorfismo de Medidas.

3. Sobre a Investigação

A investigação ocorreu em duas salas de 5° ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de São Paulo que participa do projeto, contabilizando um total de 53 alunos.

Após observarmos minuciosamente os protocolos dos alunos, elaboramos categorias de análise e, com base nessas categorias realizamos uma análise qualitativa, com a finalidade de abranger todas as situações e peculiaridades encontradas nos procedimentos de resolução utilizados pelos alunos.

A seguir, apresentaremos as categorias elaboradas a partir da análise qualitativa, seguidas de suas respectivas descrições.

I. **Identificam a operação que resolve o problema e acertam os procedimentos.**

Nesta categoria, encontram-se os protocolos de alunos que identificam a operação que resolve o problema e os resolvem corretamente, seja por meio de um algoritmo ou de procedimentos não convencionais, chegando ao resultado esperado.

II. **Identificam a operação que resolve o problema, mas não utilizam os procedimentos esperados.**

Nesta categoria, encontram-se os protocolos dos alunos que identificam a operação que resolve o problema, mas erram nos procedimentos de cálculo, seja por meio de um algoritmo ou de procedimentos não convencionais, não chegando ao resultado esperado.

III. **Identificam a operação que resolve o problema, mas apenas indicam a operação, e não a desenvolvem.**

Nesta categoria, encontram-se os protocolos dos alunos que identificam a operação que resolve o problema, representam essa operação, mas não desenvolvem a operação representada.

IV. Não identificam a operação de multiplicação (ou divisão), mas acertam os procedimentos/algoritmos usados.

Nesta categoria, encontram-se os protocolos dos alunos que não indicam a operação de multiplicação, mas conseguem resolver o problema por meio de uma ideia aditiva, fazendo adições sucessivas, seja por meio de um algoritmo ou de um procedimento não convencional, acertando os procedimentos utilizados e chegando ao resultado esperado.

V. Não identificam a operação e erram os procedimentos

Nesta categoria, encontram-se os protocolos dos alunos que não identificam a operação que resolve o problema e ainda erram os procedimentos de resolução e não chegam ao resultado esperado.

VI. Não resolvem

Nesta categoria o aluno não resolve o problema, e nem mesmo levanta hipóteses para resolução do mesmo, deixando o exercício "em branco".

Com base nessas categorias, passamos a apresentar algumas análises acerca do instrumento escolhido como foco de investigação apresentado nesta comunicação.

4. Análise dos problemas de correspondência "muitos a muitos"

Esse instrumento é composto por quatro problemas referentes à correspondência "muitos a muitos", em que obtivemos a participação de 53 alunos. Para cada problema levantamos hipóteses quanto à identificação ou não da operação que resolve o problema e aos procedimentos dos alunos utilizados para sua resolução.

Um grupo de 12 meninos coleciona carrinhos. Juntos eles têm 48 carrinhos. Considerando que todos tem a mesma quantidade, quantos carrinhos haveria se 21 meninos colecionassem carrinhos?

Figura 1 – Problema 1 do instrumento 2
Fonte: Elaborado pelo grupo

Para a realização desse problema, esperávamos que o aluno realizasse a divisão entre o número de carrinhos e o número de meninos, descobrindo a quantidade de carrinhos pertencentes a cada menino. Em seguida, o aluno deveria realizar a o produto entre o número de carrinhos pertencentes a cada menino e o novo número de meninos requerido no problema, chegando desse modo à solução do mesmo, 84 carrinhos. Outra forma de resolução desse problema a partir da estrutura multiplicativa seria também por meio da utilização do raciocínio proporcional.

Sabe-se que 15 meninos colecionam chaveiros e que juntos têm 75 chaveiros. Considerando que todos tenham a mesma quantidade, quantos meninos colecionariam chaveiros se juntos tivessem 90 chaveiros?

Figura 2 – Problema 2 do instrumento 2
Fonte: Elaborado pelo grupo

Esperávamos que a solução desse problema se desse a partir da estrutura multiplicativa, inicialmente a partir da realização da operação de divisão entre a quantidade de chaveiros e a quantidade de meninos, a fim de descobrir o número de chaveiros pertencentes a cada aluno; e posteriormente a realização da divisão entre o número total de chaveiros e o número de chaveiros que cada aluno possui, chegando assim ao resultado de 18 meninos. Outro caminho de resolução desse problema seria a partir da estrutura multiplicativa, por meio da utilização do raciocínio proporcional.

Um grupo de 16 meninos tem ao todo 64 bolinhas de gude. Considerando que todos têm a mesma quantidade, quantas bolinhas haveria se 12 meninos estivessem neste grupo?

Figura 3 – Problema 3 do instrumento 2
Fonte: Elaborado pelo grupo

Focando na estrutura multiplicativa, esperávamos que os alunos realizassem inicialmente a divisão entre o número de bolinhas de gude e o número de meninos; e, posteriormente, realizassem o produto entre o número de bolinhas de gude pertencentes a cada menino e o número de meninos do grupo, chegando ao total de 48 bolinhas de gude. Outro caminho de resolução desse problema seria por meio da utilização do raciocínio proporcional.

As meninas do clube “Cola e Decora” têm a mesma quantidade de adesivos. Se 24 meninas têm juntas 72 adesivos, quantas meninas seriam sócias do clube se tivessem 42 adesivos?

Figura 4 – Problema 4 do instrumento 2
Fonte: Elaborado pelo grupo

Nesse problema esperávamos que os alunos realizassem-no a partir das estruturas multiplicativas, inicialmente dividindo o número total de adesivos pelo número de meninas para descobrir a quantidade de adesivos pertencentes a cada menina; e, posteriormente realizando a divisão entre o novo número de adesivos estipulado e o número de adesivos pertencente a cada menina, chegando ao total de 14 meninas. Este problema também poderia ser resolvido por meio da utilização do raciocínio proporcional.

Compatibilizamos as análises realizadas nesse instrumento na tabela 1.

Tabela 1 – Resolução dos alunos por categoria

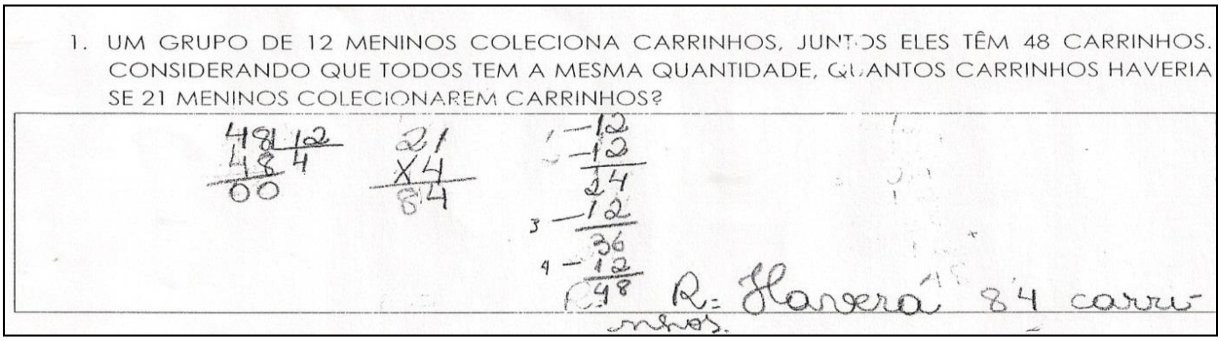
	Número de protocolos				
	Instrumento 2				
Categorias	**Problema 1**	**Problema 2**	**Problema 3**	**Problema 4**	**Total**
Identificam a operação que resolve o problema e acertam os procedimentos.	24	16	22	14	76
Identificam a operação que resolve o problema, mas não utilizam os procedimentos esperados.	0	8	2	8	18
Identificam a operação que resolve o problema, mas apenas indicam a operação, e não a desenvolvem.	2	0	0	0	2
Não identificam a operação de multiplicação (ou divisão), mas acertam os procedimentos/algoritmos usados.	1	0	0	0	1
Não identificam a operação e erram os procedimentos.	25	27	27	27	106
Não resolvem.	1	2	2	4	9

Fonte: elaboração das pesquisadoras

Na sequência, apresentamos alguns protocolos para ilustrar as categorias encontradas na resolução do instrumento do grupo de problemas que explora a relação “muitos a muitos” do grupo isomorfismo de medidas.

Categoria I: Identificam a operação que resolve o problema e acertam os procedimentos

Com relação ao problema 1, apresentamos um protocolo para ilustrar essa categoria.


1. UM GRUPO DE 12 MENINOS COLECIONA CARRINHOS, JUNTOS ELES TÊM 48 CARRINHOS. CONSIDERANDO QUE TODOS TEM A MESMA QUANTIDADE, QUANTOS CARRINHOS HAVERIA SE 21 MENINOS COLECIONAREM CARRINHOS?

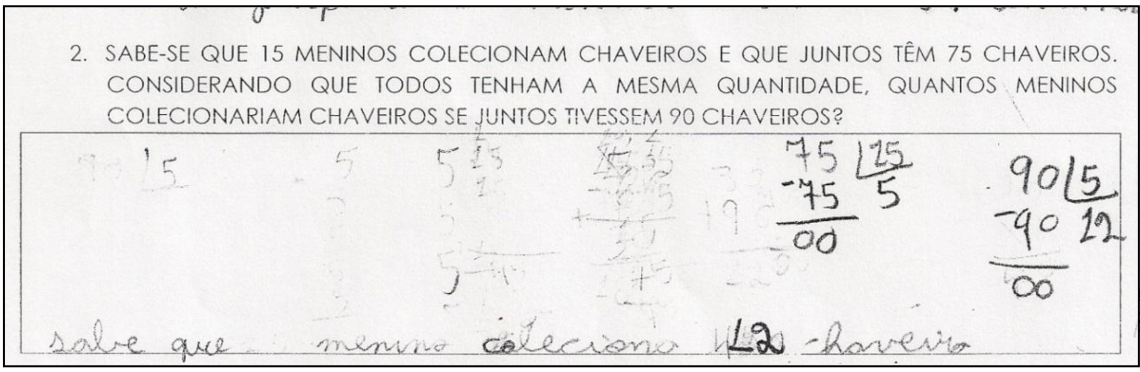
R: Haverá 84 carrinhos.

Figura 5 - Protocolo do A11
Fonte: arquivo das pesquisadoras

O protocolo revela que o aluno identifica as operações necessárias para a resolução do problema, elaborando corretamente o algoritmo das operações e chegando ao resultado correto. Uma característica observada é que o aluno realiza a prova real por meio do procedimento de adição repetida de parcelas para a verificação do quociente encontrado na operação.

Categoria II: Identificam a operação que resolve o problema, mas não utilizam os procedimentos esperados

Nesta categoria, verificamos no protocolo do aluno A17, que o aluno identifica as operações envolvidas no problema, mas erra durante a resolução do algoritmo da operação de divisão, não chegando ao resultado correto.

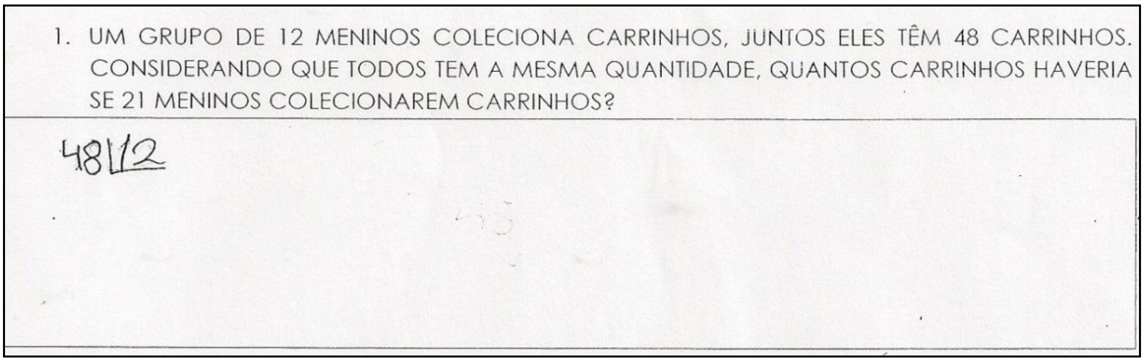

2. SABE-SE QUE 15 MENINOS COLECIONAM CHAVEIROS E QUE JUNTOS TÊM 75 CHAVEIROS. CONSIDERANDO QUE TODOS TENHAM A MESMA QUANTIDADE, QUANTOS MENINOS COLECIONARIAM CHAVEIROS SE JUNTOS TIVESSEM 90 CHAVEIROS?

sabe que menino coleciona 12 chaveiro

Figura 6 - Protocolo do A17
Fonte: arquivo das pesquisadoras

Categoria III: Identificam a operação que resolve o problema, mas apenas indicam a operação, não a desenvolvem.

Ao analisarmos o protocolo do aluno A27, apresentado na figura 57, podemos verificar que o aluno possivelmente identificou a operação inicial do problema, representando o algoritmo da operação de divisão. Porém, o aluno não desenvolve a operação, o que pode indicar que ele ainda não se apropriou das ideias e procedimentos envolvidos na operação.


1. UM GRUPO DE 12 MENINOS COLECIONA CARRINHOS, JUNTOS ELES TÊM 48 CARRINHOS. CONSIDERANDO QUE TODOS TEM A MESMA QUANTIDADE, QUANTOS CARRINHOS HAVERIA SE 21 MENINOS COLECIONAREM CARRINHOS?

48|12

Figura 7 - Protocolo do A27
Fonte: arquivo das pesquisadoras

Sobre a situação observada nesse protocolo, atentamo-nos para a necessidade de que, previamente ao ensino dos algoritmos, é necessário que os alunos consigam comprovar seus procedimentos próprios de resolução. Possivelmente o aluno não conseguiu desenvolver a operação por não conseguir atribuir uma relação de significado entre seus procedimentos próprios comumente utilizados e os procedimentos que envolvem o algoritmo da divisão, e, por isso o aluno talvez não tenha conseguido elaborar estratégias de resolução.

Categoria IV: Não identificam a operação de multiplicação (ou divisão), mas acertam os procedimentos/algoritmos usados.

No problema 1, encontramos alguns alunos que não identificam as operações que resolvem o problema, mas acertam os procedimentos/algoritmos, que, no geral, eram resolvidos por adição de parcelas iguais. O protocolo do aluno A3, representado na figura 8, revela que ele ainda não identifica todas as operações de estruturas multiplicativas requeridas para solucionar o problema, em que ao invés de realizar a divisão, recorre ao procedimento da adição repetida de parcelas. Percebemos também que o aluno consegue realizar a operação de multiplicação. Possivelmente o aluno A3 ainda não se apropriou dos procedimentos formais que envolvem a operação de divisão e por isso recorreu ao procedimento de adição repetida de parcelas para encontrar o resultado.

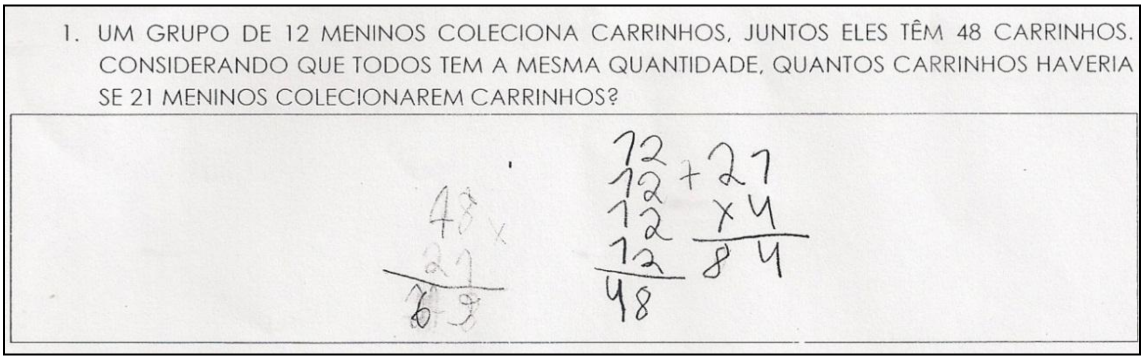


Figura 8 - Protocolo do A3
Fonte: arquivo das pesquisadoras

Considerando esse procedimento, apesar de podermos perceber que o aluno consegue solucionar o problema, é necessário atentarmo-nos para o fato de que, a não apropriação do algoritmo da operação de divisão nessa fase de escolarização torna-se preocupante, à medida que este aluno irá se deparar com problemas que utilizam números de maiores grandezas nos anos finais do Ensino Fundamental, o que irá requerer que o aluno compreenda as noções que contemplam a operação de divisão para solucioná-los mais facilmente.

Categoria V: Não identificam a operação e erram os procedimentos

No problema 4, o protocolo do aluno A8 revela que o aluno não demonstra identificar a operação envolvida no problema, em que subtrai a quantidade de meninas da quantidade de adesivos. Podemos verificar que ele não levou em conta o significado do problema, realizando um trabalho apenas no campo numérico. É possível percebermos também que este aluno está habituado a realizar problemas que envolvem apenas dois dados, não conseguindo com isso utilizar todos os dados apresentados no enunciado.

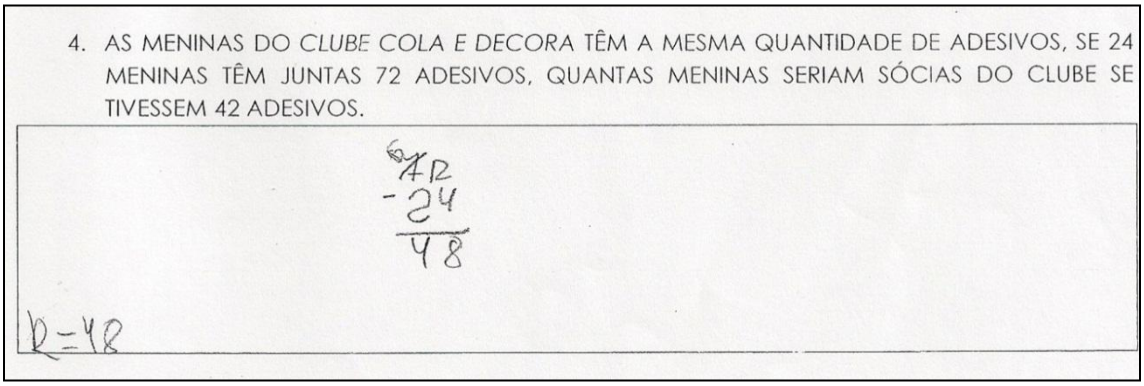


Figura 9 - Protocolo do A8
Fonte: arquivo das pesquisadoras

Categoria VI: Não resolvem

Nesta categoria, contabilizamos um total de nove alunos que deixaram os protocolos “em branco”, o que possivelmente pode indicar que estes alunos não conseguiram levantar hipóteses para a resolução dos problemas.

5. Considerações sobre as análises realizadas e alguns indicativos para o ensino das operações

Analisando o instrumento, pertencente ao grupo de problemas descrito por Vergnaud (1991) como Isomorfismo de Medidas, pudemos verificar sobre o desempenho dos alunos nos problemas envolvendo a ideia muitos a muitos que, em todos os problemas, a maior parte dos alunos não compreendeu a ideia envolvida, não identificando para a resolução dos problemas os procedimentos pertencentes ao campo multiplicativo, por meio das operações de multiplicação e divisão. Faz-se importante destacar sobre esse grupo de problemas que todos eles requeriam a apropriação do pensamento proporcional, por meio das operações de multiplicação e divisão para sua resolução, em que também pudemos identificar as maiores dificuldades nos procedimentos de divisão. Quanto aos procedimentos que envolvem a operação de multiplicação, apesar de encontrarmos um número de êxitos maior aos êxitos verificados na operação de divisão, podemos destacar que esses êxitos por muitas vezes não foram obtidos por meio da utilização explícita dos procedimentos de cálculo multiplicativo conhecidos como algoritmos e que são tradicionalmente usados na escola.

A investigação colocou em evidência um cenário delicado em relação às interpretações dadas aos alunos diante de situações que requerem a utilização de procedimentos multiplicativos, interpretações estas que muitas vezes podem desencadear em futuras dificuldades de aprendizagem acerca de outros conteúdos matemáticos que contemplam o raciocínio multiplicativo.

Os resultados obtidos por meio de nossas análises reforçam nossa preocupação a partir do momento em que evidenciamos que esses alunos encontram-se no período de transição para o sexto ano do Ensino Fundamental, e que, como já dito anteriormente, a não apropriação do raciocínio multiplicativo pode resultar em futuras dificuldades de aprendizagem em relação a outros conteúdos matemáticos que irão requerer sua utilização. Sabemos que no 6° ano essas operações serão novamente abordadas nas aulas, porém o adequado seria que estes alunos já tivessem a apropriação dos conceitos, ideias, representações e relações existentes nas operações de multiplicação e divisão, nesta fase de escolarização, para que essas dificuldades não se estendam e se agravem pelos demais anos de escolarização, em que os procedimentos pessoais utilizados poderão se tornar ineficazes diante de problemas mais complexos, que irão requerer a mobilização de estratégias e procedimentos apropriados para sua resolução.

Um possível facilitador em relação ao ensino destas operações se refere a um trabalho que possa ser realizado de forma articulada entre as mesmas, para que possam ser estabelecidas as devidas relações entre ambas, o que também poderá contribuir com a diminuição das dificuldades quanto aos procedimentos da divisão, em que, a partir do momento em que o aluno o perceber sua relação com a multiplicação, esses procedimentos poderão ser compreendidos mais claramente.

Outro fator pode ser determinante para contribuir com o processo de ensino e aprendizagem. Nesse fator caberá a cada professor realizar o papel de pesquisador com seus alunos, buscando e encontrando novos caminhos através da constante observação dos procedimentos realizados pelos alunos, e dos indícios de compreensão revelados por eles, o que possibilitará ao docente diagnosticar as facilidades e fragilidades, que propiciarão a elaboração de estratégias que envolvam situações de aprendizagem que possam mobilizar conhecimentos de acordo com o nível de compreensão observado.

Nossos estudos podem não vir inicialmente a sanar todas as dificuldades encontradas nesse cenário, mas desejamos que estes sejam eficazes no sentido de instigar o leitor em relação a esse tema, levando a uma reflexão sobre as metodologias e práticas docentes adotadas no ensino deste e também de outros conteúdos.

6. Referências

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CURI, E. Projeto **Prova Brasil de Matemática:** Revelações e possibilidades de avanços nos saberes de alunos de 4ª série/ 5° ano e indicativos para a formação de professores. Aprovado no âmbito do Programa Observatório da Educação, Edital 2010, apoio Capes, 2010.

VERGNAUD, G. **El Niño, las Matemáticas y la Realidad.** México: Editorial Trillas, 1991.

VERGNAUD, G. Multiplicative conceptual field: what and why? In: GUERSHON, H.; CONFREY, J. (Eds.). **The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics**. Albany, N.Y.: State University of New York Press, 1994. p. 41-59.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, J. **Didáctica das Matemáticas.** Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155-191.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade:** problemas do ensino da matemática na escola elementar. Trad. Maria Lucia Faria Moro; revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares. – Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.