

PROGRESSÕES ARITMÉTICAS E GEOMÉTRICAS: PRAXELOGIAS EM LIVROS DIDÁTICOS¹

Eliane Aparecida Martins de Almeida

*Centro de Formação e Atualização dos Profissionais da Educação Básica- CEFAPRO/Cuiabá
elianecefapro@gmail.com*

Resumo

Apresentamos neste artigo alguns resultados de uma pesquisa de mestrado que investigou como os livros didáticos propõem o estudo das progressões aritméticas e geométricas. Os livros analisados constam no catálogo do Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (2009) e, além disso, foram utilizados pelas escolas estaduais do município de Cuiabá em 2010. Como opção metodológica, adotamos uma pesquisa qualitativa, com ênfase em análise documental. Para realizar os estudos nos fundamentamos na Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Chevallard (1999) e na Teoria dos Jogos de Quadros de Douady (1992). A partir disso, verificamos se as praxeologias das obras condizem com as propostas dos documentos oficiais. Assim, a análise nos permitiu identificar minúcias relevantes para os estudos das progressões, em que constatamos que nenhuma das obras analisadas é “completa”, de forma a contribuir efetivamente para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos estudos das progressões.

Palavras Chave: Livro Didático; Matemática; Progressões Aritméticas e Geométricas; Praxeologias; Jogos de Quadros.

1. Introdução

Alguns fatores contribuíram no sentido de nos motivar a eleger o livro didático como fonte de investigação. Ressaltamos que algumas reflexões realizadas pelo Grupo de Estudos e pesquisas da Universidade Federal de Mato Grosso - UFMT sobre o Livro Didático de Matemática nos influenciaram significativamente quanto a essa escolha. Os episódios da história do livro didático e os resultados de um mapeamento de pesquisas brasileiras que versam sobre esse material didático, também nos auxiliaram na delimitação de nosso foco.

¹ Artigo elaborado a partir da dissertação de mestrado intitulada “Progressões aritméticas e geométricas: praxeologias em livros didáticos de matemática”, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação do Instituto de Educação da Universidade Federal de Mato Grosso, na linha de Pesquisa Educação em Ciências e Matemática, sob a orientação da Profª. Dra. Gladys Denise Wielewski.

Para realizar a análise optamos por selecionar o capítulo referente às progressões aritméticas e geométricas. Um dos motivos dessa opção decorre do mapeamento, o qual nos apontou que nenhuma pesquisa aborda em livros didáticos do Ensino Médio as progressões aritméticas e geométricas, ou seja, os estudos que tratam desse assunto não foram explorados suficientemente.

Além disso, as progressões aritméticas e geométricas exerceram relevância para o desenvolvimento da Matemática e atualmente ainda continuam desempenhando funções importantes. Se o seu estudo for bem explorado, pode incitar no aluno a capacidade de conjecturar e generalizar. Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) indicam a percepção de regularidades em situações-problema que conduzem à generalização como uma perspectiva para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Outra importância das progressões aritméticas e geométricas decorre das suas diversas aplicações. Entre elas, podemos citar o seu emprego em estudos da Biologia, da Botânica e da Matemática financeira. De modo geral, os estudos de progressões aritméticas e geométricas articuladas ao de funções afim e exponencial, caracterizam-se como um recurso alternativo para modelar algumas situações da vida real.

Deste modo, as conexões de interesses pelas progressões aritméticas e geométricas, e livros didáticos, nos conduziram a enunciar o problema da pesquisa de mestrado: *Como os livros didáticos do primeiro ano do Ensino Médio propõem o estudo das progressões aritméticas e geométricas?* A partir da elaboração do problema estabelecemos o objetivo central da pesquisa que foi investigar como os livros didáticos propõem o estudo das progressões aritméticas e geométricas.

Tendo em vista a natureza do problema a ser pesquisado, adotamos a abordagem qualitativa como metodologia, com análise documental. Para estudar o documento caracterizamos a forma de registro das progressões aritméticas e geométricas empregando as Praxeologias de Chevallard (1999), que além de ser contemplado como referencial teórico também nos forneceu elementos para realizar os estudos em livros didáticos selecionados para esta pesquisa. A partir disso, articulamos as praxeologias presentes nos livros didáticos com as propostas dos documentos oficiais e os Jogos de Quadros propostos por Douady (1992).

Neste texto apresentamos algumas sugestões dos documentos oficiais, uma breve explanação sobre a TAD, a Teoria dos Jogos de Quadros, os critérios para análise e alguns resultados da pesquisa.

2. Algumas sugestões dos documentos oficiais

Os livros didáticos tendem a incorporar as discussões realizadas na esfera educacional, cujas ideias são sistematizadas em documentos oficiais. Portanto, um dos requisitos essenciais para que os livros didáticos do Ensino Médio compõem o catálogo do Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio – PNLEM é estar atrelado a esses documentos. Assim, buscamos verificar em que medida os autores incorporam as recomendações dos documentos oficiais nos livros didáticos do primeiro ano do Ensino Médio, no estudo das progressões aritméticas e geométricas.

Tais documentos apontam alguns caminhos, que não são os únicos e evidentemente, as obras podem apresentar outras escolhas para os estudos das progressões. Porém, não podemos desconsiderar as recomendações dos documentos oficiais, pois de certa forma as propostas produzidas por comunidades científicas influenciam o ensino da Matemática e os livros didáticos. Com maior ou menor grau de acedência de tais propostas, os livros podem se constituir em porta-vozes das orientações contidas nos documentos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM (2002) enfatizam que aprender Matemática no Ensino Médio vai muito além da simples memorização de resultados dessa ciência. Ainda segundo o mesmo documento “a aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada ao domínio de um saber fazer Matemática e de um saber pensar Matemática” (PCNEM, 2002, pp. 40-41). O documento ressalta a importância de se trabalhar atividades sobre resolução de problemas diversificados que incentivem a elaboração de conjecturas, estímulo de observação de regularidades com a generalização de padrões, os quais são elementos essenciais para a formalização do conhecimento matemático.

Em relação às progressões, as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN+ recomendam:

O estudo da progressão geométrica infinita com razão positiva e menor que 1 oferece talvez a única oportunidade de o aluno estender o conceito de soma para um número infinito de parcelas, ampliando sua compreensão sobre a adição e tendo a oportunidade de se defrontar com as idéias de convergência e de infinito. Essas idéias foram e são essenciais para o desenvolvimento da ciência, especialmente porque permitem explorar regularidades. O ensino desta unidade deve se ater à lei de formação dessas sequências e a mostrar aos alunos quais propriedades decorrem delas. Associar às sequências a seus gráficos e relacionar

os conceitos de sequência crescente ou decrescente aos correspondentes gráficos permite ao aluno compreender melhor as idéias envolvidas, ao mesmo tempo em que dá a ele a possibilidade de acompanhar o comportamento de uma sequência sem precisar decorar informações (PCN+, 2002, p.121).

Apesar de este documento abordar o estudo da progressão geométrica infinita, torna-se necessária uma ressalva, pois notamos um equívoco no trecho em que menciona o “conceito de soma”. Na verdade, a forma correta é conceito de adição de um número infinito de parcelas, já que a soma é o resultado da operação adição. Também argumenta que se devem evitar as exaustivas coletâneas de cálculos que fazem o simples uso de fórmulas “determine a soma..., calcule o quinto termo...” (OCEM, 2006, p. 75).

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006) sugerem a associação do estudo das progressões aritméticas e geométricas com o de funções. Embora este documento afirme que o domínio das funções seja o conjunto dos números naturais, notamos que não há esclarecimentos sobre gráficos contínuos e discretos. Enfatizamos que ao se trabalhar com progressões aritméticas e geométricas estamos lidando com variáveis discretas, visto que o domínio é conjunto dos números naturais. Portanto, o gráfico das progressões aritméticas e geométricas é formado por pontos discretos.

4. A Teoria Antropológica do Didático

A Teoria Antropológica do Didático tem como postulado básico que toda atividade humana regularmente realizada pode ser descrita por um modelo, o qual Chevallard (1999) descreve como praxeologias. Ou seja, ao procurar compreender o que é um objeto, é preciso buscar que tipos de *tarefas* e *técnicas* compõem as praxeologias institucionais em que ele intervém e que *tecnologias e teorias* permitem justificar as práticas existentes por meio de um discurso sobre este objeto.

Chevallard (1999) enfatiza que em qualquer prática institucional podemos traduzi-la em forma de *tarefa*, na qual a realização decorre a partir de *técnicas* que são justificadas por uma *tecnologia* que por sua vez é defendida por um discurso *teórico*.

Na noção de *praxeologia* identificamos as noções de *tarefa* (*t*) e tipo de *tarefa* (*T*). Quando uma tarefa *t* é parte de uma tarefa *T*, se escreverá $t \in T$.

Uma praxeologia relativa a uma *tarefa T* requer (em princípio), uma maneira de realizar as *tarefas* $t \in T$. A uma determinada maneira de realizar a *tarefa* Chevallard (1999)

denomina de *técnica* (θ) (do grego tekhnê), compondo assim um bloco denotado por [T/ θ] chamado de prático-técnico e é identificado como um *saber-fazer*.

De acordo com Chevallard (1999) a finalidade primordial da *tecnologia* θ é justificar “racionalmente” a técnica, a qual consiste em garantir que ela forneça o resultado esperado.

O discurso, ou seja, a *tecnologia* são afirmações mais ou menos explícitas, são, por exemplo, as proposições, definições, teoremas etc. Passamos assim, “a um nível superior de justificação-explicação-produção, estamos no nível da *teoria* Θ . Esta retoma o papel da tecnologia com relação à técnica” (CHEVALLARD, 1999, p.225, tradução nossa). Assim, a teoria é o discurso suficientemente amplo que serve para interpretar e justificar a tecnologia.

A teoria é a “tecnologia de sua tecnologia”. De alguma maneira, é o fundamento último da atividade que vai além do que parece óbvio e natural, sem necessidade de nenhuma justificativa (CHEVALLARD, 1999).

Almouloud (2010) compactua com Chevallard (1999) e aponta que no Ensino Médio, por exemplo, a organização praxeológica pode ser: *pontual*, *local* e *regional*. Na nossa pesquisa, podemos ter:

- Organização praxeológica *pontual* relativo a um problema, por exemplo, de progressão aritmética que responderia à seguinte questão “como resolver esse problema”?
- Organização praxeológica *local*, que versa sobre a resolução de diferentes tipos de problemas de progressão aritmética.
- Organização *regional*, que envolve todo um campo da Matemática ensinada no Ensino Médio, como por exemplo, as funções. Ao referir-se à atividade Matemática, Chevallard (1999) assinala dois tipos de praxeologias ou organizações: as *Praxeologias Matemáticas ou Organizações Matemáticas* e as *Praxeologias Didáticas ou Organizações Didáticas*.

Dado um tema de estudo matemático, se considerará consecutivamente: *a realidade Matemática* que se pode construir, a qual Chevallard nomeia de *Praxeologias Matemáticas ou Organizações Matemáticas*. A maneira em que pode ser construída esta realidade Matemática, ou seja, o modo como pode ser realizado o estudo de um determinado tema é denominado *Praxeologias Didáticas ou Organizações Didáticas*. Silva (2007) acrescenta

que estudar uma Organização Didática é o como estudar uma Organização Matemática desse tema, identificando as ações que podem ser vistas como didáticas.

As Praxeologias Matemáticas ou Organizações Matemáticas, dizem respeito aos objetos matemáticos em termos de *tarefa*, *técnica*, *tecnologia* e *teoria* as quais já foram mencionadas.

Em síntese, de acordo com Chevallard (1999), a Teoria Antropológica do Didático parte do princípio que toda obra, e toda obra Matemática em particular, surge como resposta a uma questão ou conjunto de questões problemáticas. A resposta para essas questões se materializa em um conjunto organizado de objetos ligados entre si por diversas relações. Deste modo, a organização é um resultado final de uma atividade Matemática que apresenta dois blocos inseparáveis: o bloco prático-técnico que compõe o saber-fazer e o bloco tecnológico-teórico que constitui o saber.

Chevallard, Bosch e Gascón (2001) asseguram que para elaborar uma praxeologia Matemática é necessário também elaborar uma praxeologia didática. Considerando esse ponto de vista, entendemos que ao analisar um livro didático, por exemplo, estamos verificando ao mesmo tempo a organização Matemática e as técnicas didáticas que organizam estes livros didáticos.

No que se refere às *Praxeologias Didáticas* ou *Organizações Didáticas*, Chevallard (1999) explica que são respostas às questões do tipo: Como definir progressões aritméticas para alunos do Ensino Médio? Que resposta dar a questão, como organizar o ensino de progressões aritméticas? Na busca de respostas a essas indagações, outra questão se coloca: quais os tipos de *tarefas* aparecem nestas Praxeologias Didáticas? Como toda Organização Praxeológica, uma Organização Didática se articula em tipos de *tarefas*, *técnicas*, *tecnologias* e *teorias*.

5. Jogos de Quadros (Jeux dès Cadres)

Segundo Almouloud (2010), a noção de jogos de quadros foi introduzida pela francesa Régine Douady com a intenção de especificar algumas características importantes da Matemática. Dentre essas características o autor faz referência “a capacidade de mudar de ponto de vista, de traduzir um problema de um quadro para outro, com a finalidade específica de mobilizar outras ferramentas na resolução, que não são as inicialmente encaminhadas” (ALMOULOU, 2010, p. 64).

De acordo com Douady (1992), Jogos de Quadros são mudanças de quadros geradas por meio da iniciativa do professor, que seleciona problemas apropriados que proporcionam a aprendizagem dos alunos. Nos livros didáticos, as mudanças de quadros são propostas pelos autores, que podem selecionar tarefas cuja resolução envolve os diferentes quadros, entre eles podemos ter, por exemplo, os quadros numéricos, algébricos e geométricos.

Nesse contexto, um problema que envolve uma progressão pode ser apresentado em diversos quadros da Matemática, como por exemplo: o numérico por meio da elaboração de uma tabela; o geométrico com a construção de um padrão, por meio do gráfico cartesiano que expressa o seu crescimento ou decrescimento ou com a determinação da expressão algébrica que melhor representa o problema.

6. Procedimentos utilizados na análise

Os critérios estabelecidos no processo de seleção dos livros foram: pertencer ao catálogo do PNLEM (2009); ser utilizado pelas escolas estaduais do município de Cuiabá que atendem o Ensino Médio. Desse modo, foram analisados quatro livros do primeiro ano do Ensino Médio: LD1 – Matemática: contexto e aplicações – Dante; LD2 – Matemática – Paiva; LD3 – matemática aula por aula – Xavier e Barreto; LD4 – Matemática completa – Giovanni e Bonjorno. Destacamos que ao referirmos aos livros empregamos as siglas LD1, LD2, LD3 e LD4.

Inicialmente a análise praxeológica foi referente à parte conceitual, ou seja, *tarefas* voltadas à introdução de conceitos, que decorrem das seguintes indagações: Como formular a definição de sequências numéricas finitas e infinitas e como determinar a lei de formação de uma sequência? Como construir o conceito de progressão aritmética e como deduzir a fórmula do termo geral de uma P.A.? Como é proposta a interpretação geométrica de uma P.A.? Como é proposta a interpolação aritmética de uma P.A.? Como são demonstradas as propriedades de uma P.A.? Como é proposta a soma dos termos de uma P.A.? Como conceituar progressões aritméticas de segunda ordem? Como construir a definição de progressão geométrica e como determinar o termo geral de uma P.G.? Como é feita a interpretação geométrica de uma progressão geométrica? Como fazer a interpolação geométrica de uma P.G.? Como obter a soma dos n primeiros termos de uma P.G. finita? Como conceituar o limite da soma dos infinitos termos de uma P. G.?

Posteriormente analisamos as *tarefas* resolvidas nas obras, com suas respectivas *técnicas* e discurso *tecnológico-teórico*. Inicialmente identificamos dois tipos de *tarefas*: que trazem explícitas P.A./P.G. no enunciado; que não explicitam P.A./P.G. no enunciado.

A proporção das *tarefas* que são resolvidas e que não trazem P.A./P.G. no enunciado é respectivamente: LD1 → 17 para 76, aproximadamente 22% das *tarefas* resolvidas; LD2 → 5 para 20, aproximadamente 24% das *tarefas* resolvidas; LD3 → 6 para 28, aproximadamente 21% das *tarefas* resolvidas; LD4 → 14 para 27, aproximadamente 52% das *tarefas* resolvidas.

A partir desses dois grupos emergiram outros, os quais dividimos em 3 blocos de *tarefas*: Bloco 1 – Limitadas ao próprio conteúdo; Bloco 2 – Conexões internas à própria Matemática; Bloco 3 – Tarefas de Aplicação²

Investigamos também as *tarefas* propostas aos alunos, as quais foram categorizadas do mesmo modo que as *tarefas* resolvidas pelos autores. Destacamos que realizamos essa etapa da análise pensando em possíveis *técnicas* que os alunos poderiam mobilizar na realização das *tarefas*.

7. Alguns resultados da análise

Os estudos referentes à parte conceitual mostraram que os tópicos dos capítulos que se referem às progressões aritméticas e geométricas são introduzidos, na maioria das vezes, mediante apresentação de problemas que podem ser modelados como uma progressão aritmética e geométrica, para as quais as obras usam *técnicas* que permitem a sua resolução. As *técnicas* são apresentadas e posteriormente o *discurso tecnológico-teórico* é explicitado, são raras as situações em que o *discurso tecnológico-teórico* é exposto sem apresentação de *técnicas*.

Observamos que dentre 12 situações analisadas, o discurso *tecnológico-teórico* da *tarefa T* (como formular a definição de sequências numéricas finitas e infinitas e como determinar a lei de formação de uma sequência) dos LD1 e LD4 não condizem com as *técnicas* apresentadas. Parece que há uma tentativa em atender as recomendações das Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006), pois as obras não explicitam e nem fazem relação do conteúdo sequências com funções, entretanto, as define como funções.

² A aplicação é o emprego de noções e teorias da Matemática em situações que vão de problemas triviais do dia-a-dia a questões mais sutis provenientes de outras áreas, quer científicas, quer tecnológicas” (LIMA, 2001, p. 1).

Na parte conceitual dos LD3 e LD4 não identificamos a articulação do conteúdo sequências com funções. Essa articulação é feita pelos LD1 e LD2 nas *tarefas T* relativas à interpretação geométrica de P.A. e P.G., nas quais se estabelece relações com funções afins e exponenciais. Também é apresentada no LD1 na *tarefa T* referente à definição de progressões aritméticas de 2ª ordem, sendo constituída uma vinculação entre P.A. e função quadrática.

Outra sugestão dos documentos oficiais é o estudo de P.G. infinita e quanto a esse aspecto verificamos que as quatro obras abordam o assunto.

Ao estudar a organização praxeológica da parte conceitual dos livros didáticos, localizamos *técnicas* que aplicam a generalização de padrões, que é mais uma proposta dos documentos oficiais. Constatamos que essa *técnica* é apresentada nas obras, em algumas das situações estudadas.

Outro olhar dos estudos se baseia na busca de soluções para um problema, nos diferentes quadros: numérico, algébrico, geométrico, os quais constituem os jogos de quadros propostos por Douady (1992). No entanto, nessa parte do estudo identificamos um número reduzido de *tarefas* que possibilitam a articulação dos diferentes quadros.

A articulação dos quadros numérico, algébrico e geométrico é explorada pelos LD1 e LD2 na *tarefa T*- interpretação de P.A. e P.G., e na *tarefa T*- adição dos termos de uma P.A.. São encontrados também nas *praxeologias* dos LD1 e LD3 na *Tarefa T* - limite da soma dos infinitos termos de uma P.G. Verificamos que é muito conveniente o uso dos diferentes quadros, pois conforme os documentos oficiais essa é talvez a exclusiva chance de o aluno estender o conceito de adição para um número infinito de parcelas, e assim obter uma ampliação da sua compreensão sobre o assunto, tendo a oportunidade de se defrontar com as ideias de convergência e de infinito. Disso decorre a necessidade da explicação detalhada para essa situação, tendo em vista que essas ideias foram e ainda são fundamentais para o desenvolvimento da ciência. Oferecer formas diferenciadas para a compreensão da ideia de infinito nos diferentes quadros pode desencadear melhor compreensão tanto dos professores quanto dos alunos e pode ainda contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Nas demais situações as *técnicas* são apresentadas nos quadros numéricos e algébricos. Na maioria das vezes, parte de um caso particular empregando o quadro numérico e posteriormente há o uso o quadro algébrico.

As *tarefas* que se limitam ao próprio conteúdo (Bloco 1) são frequentemente resolvidas nos LD1, LD2 e LD4. Já o LD3 apresenta um excesso de *tarefas* que contemplam esse bloco.

Tarefas que fazem conexões internas à própria Matemática (Bloco 2) aparecem frequentemente na organização praxeológica dos LD3 e LD4 e, às vezes, é apresentada pelos LD1 e LD2. As *tarefas* de aplicação (Bloco 3) não são resolvidas com muita frequência nos quatro livros analisados.

Na maioria das vezes a prioridade da resolução é dada em função da aplicação de fórmulas. Na realidade, as obras excluem *técnicas* alternativas, que podem ser eficazes para encontrar o resultado desejado. Assim, constatamos que as resoluções das *tarefas* são dadas em decorrência da parte expositiva. Também vimos que algumas *tarefas* não foram contempladas na parte conceitual, porém são dadas como exercício resolvido, como é o caso do LD3, que estabelece conexão entre P.A e P.G. somente nas *tarefas* resolvidas.

Os estudos referentes às *tarefas* resolvidas expostas nos livros didáticos nos possibilitaram verificar que embora haja algumas situações que fazem conexão com outras áreas de conhecimento e com a própria Matemática, ainda há nas *praxeologias* apresentadas nessas obras o predomínio de *tarefas* do gênero calcular, determinar, que se constituem em *tarefas* de imitação, visando certa standardização da *técnica*. Consideramos que *tarefas* desse tipo se caracterizam como exercícios e envolvem a mera aplicação do discurso *tecnológico-teórico*, ou seja, aplicação dos resultados advindos da parte expositiva das obras, como por exemplo, a aplicação direta da fórmula do termo geral de P.A. e P.G, da fórmula da soma de P.A entre outras. Na verdade, são *tarefas* que não exigem *técnicas* diversificadas para a sua solução, são as *tarefas* rotineiras. As *tarefas* que se caracterizam como problema são as que exercitam o pensar matemático, exigem criatividade na resolução e precisam de vários pontos de vista para a sua resolução.

As *tarefas* propostas aos alunos que se juntam ao bloco 1 são exaustivas coletâneas de cálculos que fazem o simples uso de fórmulas, o que contradiz as recomendações das Orientações Curriculares Nacionais. Fórmulas, macetes são esquecidos, é muito mais interessante aprender a constituí-las, conjecturar, generalizar. As fórmulas são consequências do ato de fazer Matemática e não o seu ponto central. Para esse bloco seria interessante que os livros propusessem inicialmente um número maior de *tarefas* com a finalidade de estimular a observação de padrões, com sua respectiva generalização.

Nesse sentido estaria contribuindo para o desenvolvimento do pensamento algébrico, pois Fiorentini, Miguel e Miorim (1993) recomendam a percepção de regularidades com o procedimento de generalização como perspectiva para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

As *tarefas* propostas aos alunos que estabelecem conexões internas à própria Matemática (Bloco 2) são frequentes nos LD1, LD2, LD3 e LD4. Porém, observamos que os livros propõem pouquíssimas *tarefas* que se articulam com o conteúdo funções. As obras apresentam *tarefas* que estabelecem conexões com outros conteúdos da Matemática, como, fração geratriz, ângulos, equação do segundo grau, múltiplos e divisores, média, teorema de Pitágoras etc.

Historicamente os padrões geométricos eram bastante explorados, Pitágoras, por exemplo, os observava e a partir disso conjecturava, estabelecia relações. Desse modo, poderiam ser propostas mais tarefas no quadro geométrico para estimular o pensamento dos alunos. Nos mapeamentos realizados por nós, algumas pesquisas apontam que mesmo estando no Ensino Médio os alunos não empregaram notação algébrica formal para representar a generalidade. Fato que nos remete a conjecturar que ainda há a necessidade de proporcionar situações que explorem isso.

Quanto às *tarefas* de aplicação (Bloco 3), verificamos que os LD1 e LD2 as propõem frequentemente, e os LD3 e LD4 as propõem raramente. *Tarefas* desse bloco condizem com outro ponto de vista do PCNEM (1999), segundo o qual a Matemática do Ensino Médio também exerce um valor instrumental, serve para resolver situações das atividades do cotidiano. Essas *tarefas* referentes ao conteúdo sequências se aplicam a situações de Matemática financeira, biologia, física entre outras.

Enfatizamos que apesar de se caracterizarem como *tarefas* de aplicação, muitas das que são apresentadas nos livros didáticos, principalmente nos LD3 e LD4, fazem parte de uma realidade idealizada, com dados artificiais. Os livros poderiam esclarecer ao leitor o que é real e o que é irreal.

Percebemos que os LD1 e LD3 ainda propõem muitas tarefas aos alunos que explicitam P.A. e P.G. no enunciado. Fato que merece especial atenção, pois em situações cotidianas, quem modela e articula a situação com o conteúdo é quem resolve o problema.

Considerações

O objetivo central desta pesquisa foi investigar como os livros didáticos propõem o estudo do conteúdo sequências no primeiro ano do Ensino Médio.

No contexto de desenvolver o pensamento matemático e o raciocínio dedutivo, os documentos oficiais destacam a importância de se trabalhar atividades sobre a resolução de problemas diversificados, que incentivam a elaboração de conjecturas, estímulo da observação de regularidades com a generalização de padrões, os quais são elementos essenciais do conhecimento matemático. Os documentos oficiais recomendam ainda que o estudo do conteúdo sequências deva dar ênfase na fórmula do termo geral. Apesar de não dizerem como, acreditamos que não deveriam ser dadas as fórmulas prontas, mas sim oferecer diversas situações para que os próprios alunos as deduzam, contribuindo dessa forma para desenvolver o pensamento algébrico.

Em geral, a parte conceitual é toda exposta nas obras, sem dar margem à criatividade dos alunos e *tarefas* que incentivam a observar regularidades, com o uso da linguagem algébrica para representá-las não são propostas com muita frequência no capítulo que trata das progressões aritméticas e geométricas.

As Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN+ indicam a necessidade de garantir uma abordagem das sequências vinculada à ideia de função. Essa articulação entre os conteúdos é proposta pelos LD1 e LD2 na parte conceitual. Porém, são raras as *tarefas* propostas que aproximam progressões e funções.

Outra recomendação dos documentos oficiais é o estudo da progressão geométrica infinita com razão positiva e menor que um. Nesse aspecto, as obras desenvolvem um tópico sobre o assunto, o que representa um fator relevante para os estudos. De acordo com os documentos oficiais, essa é talvez a única oportunidade dos alunos ampliarem o conceito de adição para um número infinito de parcelas, aumentarem sua compreensão sobre a adição e ter a oportunidade de se defrontarem com as ideias de convergência e de infinito no Ensino Médio.

Dentre os livros selecionados para esta pesquisa, observamos que o LD2 é o que mais apresenta equilíbrio entre os blocos de *tarefas*, com maior consonância com os documentos oficiais em relação ao capítulo das progressões. A obra propõe algumas *tarefas* que se aplicam a algumas situações.

Os estudos evidenciam que os LD1 e LD3 propõem um excesso de tarefas dos gêneros calcular, determinar, que se tornam repetitivas. As *tarefas* mais interessantes são apresentadas no final do capítulo, nas atividades adicionais e questões de vestibulares.

Evidenciamos que o LD3 é o livro mais utilizado no município de Cuiabá, no entanto, não temos clareza da razão da escolha desse material. Convém destacar que não analisamos outros capítulos, mas conforme o catálogo do PNLEM (2009), tal obra não é a que possui um maior índice de aspectos positivos na síntese avaliativa.

Constatamos que a atividade algébrica do capítulo referente às progressões ainda é a “letrista” tradicional. As *técnicas* utilizadas nas *praxeologias* pouco estimulam a investigação dos alunos, principalmente nos LD3 e LD4.

Verificamos que embora apresentem uma diversidade de *tarefas*, as obras selecionadas para esta investigação atendem parcialmente as recomendações dos documentos oficiais no capítulo referente às progressões. Assim, consideramos como elemento caracterizador do pensamento algébrico, a percepção de regularidades, as tentativas de expressar a estrutura de uma situação-problema, com o processo de generalização.

Nesse sentido, enfatizamos a importância de articular progressões com funções afins e exponenciais para modelar situações. As *tarefas* podem ser de contextos puramente matemáticos, ou podem ser vinculadas às situações da vida real. O importante é que elas sejam bem selecionadas, sejam instigantes, que se apresentem como um desafio aos alunos.

É esperado que as obras proponham com mais frequência o uso e a integração dos diferentes quadros, na resolução de problemas. A álgebra proporciona um modo de apropriar-se da estrutura dos problemas que provém de uma elaborada construção, na qual o livro didático tem um papel essencial a desempenhar, visto que ainda é uma das fontes de influência no ensino da Matemática, em particular no que retratamos nesta pesquisa, progressões aritméticas e geométricas. Seria interessante incentivar o uso dos diferentes quadros na resolução das *tarefas*, conforme proposto por Douady (1992).

A Teoria Antropológica do Didático, em particular as *praxeologias* de Chevallard (1999), nos permitiu identificar minúcias relevantes para os estudos, que podem passar despercebidas pelos professores ou até mesmo pelos próprios autores dos livros didáticos.

Deste modo, esta pesquisa remete a reflexões a respeito das *praxeologias* expostas nos livros didáticos que podem influenciar nas *praxeologias* dos professores, bem como os

possíveis efeitos sobre a aprendizagem dos alunos, o que acresce contribuições proeminentes para a Educação Matemática. As ações realizadas proporcionam uma reflexão para o processo ensino-aprendizagem das progressões, e podem colaborar para que haja mudanças na *organização didática e Matemática* dos livros didáticos no capítulo referente às progressões, assim como propor mudanças no próprio espaço escolar, nas quais o professor pode enriquecer a utilização do livro didático.

Entre as obras selecionadas para os estudos, constatamos que nenhuma delas é “completa”, não contempla todas as recomendações dos documentos oficiais, também não apresentam tarefas que contribuem efetivamente para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos estudos das progressões. Ainda que contemplasse todas as recomendações não seria completa, ou seja, não estaria finalizada, são flexíveis a mudanças. Vale notar que os documentos oficiais apontam alguns caminhos que podem não ser os únicos.

Então, cabe ao professor selecionar o livro que considerar mais adequado, segundo sua opinião e de acordo com os alunos que tem na escola, tendo em mente a necessidade de ao se planejar as aulas recorrer a mais de um livro didático.

8. Referências

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da Matemática**. Curitiba: UFPR, 2010.

BRASIL. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. V. 2. Brasília: Secretaria de Educação Básica, 2006. 135 p.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2002.

BRASIL. **PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2002.

CHEVALLARD, Yves. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v.19.n.2, p.221-265, 1999.

CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Marianna; GASCÓN, Josep. **Estudar Matemáticas: O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contexto e aplicações**. Ensino Médio. Vol. I. 4. ed. São Paulo: Ática, 2008.

DOUADY, Regine. Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. Repères, **IREM**, n.6, Topiques Editins, jan, 1992.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, Antonio. Contribuição para um Repensar a Educação Algébrica Elementar. In: **Pro-Posições**. Vol. 4. n. 1. Março de 1993, p. 78-91.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto. **Matemática Completa**: Ensino Médio. Vol. 1. 2. ed. São Paulo: FTD, 2005a.

LIMA, Elon Lages. Exame de textos: Análise de livros de Matemática para o Ensino Médio. Rio de Janeiro: SBM, 2001.

PAIVA, Manoel. **Matemática**: Ensino Médio. Vol. 1. São Paulo: Moderna, 2009.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. **Matemática: catálogo do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio: PNLEM/2009**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008. Disponível em: <<http://www.fnde.gov.br>>. Acesso em: 20 nov. 2010.

SILVA, Claudio Xavier da; BARRETO, Benigno Filho. **Matemática aula por aula**: Ensino Médio. Vol. 1. 2a ed. São Paulo: FTD, 2005.

SILVA, Maria José Ferreira da. **Investigando saberes de professores do Ensino Fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série**. 2007. 301 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2007.