TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO: O ALUNO COMO PROTAGONISTA NA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO

Luciano André Carvalho Reis

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia São Paulo – IFSP

luciandreis@uol.com.br

Prof. Dra. Norma Suely Gomes Allevato

Universidade Cruzeiro do Sul

normallev@uol.com.br

Resumo:

Considerando a dualidade entre a formação técnica e a propedêutica em que o Ensino Médio ainda se encontra, este artigo tem por objetivo analisar uma prática de ensino de Trigonometria no triângulo retângulo. O estudo envolveu alunos de um campus do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado de São Paulo. Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa, e os dados foram coletados na observação das atividades em sala de aula, na gravação das falas dos alunos e do professor. Este trabalho pretende mostrar a importância de dar voz aos alunos, elencando as estratégias usadas na busca do conhecimento, baseadas nas discussões em sala de aula, mediadas pelo professor e pelo contrato didático. Os resultados mostram que a criatividade e a desenvoltura apresentadas pelos alunos na socialização, dos exercícios resolvidos em classe, são de fundamental importância para a construção de novos conhecimentos.

Palavras-chave: Educação Matemática; Ensino Médio; Trigonometria; Diálogo; Situações didáticas.

1. Introdução

Este artigo pretende analisar como a Trigonometria no triângulo retângulo é apresentada e explorada, num Curso de Ensino Médio. Tal pesquisa foi motivada pela nossa prática educacional, nos vários anos de magistério com alunos das redes pública e privada, dos Ensinos Fundamental, Médio e Superior, e dos cursos preparatórios para o vestibular.

Atualmente tem sido adotado, como argumento principal para a educação, que os processos de ensino e aprendizagem deveriam promover a interação entre o professor e o aluno, buscando a construção de um conhecimento embasado nas experiências adquiridas anteriormente e na troca de experiências, entre ambos. Nossa experiência nos faz questionar se, mesmo num ensino propedêutico, como é feito num curso preparatório para o vestibular, tal interação não seria possível ou, até mesmo, necessária.

Argento (2005) e as Orientações Curriculares divulgadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais - (Ensino Médio) – PCNEM, recomendam e atestam que o aluno constrói significados a partir de experiências e conhecimentos adquiridos das múltiplas e complexas interações que trouxe da família, dos grupos nos qual está inserido e das etapas anteriores de sua escolarização sendo, assim, o protagonista do seu processo de aprendizagem. Ao professor cabe, cada vez mais, o papel de mediador nessa interação dos alunos com outros agentes e com os objetos de conhecimento.

O Ensino Médio, estando situado entre dois outros níveis de ensino, o Fundamental e o Superior, parece carecer de uma identidade própria, conforme argumentam Domingues et al (2000), “especialmente pelo caráter homogeneizador causado pelo vestibular, ou melhor, pelo processo seletivo para ingresso no ensino superior” (p. 68)

De fato, essa questão se apresenta, ainda hoje, bastante complexa. Com a ênfase no ensino profissionalizante, em maio/junho de 2006, o Ministério da Educação divulgou uma proposta pedagógica para o Ensino Integrado, segundo a qual

> a oferta do Ensino Médio integrado à Educação Profissional deverá contribuir com a melhoria da qualidade dessa etapa final da educação básica. Em termos curriculares, essa modalidade reunirá conteúdos do Ensino Médio e da formação profissional que deverão ser trabalhados de forma concomitante, durante todo o curso, assegurando o imprescindível diálogo entre teoria e prática. Aos alunos será dada a oportunidade de concluir o Ensino Médio e, ao mesmo tempo, adquirir uma formação específica para sua inclusão no mundo do trabalho. O Ensino Médio integrado proporcionará melhores condições de cidadania, de trabalho e de inclusão social aos jovens e adultos em busca de uma formação profissional de qualidade e de novos horizontes para suas vidas. (BRASIL, 2006, p.4)

Diante disto, vimos a necessidade de aprofundar compreensões sobre as formas como esse aluno constrói seu conhecimento, no ensino de Matemática, mais especificamente no conteúdo “Trigonometria no triângulo retângulo”. Realizamos, então, um levantamento no Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), com o propósito de elencar as pesquisas de mestrado e doutorado que foram realizadas no período de 1987 a 2009, que tinham como foco de pesquisa “A Trigonometria no Ensino Médio”, e descobrir, entre outros, que aspectos do ensino da Trigonometria foram privilegiados pela produção acadêmica nesses estudos. Com este levantamento (REIS & ALLEVATO, 2011) encontramos 22 (vinte e duas) dissertações e 03 (três) teses e constatamos, entre outras coisas, que “a Resolução de Problemas é a categoria com o maior número de trabalhos, levando a crer que esta é uma das mais utilizadas formas de realizar o trabalho com Trigonometria no Ensino Médio”. (p. 1).

A partir dessas reflexões iniciais, na seção 2 deste artigo, apresentamos nossas compreensões, construídas com fundamentação nas opiniões de outros pesquisadores, a respeito da construção do conhecimento pelo sujeito-aluno, do papel do professor e das situações didáticas, mediadores nesse processo.

Em seguida, apresentamos a metodologia da pesquisa, relatando o caso de uma aula cujo objetivo era verificar o que foi aprendido pelos alunos quanto aos conceitos iniciais da "Trigonometria no triângulo retângulo". A condução da aula é apresentada evidenciando a forma como os alunos trazem seus conhecimentos prévios, como o professor os incita e questiona sobre tais conhecimentos, ressaltando a importância das situações didáticas e buscando ajudá-los na construção de novos saberes. Finalmente, apresentamos reflexões sobre essa aula, destacando alguns aspectos que julgamos relevantes; tais reflexões têm sido desenvolvidas em nossas pesquisas ou nas de outros pesquisadores, alguns dos quais são citados na seção 2. Encerramos, então, com nossas considerações finais.

2. A construção do conhecimento: o professor e as situações didáticas como mediadores desse processo.

Estamos num mundo em que a construção do conhecimento não se concretiza apenas de forma vertical (de professor para aluno); ela se realiza, também, de forma circular, trazendo e levando informações desses sujeitos da educação. O que, de fato, mais se recomenda atualmente é o currículo em espiral, que enquanto retoma aspectos anteriores, faz evoluir e avançar na construção de novos conhecimentos. Freire (2001), recomenda que a educação deve realizar

> [...] uma tarefa libertadora. Não é para encorajar os objetivos do educador e as aspirações e os sonhos a serem reproduzidos nos educandos, os alunos, mas para originar a possibilidade de que os estudantes se tornem donos de sua própria história. É assim que eu entendo a necessidade que os professores têm de transcender sua tarefa meramente instrutiva e assumir a postura ética de um educador que acredita verdadeiramente na autonomia total, liberdade e desenvolvimento daqueles que ele ou ela educa. (p. 78)

Mesmo não sendo um teórico específico da área da Educação Matemática, concordamos com a fala de Severino (2007), quando afirma que o conhecimento se dá como construção do objeto que se conhece, ou seja,

> mediante nossa capacidade de reconstituição simbólica dos dados de nossa experiência, apreendemos os nexos pelos quais os objetos manifestam sentido para nós, sujeitos cognoscentes... Trata-se, pois, de redimensionar o próprio processo cognoscitivo, até porque, em nossa tradição cultural e filosófica, estamos condicionados a entender o conhecimento como mera representação mental. O que se deve concluir é que o conceito é uma representação mental,

> mas esta não é o ponto de partida do conhecimento, e sim o ponto de chegada,o término de um complexo processo de constituição e reconstituição do sentido do objeto que foi dado à nossa experiência externa e interna. (p. 25)

Nóvoa (2000), afirma que “as ações dos professores são resultados, de uma mistura de ambições, de aspirações, de experiências, de casualidades, que foi firmando em gestos, hábitos, condutas com os quais eles se identificam como professores.” (p. 11). A escola dos dias atuais parece desejar um professor que se apoie na ideia de que os efeitos da sua teoria pedagógica incitam o desenvolvimento do aluno, no sentido da emancipação tecnológica, política e social.

Assim, os processos de ensino e de aprendizagem parecem caminhar para práticas baseadas no diálogo. Esta estratégia possibilita, ao aluno, descobrir novos conceitos, desenvolver seu raciocínio e assumir e expressar posicionamentos. É no diálogo que aflora, também, o conflito, ativando, assim, as discussões e a presença participativa dos alunos. Nesse aspecto, o professor precisa ter atitude de abertura, de aceitação do outro com sua subjetividade e suas diferenças, criando a unidade educador-educando, num processo de intercomunicação. Quando o educador tem respostas prontas, cala o aluno, elimina o diálogo e estabelece uma tal relação de poder entre eles, que pode bloquear a capacidade de pensar do aluno, ou mesmo, sua capacidade de ser. A atividade de ensinar e aprender está intimamente vinculada a esse processo de construção de conhecimento, pois segundo Severino (2007) “ele é a implementação de uma equação de acordo com a qual educar (ensinar e aprender) significa conhecer; e conhecer, por sua vez, significa construir o objeto” (p. 25)

O aluno é um ser dotado de experiências anteriores adquiridas em sua trajetória escolar, no convívio com a família e com os grupos sociais nos quais ele está inserido. Segundo os PCNEM

> todo conhecimento é socialmente comprometido e não há conhecimento que possa ser aprendido e recriado se não se parte das preocupações que as pessoas detêm. O distanciamento entre os conteúdos programáticos e a experiência dos alunos certamente responde pelo desinteresse e até mesmo pela deserção que constatamos em nossas escolas. [...] A aprendizagem significativa pressupõe a existência de um referencial que permita aos alunos identificar e se identificar com as questões propostas. Essa postura não implica permanecer apenas no nível de conhecimento que é dado pelo contexto mais imediato, nem muito menos pelo senso comum, mas visa a gerar a capacidade de compreender e intervir na realidade, numa perspectiva autônoma e desalienante.[...] toda aprendizagem significativa implica uma relação sujeito-objeto e para que esta se concretize, é necessário oferecer as condições para que os dois pólos do processo interajam. (BRASIL, 2000, p. 22)

Entende-se, então, que os processos de ensino e de aprendizagem são fortemente condicionados pelo perfil e pela forma de atuar, tanto do professor como do aluno. O professor deve ser o provocador da construção individual e coletiva do conhecimento, questionando sistematicamente os alunos e, com isso, oportunizando-os ao questionamento construtivo. O perfil de transmissor, com respostas prontas e sem discussões, passa a ser substituído pelo perfil do mediador, que cria dúvidas, propõe problemas, faz perguntas e leva o estudante e pensar e, sempre, argumentar. O aluno, por sua vez, deve assumir-se como corresponsável por sua formação; antes de tudo, deve estar predisposto a aprender para, então, pôr em prática a busca pelo autoconhecimento, pelo desenvolvimento da autoestima, constituindo, assim, sua identidade e autonomia intelectual. É nesse contexto que se insere a Didática da Matemática.

Segundo Brousseau (1996), ela estuda as atividades didáticas que têm como objetivo o ensino naquilo que os saberes matemáticos têm de específico, propiciando explicações, conceitos e teorias, assim como meios de previsão e análise, incorporando resultados relativos aos comportamentos cognitivos dos alunos (referência a Piaget), além de tratar dos tipos de situações utilizadas e dos fenômenos de comunicação do saber. D'Amore (2007) complementa afirmando que a Didática da Matemática é "a arte de conceber e conduzir condições que podem determinar a aprendizagem de um conhecimento matemático por parte de um sujeito" (p. 3) e, Almouloud (2007) indica que "o objeto central de estudo nessa teoria não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática, na qual são identificadas as interações entre professor, aluno e saber" (p. 32). Ainda, Gálvez (1996) observa que está incluso o estudo de situações que sejam exitosas ou fracassadas, pois o erro constitui fonte de informação para a elaboração de boas questões ou situações-problema. Diante disso, concluímos, que a Didática da Matemática é de fundamental importância para que os processos de ensino e aprendizagem sejam efetivamente concretizados.

Brousseau (1996a) expõe como idéia básica aproximar o trabalho do aluno do modo como é produzida a atividade científica verdadeira, ou seja, o aluno se torna um pesquisador, testando conjecturas, formulando hipóteses, provando, construindo modelos, conceitos, teorias e socializando os resultados. Cabe ao professor, assim, providenciar situações favoráveis, de modo que o aluno nessa ação efetiva sobre o saber, o transforme em conhecimento.

É nessa linha que Brousseau reitera a Teoria das Situações Didáticas, como a garantia de condições para a construção do conhecimento matemático organizado em função dos saberes próprios da disciplina. Para Brousseau (1996a),

> a esse respeito, existem três tipos de situação que me interessam: aquelas que convocam à tomada de decisões, ou seja, que colocam os alunos em ação, as que permitem formular ideias e colocá-las à prova e, por último, os debates, momento em que o grupo discute estratégias de resolução, avaliando quais opções são mais adequadas. (p. 10) [..] uma situação didática é uma relação entre os alunos, o professor e o conhecimento, planejada pelo docente para que todos se apropriem, de maneira significativa, de um saber específico da área. Nela, o estudante aplica o que sabe na resolução de um desafio, faz aproximações e explicita os procedimentos e raciocínios utilizados. É uma simulação do trabalho de um matemático, que cria instrumentos para resolver um problema. Alguns educadores pensam que agem assim simplesmente lançando perguntas para serem respondidas. Mas o fato é que, quando as observamos de perto, vemos que são feitas para derrubar os estudantes, e não para realmente pôr em jogo as ideias deles (p. 12).

O papel do conhecimento que os alunos já possuem no momento de resolver uma situação didática é poder encaminhar ou não a solução de um problema - aliás, é para validar ou refutar as ideias deles que as situações didáticas são propostas. Inicialmente, cada um dá um passo utilizando o que sabe para formular hipóteses de resolução de um problema. Quando não dá certo, o estudante elimina os conhecimentos inadequados para aquela situação e começa a pensar em outras possibilidades. O professor, segundo Brousseau (1996), pode auxiliar neste processo, mostrando

> a importância de saber realizar perguntas para aprender. Fazer Matemática - na verdade, fazer qualquer pesquisa - é elaborar boas questões e depois respondê-las. Na maioria das escolas, em nenhum momento os alunos são orientados sobre como perguntar. Se o educador não inicia a turma nessa prática, ele não cumpre metade de seu papel. Muitas vezes, quando ele diz "façam perguntas", elas vêm de todos os cantos e não encaminham para o aprendizado. Se a situação é bem feita, as questões são abertas, mas não demais - só o suficiente para que os estudantes vejam o que é útil ou não para a resolução. (p. 15)

Para estabelecer um contrato didático, deve-se pressupor o conhecimento já adquirido, o saber fazer, as habilidades e as competências a serem adquiridas com o objeto desta relação: o saber proposto. Pode-se verificar estes aspectos nas atitudes diante das situações problemas. Neste caso, dois pontos são evidentes: o da qualidade formal, que se reveste do aspecto técnico, da competência para produzir e aplicar conhecimentos; e da qualidade política, que se refere à construção da identidade individual e cultural. Nesse sentido, o aluno também deve estar preparado para avaliar o professor. Mais ainda, o aluno deve se questionar sobre o seu próprio desempenho acadêmico, sobre a importância da busca do conhecimento, sobre os seus objetivos pessoais e sobre seu desenvolvimento educacional. Na verdade, a participação e colaboração do aluno, na construção e no pacto do contrato didático, são fundamentais para que ações deste processo sejam cumpridas continuamente de forma bilateral.

3. A observação em sala de aula

O trabalho que apresentamos neste artigo é um “recorte” de uma investigação delineada nos marcos da pesquisa qualitativa que, segundo Lüdke e André (1986), caracteriza-se por:

> (i) ter o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento; (ii) coletar dados predominantemente descritivos; (iii) ter maior atenção ao processo que com o produto; (iv) o processo de análise tende a ser indutivo, sendo que ‘os pesquisadores não se preocupam em buscar evidências que comprovem hipóteses definidas antes do início dos estudos. As abstrações formam-se ou se consolidam, basicamente, a partir da inspeção dos dados num processo de baixo para cima. (p.10)

Observamos as atividades desenvolvidas em uma sala de aula e gravamos as vozes do professor e dos 37 (trinta e sete) alunos envolvidos. O relato e as análises que apresentamos a seguir, oriundos de uma atividade que durou 135 minutos, ilustra como a interação professor-aluno-conhecimento se fez numa aula cujo objetivo era introduzir a “Trigonometria no triângulo retângulo”.

A observação seguiu os pressupostos de Vianna (2007) onde afirma

> que as práticas de observação em sala de aula e todo o proceder na pesquisa qualitativa têm uma fundamentação filosófica e, dependendo do envolvimento do observador em relação a estes conceitos, a observação de um determinado comportamento pode ter importância para um certo pesquisador e não apresentar qualquer significado para outro. Assim, a atmosfera democrática em sala de aula, com a interação entre alunos e desses com o professor, pode significar muito para quem associe uma visão democrática ao comportamento do professor e dos alunos. Toda a movimentação em sala pode ser registrada por esse observador como sendo uma aula dinâmica, interativa, etc. (p. 84)

O Encontro

A professora começou o encontro perguntando aos alunos sobre as dúvidas dos exercícios que foram propostos no encontro passado e se propôs a resolvê-los, na lousa. Os alunos pediram que ela resolvesse alguns exercícios e, então, ela começou.

Prof.[1]: – O que é que vocês precisam enxergar em exercícios de geometria?

[1] Os nomes dos alunos apresentados nesse artigo são fictícios; Prof. se refere à professora

Caca: – Os triângulos!

Prof.: – Bem, qual o exercício que vamos resolver?

Iaia – O exercício 20, professora.

Prof.: – Ok, vamos a ele.

Se tg α = 1/3, calcule sen α (α é o ângulo agudo).

Figura 1: O enunciado do exercicio 20, do livro didático.

Fonte: Matemática, Contexto e Aplicações (DANTE, 2010, p.376)

Prof.: – O exercício afirma que a tangente de alfa é 1/3 e ele quer calcular o seno de alfa. Primeiro passo do exercício: fazer a representação. Como fazê-la?

Iaia – Desenhe um triângulo retângulo e localiza um ângulo alfa.

Prof.: – Bem, então vamos lá. O que é tangente de alfa? É o seno de alfa sobre o cosseno de alfa? Se tangente é seno sobre cosseno, então eu vou colocar o cateto oposto valendo 1 e o adjacente valendo 3. Certo? Vamos usar o Teorema de Pitágoras para encontrar o valor da hipotenusa! Pronto, a hipotenusa é igual à raiz quadrada de 10. Certo? Então o seno de alfa será 1 sobre raiz de 10. Vamos racionalizar?

No momento em que a professora diz que a tangente é o seno sobre o cosseno e, resolve indicar a medida do cateto oposto como sendo 1 e do cateto adjacente como sendo 3, ela cometeu um equívoco 1/3 é o valor da a razão e isto não significa que um cateto mede 1 e o outro mede 3. Poderiam ser valores proporcionais a 1 e a 3.

Fefe – Multiplica em cima e em baixo por raiz de 10 e corta a raiz!

Prof.: – Corta a raiz? Como é isso?

Fefe – Eu aprendi assim, professora.

Prof.: – Na verdade a raiz “não corta nada”, o que acontece é que raiz de 10 multiplicada por raiz de 10 é igual a raiz de 100, que vale 10; entenderam?

Fefe – Ah professora, viu como cortou?

Os outros alunos da classe riram copiosamente diante da afirmação. São os erros de conceitos que vêm acompanhando nossos alunos e que podem levá-los a perder o sentido da matemática. Quando o aluno não assimila o “porquê” das propriedades e conceitos da matemática, e começa a assumir posições imediatas como o exemplo de “cortar a raiz”, ela perde seu sentido e o desmotiva a aprender.

Prof.: – Bem, agora é o exercício 25 que vamos resolver?

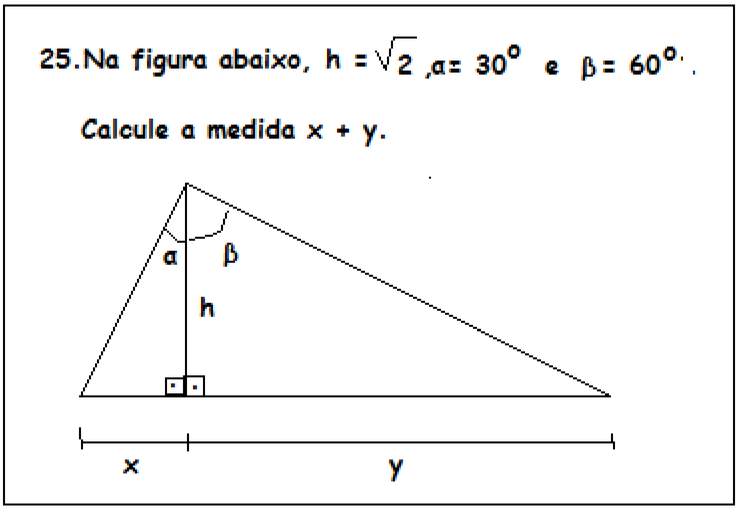

Figura 2: O exercício 25 do livro didático.

Fonte: Matemática, Contexto e Aplicações (DANTE, 2010, p.377)

Prof.: Trata-se de um triângulo retângulo com o ângulo reto dividido em dois, alfa e beta.

Iaia – Professora, como eu posso afirmar que é um triângulo retângulo?

Prof.: – Querida, observe que o exercício informa que os valores dos ângulos α e β, certo? A soma dos dois é 90º; logo, é um triângulo retângulo. Certo? A altura relativa à hipotenusa divide-a em dois segmentos, x e y, opostos respectivamente aos ângulos alfa e beta. O exercício informa que o valor da altura é raiz de 2 e pede x+y.

Dandan – Resolvi os triângulos separadamente, primeiro o que têm o ângulo de 60º com y sendo o cateto oposto e raiz de 2 o adjacente. Portanto, usei tangente e cheguei a y igual a raiz de 2 vezes raiz de 3 que é igual a raiz de 6. Fiz o mesmo procedimento com o triângulo que tem o ângulo de 30º, com x sendo o oposto e raiz de 2 o adjacente. Mais uma vez usei tangente e cheguei a x igual a raiz de 6, sobre 3.

Prof.: – Pronto então?

Anan – Não professora, o exercício quer x + y.

Prof.: – Então basta somar raiz de 6 sobre 3 com raiz de 6. Tiramos o mínimo múltiplo comum e, depois de realizar as operações matemáticas, chegamos a 4 raiz de 6, sobre 3.

Feitos os exercícios na lousa, a professora lançou aos alunos uma proposta de trabalho onde eles se reuniriam em duplas, e cada dupla resolveria, em 15 minutos, um determinado exercício; depois, o explicaria na lousa, para todos. Os exercícios estavam, todos, no livro didático.

Inicialmente a professora pediu que todos fizessem a leitura de um exercício proposto e resolvido no livro didático, o que lhes indicaria um caminho bastante interessante para a resolução de diversos problemas sobre triângulos retângulos.

Esgotado o tempo, a professora pediu que os alunos fossem à lousa explicar a resolução dos exercícios. Vamos acompanhar as resoluções e explicações.

4. Um avião decola de um ponto B sob inclinação constante de 15º com a horizontal. A 2 km de B se encontra a projeção vertical C do ponto mais alto D de uma serra de 600 m de altura, conforme figura.
É correto afirmar que:
a) Não haverár colisão do avião com a serra.
b) haverá colisão do avião com a serra antes de alcançar 540 m de altura.
c) haverá colisão do avião com a serra em D.
d) se o avião decolar 220 m antes de B, mantendo a mesma inclinação, não haverá colisão do avião com a serra.

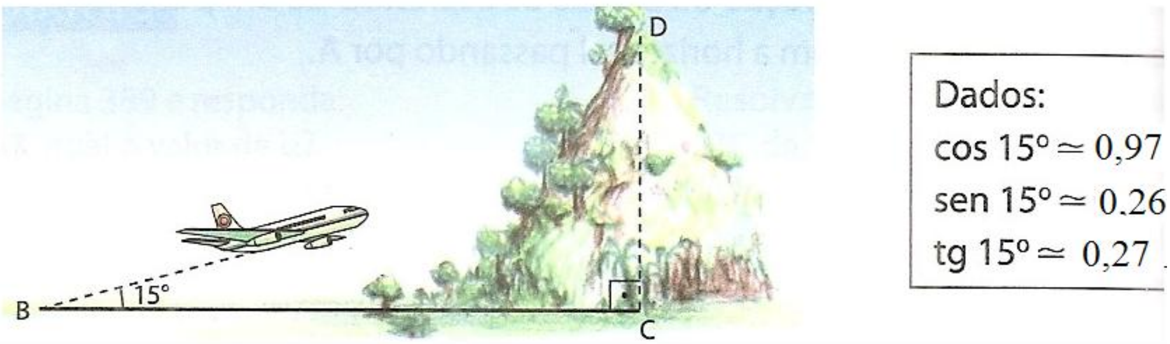

Figura 3: O exercício 4 , do livro didático.
Fonte: Matemática, Contexto e Aplicações (DANTE, 2010, p.378)

Carcar – Trata-se de um avião que subirá sob um ângulo de 15º com a horizontal, há uma distância de 2000 m de uma serra que tem 600 m de altura e várias afirmações para serem analisadas.

Cácá – Tangente de 15º igual a h sobre 2000m. Como tomamos a tangente de 15º como 0,27, então teremos, por regra de três, que h= 540m. É a altura em que o avião colidiria com a serra. Na letra b, devemos considerar a altura da serra de 610m, por conta da margem de segurança, e aplicar tangente de 15º igual a 610 sobre x, onde x é a distância mínima para a decolagem. Por regra de três teremos que x é aproximadamente 2222m.

Carcar – Eu fiz por proporção, 2000m está para 540m assim como x está para 610m e descobri que x é aproximadamente 2222m. Regra de três simples que dá o resultado, e acabou!

Prof.: – E com a mesma distância de 2000m, qual seria o ângulo para o avião não colidir com a serra?

Cácá – Basta dividir 610m por 2000m e, por serem respectivamente os catetos oposto e adjacente, teremos o valor da tangente. Daí é só procurar na tabela!

A resolução de um problema matemático leva, necessariamente, o aluno a refletir sobre tal, mesmo que, às vezes, de forma superficial e fragmentária. Essa reflexão, muitas vezes, não é explicitada e o próprio aluno não toma consciência sobre o que está pensando. No entanto, durante a interação, ele precisa explicitar suas idéias e suas hipóteses para que o colega tome conhecimento delas e possa, assim, compartilhar esse pensamento de forma que ambos construam a solução.

Prof.: – Vamos agora à próxima dupla. O exercício é o de número 26. Rara e Pepe farão a resolução na lousa.

26.Um navio está situado exatamente a 10 milhas a leste de um ponto *A*. Um observador, situado exatamente ao sul do navio, vê o ponto *A* sob um ângulo de 40^o . Calcule a distância entre o observador e o navio.(Dados: sen 40^o = 0,64; cos 40^o = 0,76 e tg 40^o = 0,83.)

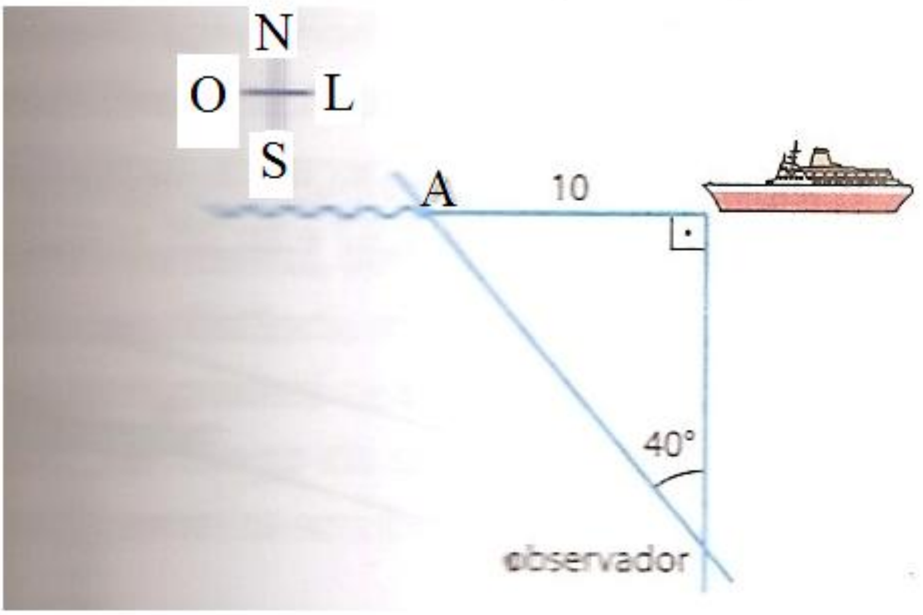

Figura 4: O exercício 26, do livro didático.
Fonte: Matemática, Contexto e Aplicações (DANTE, 2010, p.381)

Rara: Bem, basta fazer tangente de 40º igual ao cateto oposto (10milhas) sobre o cateto adjacente (x). Então x é igual a 10 sobre 0,83 que é aproximadamente 12,04 milhas.

Prof.: – Perfeito. Alguém tem alguma dúvida sobre o que foi feito até aqui?

Nesse momento, os outros alunos estavam preocupados com a resolução dos exercícios que haviam sido propostos, e não responderam à pergunta da professora. Parece que a "tarefa" de resolver o exercício, na lousa, representou um elemento de "pressão" e fez com que os alunos se concentrassem apenas no que lhes foi pedido e não se preocupassem com o desenrolar da aula e com os exercícios explicados e resolvidos pelas outras duplas. A partir do momento que a professora decidiu direcionar diferentes exercícios para cada dupla, parece que a socialização dos mesmos ficou prejudicada. Acreditamos que se todas as duplas resolvessem a mesmo exercício e as resoluções fossem confrontadas e explicitadas, na lousa, o processo de aprendizagem teria sido favorecido, pela discussão entre os pares e o professor.

Fim do encontro.

4. As reflexões sobre a aula

No percurso da aula, os alunos foram se posicionando, relatando o que trouxeram de outros anos escolares e construindo, em conjunto, um conhecimento.

Pensamos que, ao dar voz aos alunos, a professora tornou possível encontrar posicionamentos interessantes e concisos. Nessa atividade observada, que o diálogo foi uma forma importante e eficaz para a construção do conhecimento, pelos alunos. Tal situação não foi verificada na resolução do exercício de número 26, onde os alunos não se posicionaram diante da explicação da dupla e do questionamento da professora.

Portanto, os dados atestam que a aprendizagem de um conteúdo ou a resolução de um problema, conjuntamente, onde os alunos tenham a oportunidade de explicitar o seu conhecimento e confrontar o seu ponto de vista com o de outros colegas, pode vir a ser uma situação favorável para que os participantes ajudem-se mutuamente, no sentido de superarem as dificuldades que encontram ou os erros que podem cometer durante a realização da tarefa.

Nessa atividade observada, o diálogo foi uma forma importante e eficaz para a construção do conhecimento, pelos alunos. O conteúdo Trigonometria no Triângulo Retângulo foi apresentado a esses alunos, de forma que não existiu uma preocupação em integrar os conhecimentos específicos com os conhecimentos técnicos, tão necessários para a formação para o trabalho.

Brousseau (1996a) utiliza, de Bachelard, a idéia de que um novo conhecimento se constrói a partir de conhecimentos antigos e, também, contra esses. Isso permite a apropriação de saberes matemáticos, através da mobilização de antigos conhecimentos como ferramentas. Deste modo "o aluno aprende adaptando-se a um meio que é um fator de contradições, de dificuldades, de desequilíbrios, um pouco como faz a sociedade humana. Este saber, fruto da adaptação do aluno, manifesta-se através de respostas novas, que são a prova da aprendizagem" (BROUSSEAU, 1996a, p. 49).

5. Resultados da pesquisa

Ao finalizar, permito-me afirmar que, considerando que o objetivo deste trabalho, que é o de analisar uma prática de ensino, os alunos envolveram-se ativamente nas discussões mediadas pelo professor. O diálogo se fez presente mostrando que a construção do conhecimento foi encaminhada. Algumas reflexões de caráter mais específico também são relevantes como a criatividade e os conhecimentos que os alunos demonstram nas respostas rápidas e espontâneas.

Este trabalho pretende oferecer àqueles que compartilham conosco a busca da concretização dos processos de ensino e aprendizagem, uma oportunidade de refletir sobre as situações que observamos, e que foram bastante ricas: os alunos foram o foco principal dos processos de ensino e aprendizagem; sua vivência e sua "bagagem" não foram subestimadas e esquecidas; e foi possível partir de seus conhecimentos prévios para dar-lhes condições de construir um novo conhecimento.

Esperamos que este trabalho possa contribuir para uma reflexão sobre a aprendizagem da Matemática; que seja útil àqueles que se dedicam ao seu ensino.

Muitas vezes a interação social dificilmente ocorre na sala de aula e perde-se bastante do que poderia ser aproveitado a partir das discussões e trocas que os alunos são capazes de fazer quando são estimulados. Sabe-se que a interação não é uma prática que se adquire em um único momento, mas uma prática que precisa ser construída no dia-a-dia. Como foi discutido no item sobre as situações didáticas, segundo Brousseau (1996), "muitas vezes, as discussões e trocas de idéias prejudicam o silêncio em sala de aula porém, no momento em que se estimula e se investe para que a interação aconteça, tais discussões mostram-se bastante válidas."(p. 15).

6. Referências

ALMOULOUD, S.A. **A Teoria das Situações Didáticas**. São Paulo: PUC-SP, 2004.
_____________. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Paraná: UFPR, 2007.

ARGENTO, H. **Teoria Construtivista** Disponível em < http://www.robertexto.com/archivo5/teoria_construtivista.htm > Acesso em: 14 fev. 2013

BRASIL. **Ministério da Educação e Cultura.**
_____________- Guia de livros didáticos: PNLD 2012: Matemática/Brasília, 2011.
_____________- Ensino Médio Integrado à Educação Profissional: Boletim 07. Maio/Junho 2006. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/setec/arquivos/pdf2/boletim_salto07.pdf > Acesso em: 13 fev. 2013
_____________- Parâmetros Curriculares Nacionais. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf > Acesso em: 21 jun. 2011

BROUSSEAU, G. **A Teoria das Situações Didáticas e a Formação do Professor**. Palestra. São Paulo: PUC, 2006.
_____________. Ingéniere didactique. D'un problème à l'étude à priori d'une situation didactique. **Deuxième École d'Été de Didactique des mathématiques**, Olivet : 1996.
_____________. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 7 (2), 1996a, p. 16-33.

D'AMORE, B. **Epistemologia, Didática da Matemática e Práticas de Ensino.** In: Bolema, v. 20, n. 28, 2007. Disponível em: <www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore>. Acesso em 10 jan. 2013.

DANTE, L.R.**Matemática: Contexto e Aplicações.** São Paulo: Ática, 2010.

DOMINGUES, J. L e outros. **A reforma do Ensino Médio**: A nova formulação curricular e a realidade da escola pública. Educ. Soc. vol.21 n.70 Campinas: Abr. 2000. Disponível em <www.scielo.br/pdf/es/v21n70/a05v2170.pdf > Acesso em: 20 jun. 2011

FREIRE, P. **Pedagogia dos sonhos possíveis**. São Paulo: UNESP, 2001.

GÁLVEZ, G. **A didática da matemática**. In.: Parra, C. & Saiz, I (orgs.) Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986. p. 9

NÓVOA, A.. Os professores e as histórias da sua vida. In: NÓVOA, Antonio (org). **Vidas de Professores**. Porto: Editora Porto, 2000. p. 11-30.

REIS, L. A. C. R; ALLEVATO, N. S. G. O Ensino da Trigonometria no Ensino Médio: um levantamento sobre a produção acadêmica no banco de teses da CAPES (1987-2009). In: **CONGRESSO BRASILEIRO DE MATEMÁTICA.** 1, 2011, Anais. São Paulo:

SINPRO/SP, 2011. p.1-14

SEVERINO, A. J. **Metodologia do Trabalho Científico.**23 ed.rev. e atualizada – São Paulo: Cortez, 2007, p. 121 - 126.

VIANNA, H. M. **Pesquisa em educação: a observação**. Brasília: Liber Livro Editora, 2007.