

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE: A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS A PARTIR DO JOGO A TRAVESSIA DO RIO

Cidinéia da Costa Luvison

SME – Bragança Paulista/SP; SEE – Morungaba/SP

E-mail: cidineiadacosta.luvison@gmail.com

Cleane Aparecida dos Santos

SME – Jundiaí/SP

E-mail: cleane.santos@hotmail.com

Resumo:

O presente relato de experiência se refere a uma sequência de tarefas desenvolvidas com um 4º ano do Ensino Fundamental. O objetivo esteve pautado no trabalho com a linguagem e os conceitos da estatística e da probabilidade através do jogo Travessia do rio em que os alunos estiveram em contato com a linguagem e os conceitos comunicando ideias, lançando hipóteses, resolvendo problemas e validando-as a partir de uma perspectiva de investigação matemática. Foi possível observar que em um ambiente em que a leitura, a escrita, a comunicação e a resolução de problemas estão presentes, os alunos se tornam mais confiantes, refletindo, participando e interagindo durante as aulas, possibilitando que os conceitos matemáticos sejam (re)significados.

Palavras-chave: estatística; probabilidade; jogo; resolução de problemas.

1. Introdução

Ao observarmos o espaço escolar dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, deparamo-nos com um ambiente com poucas oportunidades em relação à ludicidade. Na maioria das vezes, os momentos de jogos e brincadeiras têm-se restringido às aulas de Educação Física ou a espaços e horários permitidos para essas atividades.

A sala de aula tem se conservado um ambiente baseado na seriedade, em que o lúdico não encontra seu espaço, uma vez que uma atividade lúdica se apresenta como “não séria” e infantil, mesmo para as crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental, que já necessitam envolver-se com as tarefas e atividades de conteúdos escolares, ou seja, ler, escrever e calcular. O lúdico encontra sua máxima expressão na Educação Infantil, como algo essencial à criança, entretanto, esse discurso perde o seu valor com o ingresso da criança no Ensino Fundamental em que há pouco espaço para o jogo, para o brincar.

Durante a participação no Grucomat (Grupo Colaborativo em Matemática), um dos temas discutidos foi a Estocástica, e, dentre as atividades apresentadas, estava o jogo *Travessia do rio*, que nos motivou a levá-lo para a sala de aula, unindo o jogo com o conhecimento matemático escolar. A partir dessa experiência, trazemos para este relato

uma sequência de tarefas com alunos do 4º ano do Ensino Fundamental, em que a primeira autora deste artigo era professora e a segunda autora atuou como parceira em sala de aula.

2. O jogo *Travessia do rio* e as possibilidades de aprendizagem matemática

Jogar faz parte das práticas culturais da humanidade. Através do jogo, os sujeitos se colocam em uma constante relação entre a realidade e sua transcendência. Através dos traços culturais e da história de cada civilização, o homem teve condições de ler e reler o seu próprio contexto, refletindo, compreendendo e dando significado a cada uma de suas ações, pois jogar faz parte de sua constituição enquanto ser cultural.

No jogo existe a mobilização, a busca constante em resolver problemas, em produzir estratégias, em comunicar os pensamentos e jogar, produzindo representações e, ao mesmo tempo, lendo e relendo suas hipóteses, pois seu objetivo é brincar e vencer o jogo.

Pensando nessa perspectiva, refletimos sobre a possibilidade de compartilhar com os alunos alguns momentos de discussão e resolução de problemas com o jogo *Travessia do rio*, cujo primeiro contato se deu no Grucomat. O jogo foi realizado com 23 alunos do 4º ano do Ensino Fundamental (antiga 3ª série), com idades entre 8 e 9 anos, no ano de 2010 em uma escola da rede pública municipal de Bragança Paulista, SP.

O jogo *Travessia do rio* é composto por um tabuleiro que simula um rio e suas margens, dois conjuntos de fichas de cores diferentes para cada jogador e dois dados numerados de 1 a 6. O jogo foi produzido pela Associação de Professores de Matemática de Portugal (APM) a fim de trabalhar questões que envolvem a Estatística e a Probabilidade. Ao escolher as cores, cada jogador coloca as fichas nas casas numeradas de um a doze. Após lançar os dados, a soma é calculada e o número com a soma correspondente à aposta passa para o outro lado do rio. A partir do contato com o jogo, o grupo desenvolveu discussões e resolução de problemas, tendo como objetivo o trabalho com a linguagem (leitura e escrita) e os conceitos da Estatística e da Probabilidade.

Quando apresentamos a proposta à sala, os alunos ficaram entusiasmados, já que, normalmente, essa não é uma prática comum. Diante da preocupação de que esse dia não fosse perdido ou esquecido, optamos por registrar, nos diários de campo, todo o percurso da produção audiogravada, tendo o cuidado de, além de descrever os acontecimentos, interpretá-los e refletir sobre cada um deles.

Ao relatar, utilizando a descrição e a análise pessoal, alguns momentos importantes de intervenção, reflexão e socialização, tanto nos pequenos grupos, quanto coletivamente, foram explicitados e registrados. Como destacado, além da descrição, foi importante registrar nossas impressões, nossos sentimentos e nossas hipóteses, que possibilitaram releituras e novos escritos. Durante as aulas estiveram presentes três movimentos: a comunicação de ideias, a leitura e a escrita e a resolução de problemas.

Pedimos para que as crianças se organizassem em duplas. Nesse momento, entregamos as regras do jogo, a fim de que realizassem a leitura, discutissem e compreendessem as normas para iniciar as jogadas, como segue:

Margem

Rio	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Margem

Regras:

- 1) Cada jogador coloca as suas fichas, numa das margens do rio, da maneira que quiser, podendo pôr mais do que uma na mesma casa, deixando outras vazias.
- 2) Alternadamente, os jogadores lançam dados e calculam a soma obtida.
- 3) Se a soma corresponder a uma casa onde estejam as suas fichas, na margem respectiva, passar uma delas para o outro lado do rio.
- 4) Ganha quem conseguir passar primeiro todas as fichas para o outro lado.

Após a leitura das regras do jogo, já com o tabuleiro, as 24 fichas e os dados em mãos, os alunos iniciaram um movimento importante de discussões e troca de ideias. À medida que realizavam a leitura, alguns em voz alta e outros silenciosamente, tentavam manusear as fichas e os dados, pois o objetivo era iniciar o jogo, brincar. Nesse movimento entre ler, compreender as regras e comunicar ideias percebemos que os alunos iam distribuindo as fichas com tranquilidade.

Conforme circulávamos pelas duplas, percebemos que, no primeiro momento, os alunos distribuíram as 12 fichas nas 12 casas, pois a preocupação inicial estava em compreender a regra, seria o momento do “jogo pelo jogo” (GRANDO, 2000), ou seja, existia a mobilização em jogar, garantir o entendimento e o movimento das fichas e dos dados, mas sem a produção de estratégias. Porém, quando iniciaram a finalização da

primeira partida, algumas duplas já se mobilizaram, ao refletir sobre a aposta que haviam realizado. Os alunos Beatriz¹ e João perceberam rapidamente a questão de apostar a ficha no número 1.

Compreenderam que seria impossível sair o número 1 na soma dos dados, pois como Beatriz expõe “*nunca vai cair o número 1, porque não tem número 0 no dado*”. Foi interessante percebermos que a linguagem matemática se tornava presente nas enunciações dos alunos, pois o movimento do jogo, as discussões em grupo, bem como os conceitos matemáticos, começavam a ser observados pelos alunos naquele momento.

A oportunidade de compartilharem seus pensamentos possibilitou aos alunos que refletissem e voltassem ao jogo com outro olhar, já que novas hipóteses começavam a ser produzidas, a partir da ação-reflexão-ação e de investigação. Como destacado por Pimm (1999, p. 81-82, tradução nossa),

dizer coisas em voz alta é uma força especial e, muitas vezes, as ideias só podem ser devidamente analisadas quando exteriorizadas de alguma forma. Além disso, a comunicação torna claro o pensamento dos alunos, tornando-o público, proporcionando, assim, oportunidades para os professores descobrirem as ideias e crenças de seus alunos. Desse modo, permite que as crianças comprovem o que foi dito.

No segundo dia, percebemos que, ao jogar, os alunos começavam a demonstrar um movimento diferente em relação aos vivenciados no dia anterior. Conforme jogavam, se preocuparam em discutir sobre os melhores números para apostar e, principalmente, se o jogo seria uma questão de sorte ou não. Conforme circulávamos pela sala, percebíamos que os alunos Beatriz e João estavam apostando as fichas de forma diferente, o que nos faz questioná-los, juntamente com a participação dos outros colegas:

Cid: Quais números escolheram para apostar?

Beatriz: O 6, o 7, o 8 e o 9.

Cid: Por quê?

Beatriz: Por que eles saem mais.

Cid: Por que vocês acham que saem mais?

Beatriz: É sorte mesmo.

Cid: E você João?

João: A gente sempre colocava no 1, no 4, daí a gente jogava e ia no 7, no 8, daí a gente colocou no 6, no 7, no 8, no 9, daí sempre está caindo agora.

Cid: Mas você acha que é sorte?

João: É muita sorte, pra cair nos números, porque antes caía em outros números que a gente colocava, mas agora não cai mais.

¹ Adotamos nomes fictícios para os alunos envolvidos na atividade.

Cid: E por que você acha que não cai?

João: Porque quando a gente está jogando agora estava caindo no 4 e no 5 e não estava caindo no 6 estava demorando, daí a gente tentou colocar nos outros números, então eu acho que não é sorte, é o número mesmo.

Cid: Por quê?

João: Porque quando a gente joga, daí não cai no número que a gente quer.

Cid: Como assim?

João: A gente joga o dado e aí não cai em alguns números, não sai, é mais difícil.

Beatriz: Os melhores números, prô, é o 6, 9, 7, 8 e 10.

Carlos: O pior é o 1.

Beatriz: Na minha opinião, não é só o 1, mas também o 2,3,4,5,11 e 12, então, prô, não é questão de sorte é de número, é o dado.

Marcos: É, Bianca, mas não tem como saber, se jogar jogou, é sorte, tem mais azar do que sorte.

Carlos: Eu acho que depende do número que der no dado, não é só sorte.

Paloma: Mas não é o dado que comanda, a gente que joga ele, o resultado que dá deus, não é sorte.

Cid: Me explica melhor.

Paloma: Depende de como joga e do que se aposta.

Diário de campo, dia 20/08/10.

Beatriz e João começaram a estabelecer relações entre o jogo e os conceitos matemáticos, refletindo sobre algumas conclusões que haviam feito na aula passada. Perceberam que os números que saem mais durante o resultado da soma dos dois dados, seriam o 6, 7, 8 e 9, enquanto que, em relação ao número 1, apontam que esse nunca sairá. Ficou explícito que os alunos já começam a jogar com um olhar mais atento, refletindo, discutindo e se posicionando frente às suas jogadas e às reflexões dos outros colegas, que também os chamam a atenção para rever suas hipóteses. Entendemos que os alunos, durante suas discussões, verbalizaram seus experimentos, discutiram, até chegar a uma validação, o que deixa claro a importância da concepção frequentista de probabilidade, em que as crianças vivenciam as situações e conseguem discutir sobre elas.

Porém, também percebemos que não foram todos os alunos que compartilharam das mesmas opiniões. Algumas duplas continuaram jogando e apostando aleatoriamente, sem compreender a matemática possível no jogo e, também, acreditando que jogar os dados e obterem os números era uma questão de sorte. Isso evidenciou que cada aluno tem seu tempo de aprendizagem e que o professor precisa estar atento a essas diferenças de apropriação de conceitos.

Nesse sentido, propusemos que os alunos em grupo registrassem suas jogadas, com o objetivo de observarem a frequência com que certos números caíam e percebessem que

não é interessante apostar em determinados números. Um dos registros que nos chamou a atenção foi o da aluna Giovana:

1		0
2	1, 2,	2
3		0
4	2, 2,	2
5	1, 2, 3,	3
6	1,	1
7	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	7
8	1, 2, 3, 4, 5,	5
9	1, 2, 3, 4, 5,	5
10	1, 2	2
11	1,	1
12	1, 2,	2

Figura 1 - Registro da aluna Giovana, Diário de campo, dia 26/08/10.

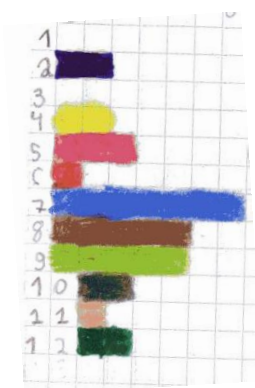


Figura 2 - Registro da aluna Giovana, Diário de campo, dia 26/08/10.

Em seus escritos, Giovana registrou em uma tabela as pontuações que estavam saindo em cada jogada. Depois de registrado, a aluna contou o total de vezes e anotou na coluna menor, a fim de, possivelmente, tornar mais fácil a contagem e a visualização. Pedimos à classe que pensasse como podiam fazer para organizar esses dados. Para nossa surpresa, uma das alunas da sala, Beatriz, relatou que poderia ser através de um gráfico, pois, conforme havia aprendido, toda vez que se faz uma tabela nas aulas de matemática, é preciso fazer um gráfico.

A partir dos dados distribuídos na tabela, Giovana procurou organizar essas informações, porém, é interessante percebermos a forma como isso aconteceu. Por ser uma prática já adotada nas aulas, a aluna distribuiu esses dados, mas não o fez de forma correta. Mesmo obedecendo a certa escala na distribuição das pontuações, entre os números 10 e 12, ela fugiu da escala até então elaborada.

Percebemos que, embora se trate de uma prática escolar, a aluna cometeu alguns equívocos ao organizar esses dados em um gráfico. Outro fator que nos chamou a atenção

foi que, novamente, os alunos se utilizaram de seus próprios experimentos para compreender o conceito e a linguagem matemática.

Posteriormente, compartilhamos os registros dos alunos procurando, durante a socialização, expor essas somas na lousa e trazer para a classe o resultado de todos os grupos, fazendo com que aqueles que não haviam se apropriado desses conceitos, conseguissem compreender sua relação com maior clareza.

Outro momento de troca de ideias, levantamento de hipóteses, conjecturas e validações estiveram presentes durante a resolução de problemas. Propusemos aos alunos a reflexão sobre uma situação de jogo. Nesta foi exposta uma situação, em que um dos jogadores distribuiu as fichas vermelhas nos números 5, 6, 7, 8 e 9 e o outro, com fichas azuis, nos números 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12.

1) Observe a situação de jogo abaixo e depois responda:

MARGEM												
Vermelho					•	•	•	•	•			
RIO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Azul			•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
				•		•						
MARGEM												

2) Vocês acham esse jogo justo? Por quê?

Sim. Porque eles apostaram nos que números que eles queriam.

3) Qual dos jogadores tem mais chance de ganhar? Justifique.

O vermelho. Porque ele apostou nos números que saem mais.

Registro dos alunos Beatriz e Mateus, Diário de campo, dia 26/08/10.

Ao analisarem as jogadas, Beatriz e Mateus procuraram interpretar o jogo. Quando perguntamos se o jogo era justo, respondem que “*Sim, porque eles apostaram nos números que eles queriam*”, o que traz o movimento de escolhas e tomada de decisões do próprio jogo. Na terceira questão, além dessas ideias serem reforçadas, notamos, também, as estratégias observadas pela dupla, ao dizerem que o vencedor seria o jogador que apostou nas fichas vermelhas, “*porque ele apostou nos números que saem mais*”.

Os alunos comentaram sobre a escolha do jogador em relação ao fato de o jogo ser ou não justo. Eles compreenderam a frequência dos números que saem durante o lançamento dos dados, e, também, associaram essa compreensão às escolhas do próprio

jogador, que, nesse momento, apostou nas casas em que acreditava serem as melhores. Percebemos que os conceitos, e a própria linguagem matemática, vão se tornando mais claros durante a leitura, a interpretação e a escrita, graças ao ambiente de aprendizagem que tiveram em sala de aula.

A apropriação e (re)significação também estiveram presentes durante a comunicação de ideias, em que se possibilitou a socialização das situações e também a discussão frente às jogadas. Pedimos aos alunos que, em grupos, fizessem as possibilidades de cada número presente no tabuleiro do jogo, para depois compartilhar o que perceberam com toda a sala. Escolhemos o registro de um dos grupos da sala: Beatriz, Carlos, Mateus e Guilherme (Figura 3):

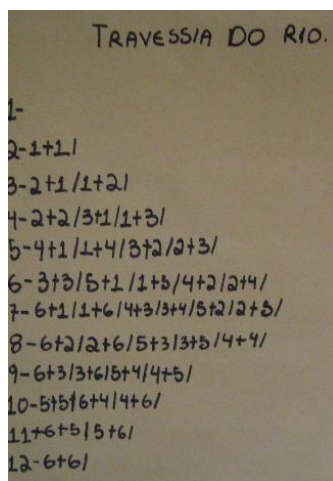


Figura 3 – Registro dos alunos

Durante a socialização, os alunos aguardavam com muito entusiasmo a participação de todos, pois compartilharem seus pensamentos em aulas de matemática, realmente, é uma cultura de aula com a qual os alunos não estavam acostumados. Enquanto Beatriz, a oradora escolhida pelo grupo, compartilhava suas ideias, outros alunos a questionavam e também davam opiniões, o que enriqueceu ainda mais esse movimento, como exposto a seguir:

Beatriz: Nós somamos pra dar o resultado 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 mas sem passar do número do dado, que é o seis. (E começa a ler seus registros...). A gente descobriu que o número melhor pra se apostar é o 6 que ele é maior, o 7 e o 8, eles vão cair mais e é bom, olha aqui vai diminuindo, aumenta no meio e diminui de novo. O 1 não dá porque no dado não tem 0.

Paloma: Beatriz, explica de novo, porque parece que faz esse desenho?

Beatriz: Fazendo as somas que davam os números e na hora que eu terminei eu vi que formou esse desenho dos números que saem mais.

Rubia: Mas por que o 12 não dá pra apostar muitas vezes? Por que só vai dá uma vez?

Beatriz: O doze não é um bom número pra se apostar, ele é ruim, quase igual ao 1 que nunca vai cair.

Augusto: É de vez em quando que cai, né?

Sérgio: Só tem essa chance.

Beatriz: Tá certo o que ele disse, só 6 mais 6 vai dá 12.

João: E nem toda hora, porque o 12 é o número mais difícil de cair, o 12, o 11.

Paloma: E o 6 é o mais que cai não é?

João: O 7 e o 8 também.

Diário de campo, dia 27/08/10.

A partir dessa transcrição notamos o quanto é importante possibilitar a comunicação em sala de aula. Durante o diálogo, a professora da sala não interfere na discussão das crianças, que a conduzem de forma autônoma, direcionada a fim de validar algumas de suas hipóteses.

Beatriz inicia a explicação sobre a soma correspondente a cada número e suas possibilidades e afirma que “o número melhor para se apostar é o 6, 7 e 8 [...]”. Segundo ela, “o 1 não dá porque no dado não tem 0”. Quando uma das alunas a questiona em relação à formação do desenho que havia formado, ela explica que ele se formou a partir das somas realizadas para se obterem os números. A aluna deixa claro a presença do experimento nesse momento, em que ela se deu conta desse “desenho” ao terminar de fazer as possibilidades de soma dos números.

Outro ponto destacado na discussão foi em relação ao número 12, quando explicaram que esse número só iria sair uma vez, pois só seria possível com a soma 6 mais 6. Para discutir sobre isso, tiveram o cuidado de esclarecer que “o doze não é um bom número pra se apostar, ele é ruim, quase igual ao 1 que nunca vai cair”, ou seja, as palavras “quase”, “nunca” explicitam a compreensão da linguagem e do conceito matemático que foi construído pelos alunos mediante os experimentos e as discussões.

Além de as crianças compartilharem suas impressões, alguns grupos discutiam, atentamente, acerca do registro do grupo, explicitando que, nas extremidades, a soma era maior do que no meio, diziam que “formava um desenho...” (nos números de 6 a 8) e esses eram os números melhores. Outros ainda expuseram: “agora estou entendendo, prô”, evidenciando que cada aluno possui seu tempo de aprendizagem e que ouvir as crianças significa envolvê-las em um ambiente de investigações, em que todos participam e refletem sobre a matemática.

Trazer momentos em que o lúdico e a investigação estão presentes nas aulas de matemática desenvolve, nos alunos, maior segurança, pois refletir, participar e interagir,

durante as atividades, faz com que os conceitos matemáticos sejam (re)significados pelos alunos.

Não há como desconsiderar a presença do jogo na vida das crianças, pois é através do brincar que os alunos vivenciam novas experiências e refletem sobre elas, despertando seus anseios e suas inquietações no interior de seu contexto cultural e infantil.

3. Algumas reflexões

Destacamos que ao proporcionar o contato dos alunos das séries iniciais com a Estatística e a Probabilidade damos oportunidade para que as crianças, desde cedo, se envolvam com essas questões, e compreendam, progressivamente, a linguagem e os conceitos que envolvem essa temática, a fim de que se tornem cidadãos críticos e reflexivos na sociedade. Devemos enfatizar que esse trabalho foi um desafio para nós, enquanto professoras, pois, na formação inicial e continuada, não estudamos de forma sistematizada sobre esse assunto.

Sem o desejo de concluir, apontamos também a necessidade de aprofundamento sobre o tema, queremos destacar a importância desse trabalho nos anos iniciais da escola, pois o levantamento de hipóteses dos alunos nos permite entender como pensam e de que forma podemos ajudá-los a refletir sobre as tarefas. Nesse movimento, percebemos que o ensinar e o aprender também são indissociáveis tanto para o professor quanto para os alunos.

Ao final, ressaltamos a importância da participação em um grupo colaborativo, o Grucomat, entendido como um espaço de trocas entre professores que atuam com a matemática em sala de aula e os pesquisadores dessa ciência.

4. Referências Bibliográficas

GRANDO, R. C. **O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da matemática.** Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, 1995.

_____. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula.** Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, 2000.

PIMM, D. **El lenguaje matemático en el aula.** Madrid: Ediciones Morata, S.L., 1999.