

CONHECIMENTO DE ESTUDANTES DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA A RESPEITO DE SITUAÇÕES PARA O ENSINO DA DIVISÃO COM FRAÇÕES.

Angélica da Fontoura Garcia Silva
Uniban
angelicafontoura@gmail.com

Vanessa Cristina de Carvalho Ito
Uniban
vanessacarvalho1979@hotmail.com

Resumo:

Esta pesquisa, de caráter qualitativo, analisa os registros textuais de um grupo de futuros professores de Matemática, visando investigar os conhecimentos necessários para explorar noções relativas ao conceito de divisão com frações. Para coleta de dados, realizou-se uma oficina junto a uma turma de Licenciatura em Matemática de uma universidade particular da cidade de São Paulo, na qual se solicitou a criação e resolução de situações-problema envolvendo a ideia da divisão de $1\frac{3}{4}$ por $\frac{1}{2}$. As respostas do grupo indicam que todos os sujeitos resolveram o procedimento de cálculo de forma acertada. Todavia, a maioria dos estudantes confundiu a *divisão por $\frac{1}{2}$ com a divisão por 2, ou a multiplicação por $\frac{1}{2}$* . Quanto aos significados, observou-se que todos os problemas elaborados com correção envolviam a ideia de agrupamento.

Palavras-chave: Educação Matemática; Formação Inicial; Divisão com Frações, Significados da Divisão.

1. Introdução

Neste artigo, apresentamos resultados de uma pesquisa em desenvolvimento, cuja realização tem a finalidade de investigar os conhecimentos necessários ao professor de Matemática para explorar noções relativas ao conceito de divisão com frações. Realizamos uma investigação inserida na linha de pesquisa “Formação de Professores” do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Uniban/Brasil.

Sobre a relevância do tema, consideramos que a exploração de noções relacionadas à divisão com frações requer do professor um repertório de conhecimentos, que vai além de compreender e aplicar os procedimentos de cálculo.

A este respeito, destacamos que os resultados de pesquisas que vêm sendo realizadas sobre a relação existente entre as lacunas nos conhecimentos de estudantes e a dificuldade que professores têm em problematizar a divisão com frações, abordando esse tema, quase que exclusivamente, utilizando-se dos procedimentos de cálculo (Neves, 2008; Pinto e Monteiro, 2008; Ma, 1999, Garcia Silva et al, 2012)

Nesse sentido, proporcionar a futuros professores possibilidades de estudar diferentes significados da divisão com frações nos parece relevante. Para essa comunicação apresentamos as situações-problema elaboradas por estudantes de um curso de licenciatura em matemática envolvendo a ideia de divisão com frações.

2. Fundamentação Teórica

Para elaboração do questionário e análise dos resultados, tomamos como base um quadro teórico relacionado tanto à formação de professores quanto ao objeto matemático divisão com frações. Quanto ao primeiro enfoque procuramos, em particular, os estudos que tratam do conhecimento profissional docente. Para tanto, utilizamos ideias divulgadas por Shulman (1986) e Ball (2008).

Shulman (1986) apresentou as categorias de conhecimentos para o ensino: conhecimento do conteúdo específico, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento curricular do conteúdo. Tais categorias foram refinadas por Ball et al (2008), em: conhecimento do conteúdo (comum/especializado), conhecimento do conteúdo e dos estudantes e finalmente, conhecimento do conteúdo e do ensino.

Ball também desenvolveu os instrumentos do TELT (Teacher Education and Learning to Teach) que foram também utilizados por Ma (1999), estudo que nos serviu como referência. A autora realizou um estudo comparativo sobre a prática docente e a compreensão matemática entre professores chineses e norte-americanos. Um dos tópicos matemáticos abordados na pesquisa foi a divisão com frações, sobretudo, quando o professor necessita resolver e criar contexto para essa operação. Este estudo revelou que apenas “43% dos professores americanos conseguiram calcular corretamente a divisão sugerida, embora nenhum deles tenha demonstrado um entendimento da fundamentação lógica do cálculo” (MA, 1999, p.154). Tal estudo também verificou que muitos professores apresentaram dificuldade na elaboração de situações que envolviam a ideia de divisão com frações.

Outro estudo fundamental para esta investigação é o realizado por Vergnaud (1990). O autor chama a atenção para o fato do *Conceito* ser formado pela tríade: “[...] C (S, I, R), S: conjunto de situações de referência, I: Conjunto de invariantes e R: Conjunto de representações simbólicas” (VERGNAUD, 1990, p.139).

Nesse sentido, o autor define um “Campo Conceitual” como um conjunto de situações que ao ser tratado exige conexões entre uma variedade de conceitos, de esquemas e representações simbólicas.

Apoiadas em Vergnaud (1990) e Ma (1999), Pinto e Monteiro (2008) desenvolveram um estudo sobre os significados da divisão. Nele, as autoras apontam a importância do domínio dos professores acerca destes três significados: a divisão como medida, a divisão como partilha equitativa, e a divisão como a operação inversa da multiplicação.

Pinto e Monteiro (2008), afirmam também que para que a divisão entre frações tenha um real significado para o aluno, é preciso que, antes de iniciar este trabalho, o professor lhe proporcione uma plena compreensão da multiplicação entre frações e as relações entre multiplicação e divisão (PINTO E MONTEIRO, 2008).

As autoras também apresentam três significados para a divisão entre frações que são próximos aos indicados por Ma (1999). Os modelos de divisão envolvendo frações são descritas por Ma da seguinte maneira:

I. O modelo de agrupamento de divisão:

Consiste em encontrar quantas vezes o divisor cabe dentro do dividendo.

II. O modelo de repartição da divisão:

Consiste em encontrar um número tal que o divisor seja parte do dividendo, ou seja, o todo representa uma incógnita a ser encontrada.

III. O modelo de produto de fatores:

Consiste em encontrar um fator que multiplicado pelo divisor dê origem ao dividendo.

Da mesma forma, Pinto e Monteiro (2008) se referem a estes mesmos significados da seguinte maneira:

I. A divisão como medida:

O divisor é tomado como unidade de medida, e o quociente representa a quantidade de vezes que o divisor cabe dentro do dividendo. Nesta situação, o aluno é induzido a fazer agrupamentos.

II. A divisão como partilha equitativa:

O dividendo e o quociente são da mesma natureza. Trata-se de uma redução da unidade. No caso das frações, a divisão de partilha aparece quando o divisor é um número inteiro, mas raramente quando o divisor é um número fracionário.

III. Divisão como operação inversa da multiplicação:

Nesta categoria há uma relação multiplicativa entre três medidas, sendo uma delas o produto das outras duas. Geralmente são situações relacionadas ao modelo de área.

A tabela abaixo mostra uma comparação dos significados de acordo com a visão de Ma e de acordo com a visão de Pinto e Monteiro.

MA (1999)	PINTO E MONTEIRO (2008)	SIGNIFICADOS
AGRUPAMENTO	DIVISÃO COMO MEDIDA	Quantas vezes cabem o divisor dentro do dividendo.
REPARTIÇÃO	PARTILHA EQUITATIVA	O divisor e o dividendo são da mesma natureza e o quociente representa o valor que cabe a cada um dos elementos do divisor.
PRODUTO DE FATORES	OPERAÇÃO INVERSA DA MULTIPLICAÇÃO	Há uma relação multiplicativa entre três medidas, onde multiplicando um valor desconhecido pelo divisor o resultado é o dividendo.

Tabela1: Significados da divisão com frações apontados por Ma (1999) e Pinto e Monteiro (2008)

Em nossa investigação utilizaremos os três significados apresentados pelas autoras.

3. Procedimentos Metodológicos

Para desenvolver nosso estudo, realizamos inicialmente uma pesquisa documental seguida da elaboração de uma intervenção junto a uma turma de licenciatura em Matemática. Desta forma, para intervenção, foram criadas situações para discutir diferentes ideias sobre a divisão com frações tendo em vista a contribuição para a reflexão dos futuros professores sobre possibilidades de problematização do tema e alimentar a discussão sobre os conhecimentos necessários ao professor para promover sua aprendizagem.

Neste artigo comunicaremos resultados de parte da intervenção, ou seja, apresentaremos somente a atividade introdutória sugerida por Ma (1999). Antes de iniciar a intervenção, foi solicitado aos futuros professores à criação e resolução de quatro situações-problema envolvendo a ideia da divisão de $1\frac{3}{4}$ por $\frac{1}{2}$.

Dessa forma, apoiados nas ideias de Ball (1990) e Ma (1999) procuramos, por meio de tal questionamento – de caráter diagnóstico – identificar a compreensão de cada um dos estudantes a respeito do conteúdo específico “divisão com frações” antes de uma discussão específica sobre o tema. Estes são os dados aqui apresentados.

A coleta dos dados contou com a participação de dezessete estudantes de licenciatura de uma universidade particular da cidade de São Paulo. As situações-problema foram analisadas de acordo com os diferentes significados e os erros apresentados.

4. Sobre os Dados do Instrumento Diagnóstico

Reiteramos que o questionário aqui apresentado foi aplicado aos futuros professores e identificados apenas por FP1, FP2, etc., e foi dividido em duas partes que tratavam do tema divisão com frações: resolução e elaboração de problemas. Procuramos assim, analisar os conhecimentos do conteúdo específico (divisão com frações) ou sobre conhecimentos pedagógicos necessários ao professor para o ensino deste conteúdo por meio de elaboração de situação problema.

Para a primeira parte apresentamos a questão:

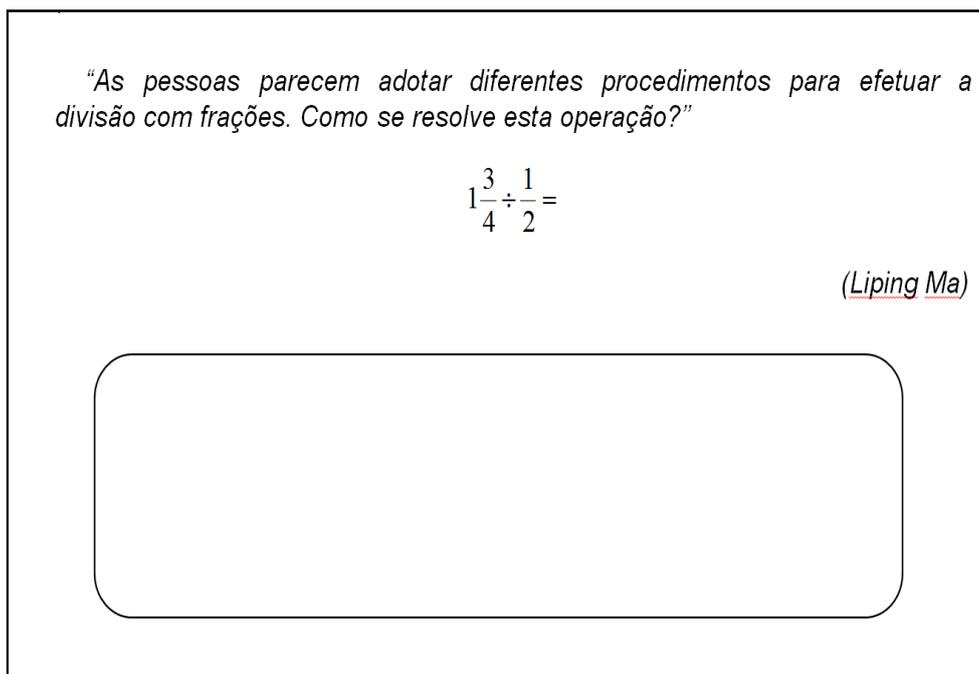


Figura 1: Resolução do procedimento de cálculo de $1\frac{3}{4} : \frac{1}{2}$

Essa questão foi respondida de maneira acertada por todos os futuros professores, sujeitos deste estudo. Todos resolveram a divisão por meio do procedimento inverter o divisor e multiplicar (*IM*). Fato semelhante ocorreu na investigação realizada por Ma (1999) em que se destinava analisar as habilidades que professores têm para realizar cálculos com divisão por frações. A autora observou que a maioria dos professores norte-americanos e a totalidade dos docentes chineses resolveram corretamente a divisão proposta. Tal resultado parece aproximar-se das constatações de Pinto e Monteiro (2008) e Neves (2008), ou seja, que ainda hoje, bem como no passado, a escola tem trabalhado procedimentos para a resolução de divisão com frações uma vez que todos resolveram o algoritmo de forma acertada. Desta forma, nossos futuros professores também parecem estar preparados para aplicar o procedimento de cálculo. Todavia, nesse primeiro momento não podemos afirmar ainda se os futuros professores saberiam justificar esse algoritmo.

Todavia, neste sentido cabe questionar se estes estudantes têm o que Ball (2008) caracteriza como o *conhecimento do conteúdo e do ensino*. Para a autora tal conhecimento relaciona o domínio de conteúdos específicos da Matemática com a compreensão de assuntos pedagógicos que podem interferir no processo de ensino e aprendizagem, como a organização da instrução e a escolha da abordagem de um conteúdo. Desta maneira, procuramos, por meio de uma segunda questão, procuramos identificar a capacidade de

elaborar situações-problema envolvendo a divisão com frações. Para tanto, propusemos a elaboração de quatro situações- problema:

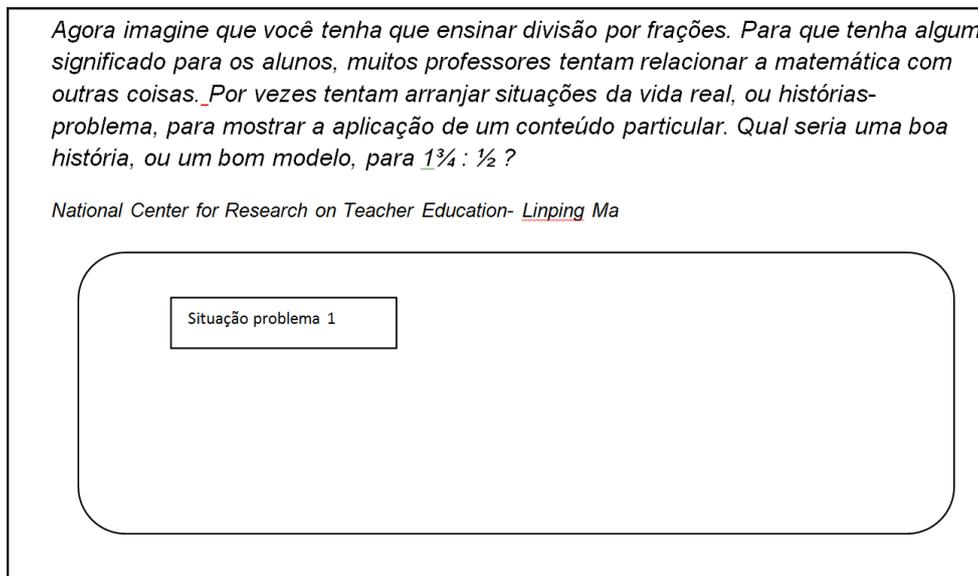


Figura 2: Proposta para elaboração de quatro situações- problema

Dos dezessete futuros professores envolvidos na oficina, apenas doze apresentaram os quatro problemas sugeridos. E dos doze futuros professores, apenas cinco conseguiram elaborar problemas envolvendo a ideia de divisão por $\frac{1}{2}$.

- *Em minha casa, tenho $1\frac{3}{4}$ de farinha para ser dividido em sacos de $\frac{1}{2}$ kg cada um. Quanto cabe em cada saco? (FP4)*
- *Um grupo de sem terra invadiu um terreno e mais $\frac{3}{4}$ do terreno vizinho, porém havia comida para apenas $\frac{1}{2}$ deles. Qual fração representa as pessoas que se alimentarão? (FP5)*
- *$\frac{3}{4}$ de tinta pinta $\frac{1}{2}$ parede. Quanto vai pintar uma lata de tinta mais $\frac{3}{4}$ de outra lata de tinta? (FP6)*

Logo, observamos haver lacunas nos conhecimentos de sete estudantes, mas verificamos também que cinco dos futuros professores conseguiram atender a proposta que a tarefa sugeria.

Um equívoco identificado por Ma (2009) que também foi verificado neste estudo refere-se ao caso em que os futuros professores ao criar uma ilustração para a divisão de $1\frac{3}{4}$ por $\frac{1}{2}$ “confundiram a divisão por $\frac{1}{2}$ com a divisão por 2

Em nosso estudo constatamos que 58% dos futuros professores apresentaram situações contendo tal equívoco (dos quarenta e oito problemas apresentados, vinte e oito indicavam a divisão por 2). Para exemplificar, apresentamos problemas elaborados por três professores:

- *Pedro tem uma pizza inteira e $\frac{3}{4}$ de outra e quer dividir a metade com seu irmão. Quantos pedaços cada um irá comer? (FP1)*
- *Ganhei um pacote de biscoito e já tinha $\frac{3}{4}$ do mesmo biscoito. Resolvi dividir metade com um amigo. Quanto cada um ficou? (FP2)*
- *Sobraram $\frac{3}{4}$ da pizza de ontem, mas como duas pessoas iriam comer, resolveram pedir mais uma pizza. Cada um quer comer metade do total das pizzas. Quanto cada um irá comer? (FP3)*

Nestes exemplos, notamos que os futuros professores apresentaram situações equivocadas ao tentar expressar a divisão por $\frac{1}{2}$ como metade, ou seja, propuseram uma divisão de todas as porções sugeridas por 2. A este respeito, Ma afirma que em sua pesquisa, aproximadamente, 43% dos professores americanos também “confundiram a divisão por $\frac{1}{2}$ com a divisão por 2” (MA, 1999, p.126). Segundo a autora, seus sujeitos também se utilizaram de expressões como “dividir igualmente por dois”, ou “dividir em metades”. Para Ma (1999) tais ideias são fundamentais uma vez que

correspondem:

(...) à divisão por 2 e não a divisão $\frac{1}{2}$. Quando dizemos que vamos dividir dez maçãs igualmente por duas pessoas, dividimos o número de maçãs por 2 e não por $\frac{1}{2}$. Contudo, muitos professores não notaram esta diferença. (MA, 1999, p.127).

Outro erro comum verificado nas situações-problema analisadas, foi considerar a divisão por $\frac{1}{2}$ como se fosse a multiplicação por $\frac{1}{2}$. Entre nossos futuros professores, constatamos o mesmo engano em cinco elaborações:

- Enchi um copo d'água, mas bebi $\frac{3}{4}$ do outro. Bebi a metade. Quanto bebi? **(FP4)**
- Karina tinha um chocolate inteiro e $\frac{3}{4}$ de outro chocolate, porém metade caiu no chão. Quanto sobrou de chocolate? **(FP3)**
- Se eu tenho um inteiro mais três quartos e resolvo dividir pela metade, quanto será cada metade? **(FP2)**

Analisando os dados observamos que em todos os exemplos acima, os sujeitos de pesquisa sugeriram utilizar a ideia de operador, ou seja, procuraram calcular a metade de $1\frac{3}{4}$, de maneira a se obter este resultado efetuando a multiplicação deste valor por $\frac{1}{2}$. Isso também ocorreu no estudo de Ma (1999), no qual a autora afirma que dos vinte e um professores que resolveram de forma acertada o procedimento de cálculo “seis professores forneceram histórias que confundiam a divisão por $\frac{1}{2}$ com a multiplicação por $\frac{1}{2}$ ” (MA, 1999, p.127). A autora ainda afirma que tal confusão “revela também as fraquezas dos professores nos conceitos da multiplicação por

frações”, (MA, 1999, p.127).

Outra categoria observada em nosso estudo foi relativa à elaboração de texto inconsistente. Verificamos que dos quarenta e oito, apenas uma das situações se enquadrou neste perfil. O **FP6**, por exemplo, apresentou a seguinte formulação:

“João gastou $1\frac{3}{4}$ de uma lata de tinta para pintar sua porta. E depois dividiu essa mesma quantia para pintar seu portão.”
(FP6).

Neste caso, notamos que o problema não apresenta uma pergunta, e não deixa clara a quantia que foi dividida para pintar o portão.

Assim, analisando os dados aqui apresentados, observamos que a elaboração de problemas exige do professor o que Ball (2008) denomina como conhecimento do conteúdo e do ensino. Sendo assim, sob o ponto de vista da autora, a falta de domínio deste conteúdo específico implicaria igual ausência de conhecimentos para o seu ensino e isso, o que pode ser considerado como um dificultador da prática docente do professor de matemática.

Quanto aos diferentes significados da divisão, notamos que o grupo investigado centrou sua elaboração no modelo que Ma (1999) denominou como *agrupamento* e Pinto e Monteiro como *medida*, ou seja, descobrir quantas metades da unidade existem em $1\frac{3}{4}$. Não observamos, dentre os nossos sujeitos, elaborações que utilizassem outros significados. Tal fato também precisa ser considerado como um problema uma vez que Vergnaud (1990) chama a atenção para o fato de que para um conceito tornar-se significativo é necessária a apresentação de uma variedade de situações. Nesse sentido, a atividade docente, no mínimo, limitaria as oportunidades de contato dos alunos com tal variedade de situações comprometendo a compreensão mais ampla do conceito.

Desta forma, essa investigação pesquisa mostra que há necessidade de rediscutir as formas como os conteúdos matemáticos, em especial, os da divisão com vem sendo desenvolvidos nos cursos de formação inicial de frações (quando o são).

A partir dos diagnósticos iniciais dos protocolos apresentados pelos nossos sujeitos, foi possível constituir uma visão da possível influência das dificuldades relativas ao conhecimento matemático na prática docente e desta maneira consideramos a necessidade de se dar um enfoque mais amplo a esta temática. Assim, procuramos

por meio da intervenção, superar essa ausência de conhecimento de forma a permitir que houvesse a (re)construção do conceito de divisão com frações.

5. Considerações Finais

Os dados coletados antes de nossa intervenção revelam que os futuros professores utilizaram com correção os procedimentos de cálculo de uma divisão com frações. Verificamos que todos os estudantes utilizaram o algoritmo “inverter o divisor e multiplicar”.

Todavia, nossos dados nos indicam que os estudantes não tiveram a mesma fluência para elaborar situações-problema. A maioria dos professores apresentaram situações equivocadas para representar a divisão por $\frac{1}{2}$ e as elaborações corretas envolveram um único significado, o que nos permite inferir, apoiados em Vergnaud (1990) que possivelmente a ausência de reflexão sobre as possibilidades de trabalho com os diferentes significados da divisão com frações potencializou tal resultado.

Assim sendo, analisando este resultado sob o ponto de vista de Shulman (1986) e de Ball et al (2008), observamos que a habilidade para se trabalhar com a operação divisão, aqui parece não ter contribuído de forma significativa para a ampliação dos conhecimentos e habilidades necessárias ao ensino das principais ideias envolvidas nesta operação.

De tal modo, este estudo indica que há necessidade de discutir as formas como os conteúdos matemáticos e, em especial, a divisão com frações são introduzidos tanto nos cursos de formação inicial, quanto em cursos de formação continuada.

A partir da análise dos protocolos, foi possível constituir uma visão das possíveis influências das dificuldades relativas ao conhecimento matemático na prática do professor.

Finalmente, é importante registrar que os resultados aqui destacados refletem o domínio dos professores sobre a divisão com frações, no início de nossa investigação. Todavia, acreditamos que ao desenvolver este estudo, verificamos avanços relativos aos dados aqui identificados.

6. Referências

BALL, D. *Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division*. Journal for Research in Mathematics Education, 21(2), 132-144, 1990.

BALL, D. L. et al. *Content knowledge for teaching: what makes it special?* In: Journal of Teacher Education, November/December, vol. 59, 2008.

GARCIA SILVA, A.F.; DUARTE, A. R. S.; OLIVEIRA FILHO, D. V. *Estudo da Multiplicação e Divisão dos Números Fracionários no Currículo de Matemática do Estado de São Paulo*, Boletim GEPEN (Online), v.61, p.63-78, 2012.

GARCIA SILVA, A. F. *O desafio do desenvolvimento profissional docente: análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do ensino fundamental, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem das frações*. Tese (Doutorado em Educação Matemática). PUC/SP. São Paulo, 2007

MA, L. *Aprender e Ensinar Matemática Elementar*. Lisboa: SPM/Gradiva, 2009.

MACK, N.K. *Learning fractions with understanding building on informal knowledge*. Journal for Research in Mathematics Education, v.21, p.16-32, 1990.

NEVES, R. S. P. *A divisão e os números racionais: uma pesquisa de intervenção psicopedagógica sobre o desenvolvimento de competências conceituais de alunos e professores*. Tese (Doutorado). Universidade de Brasília, Brasília, 2008.

PINTO, H.; MONTEIRO, C. A. *Divisão de números racionais*. In: Brocardo, J. Serrazina, L. Rocha, I. *O sentido do número: reflexões que entrecruzam teoria e prática*. Lisboa: Escolar, 2008.

SHULMAN, L. *Those who understand: knowledge growth in teaching*. *Educational Researcher*, 15, 4-14, 1986.

VERGNAUD, G. *Epistemologia e psicologia da educação matemática*. *Mathematics and cognition*. pp. 1-18, 1990.

