

UM ESTUDO SOBRE AS CONCEPÇÕES DE PROFESSORES COM RELAÇÃO À SIMETRIA ORTOGONAL

Cleusiane Vieira Silva
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
cleusianesilva@gmail.com

Saddo Ag Almouloud
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
saddoag@gmail.com

Resumo:

Este trabalho faz parte de uma pesquisa de doutorado em andamento, na qual pretendemos fazer um estudo sobre como uma mudança na prática docente pode facilitar o ensino e a aprendizagem das transformações geométricas no plano. Para tanto, julgamos necessário conhecer as concepções de professores com relação a este conteúdo. Desta forma, fizemos uma revisão de literatura sobre o ensino e aprendizagem deste conteúdo e elaboramos um questionário, aplicado a um grupo de nove professores de matemática que cursavam o 4º semestre de licenciatura em Matemática do Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica (PARFOR) de uma universidade estadual do estado da Bahia. Neste trabalho analisamos duas questões que se referiam à simetria ortogonal de acordo com as concepções identificadas por Grenier (1988) ao fazer um estudo com alunos franceses, levando-se em conta algumas variáveis didáticas. Os resultados aqui apresentados são preliminares e convergem para os resultados obtidos anteriormente por Grenier.

Palavras-chave: Formação de professores. Concepções. Transformações geométricas. Simetria Ortogonal.

1. Introdução

É visível a preocupação com a formação de professores da Educação Básica em algumas esferas da sociedade. No meio acadêmico, essa preocupação pode ser notada pelo grande número de congressos e reuniões que discutem o tema e na quantidade de pesquisas que abordam o mesmo. Por outro lado, várias são as políticas públicas voltadas para este tema, como o Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica (PARFOR), o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), o Programa de Consolidação das Licenciaturas (PRODOCÊNCIA) e o Programa de Apoio a Laboratórios Interdisciplinares e Formação de Professores (LIFE), dentre outras. Isso porque “o professor hoje é visto como um elemento chave do processo ensino e

aprendizagem. Sem a sua participação empenhada é impossível imaginar qualquer transformação significativa no sistema educativo [...]” (PONTE, 1994, p.9). Concordando com a fala deste autor, nossa proposta de pesquisa tem como foco a formação continuada de professores de matemática em exercício.

Para a realização desta pesquisa efetuamos uma divisão em três partes: I) Efetuar um estudo das concepções de professores sobre o conteúdo transformações geométricas; II) propor um ambiente de reflexão e ação, na qual possíveis mudanças nestas concepções possam ocorrer; III) analisar como essas mudanças influenciam na prática docente de professores da Educação Básica. O que vamos apresentar neste trabalho diz respeito apenas à primeira parte de nossa pesquisa, isto é, um estudo sobre as concepções de professores com relação ao conteúdo transformações geométricas, em particular a simetria ortogonal.

2. As transformações geométricas nos Parâmetros Curriculares Nacionais

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, “Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive”. (BRASIL, 1997, p.39). Esses conceitos são ensinados de forma tímida na escola. No caso específico do ensino das transformações geométricas, este sempre foi ignorado, apesar da importância que lhe é conferido. Ainda de acordo com os PCN, tal conteúdo é recomendado para todos os ciclos do Ensino Fundamental. Nos 1º e 2º ciclos, dentre os conteúdos conceituais e procedimentais do bloco espaço e forma, destacamos:

Descrição, interpretação e representação da posição de uma pessoa ou objeto no espaço, de diferentes pontos de vista. Utilização de malhas ou redes para representar, no plano, a posição de uma pessoa ou objeto. Descrição, interpretação e representação da movimentação de uma pessoa ou objeto no espaço e construção de itinerários. Identificação da simetria em figuras tridimensionais.

Identificação de semelhanças e diferenças entre polígonos, usando critérios como número de lados, número de ângulos, eixos de simetria, etc. Ampliação e redução de figuras planas pelo uso de malhas. Percepção de elementos geométricos nas formas da natureza e nas criações artísticas. (BRASIL, 1997, p. 61)

Nos 3º e 4º ciclos, a recomendação dos PCN com relação às transformações geométricas é ainda mais específica, já que, este esclarece que

deve destacar-se também nesse trabalho a importância das transformações geométricas (isometrias, homotetias) de modo que permita o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial e como recurso para induzir de forma experimental a descoberta [...].(BRASIL, 1998, p.51).

A necessidade e importância do ensino dos conteúdos de geometria, em particular transformações geométricas, são explicitadas pelos parâmetros curriculares nacionais desde o primeiro ciclo do Ensino Fundamental como vimos nas citações acima. Mesmo assim, a resistência em ensiná-los persiste. Os motivos dessa resistência com relação ao ensino dos conteúdos de geometria vêm sendo estudados há algum tempo por vários autores. Em seus estudos, Pavanello (1993) e Lorenzato (1995) apontam que estes motivos esbarram principalmente na formação de professores.

3. O termo Concepções

No minidicionário da língua portuguesa a palavra concepções tem como significados “Geração, faculdade de perceber; conhecimento” (BUENO, 2007, p.183). Segundo Ponte (1992, p.185) de forma geral “as concepções formam-se num processo simultaneamente individual (como resultado da elaboração sobre a nossa experiência) e social (como resultado do confronto das nossas elaborações com as dos outros)”. Como nas pesquisas em Educação Matemática este termo aparece com várias abordagens, é necessário aqui distinguirmos algumas e nos posicionarmos sobre qual abordagem escolhemos tratar neste trabalho.

Grenier (1988) utiliza em sua tese de doutorado a palavra concepção com relação ao conhecimento de um aluno relativamente a um conceito (matemático). Nesse sentido a autora apresenta a noção de concepção dada por Vergnaud, ‘ao introduzir o conceito de teorema em ação¹ para “expressar a natureza das relações descobertas por uma criança ou um aluno quando utiliza um procedimento novo” e “caracterizar certas operações ditas intuitivas”’. (GRENIER, 1988, p.2, tradução nossa)

Outra abordagem para a definição do termo concepção é dada por Artigue; esta autora

¹ Um teorema em ação é uma proposição considerada como verdadeira sobre o real. (VERGNAUD, 1996, p.202).

define uma concepção como um ponto de vista local sobre um dado objeto, objeto caracterizado por situações que lhe servem de ponto de partida (situações ligadas à aparição da concepção ou para as quais ela constitui um ponto de vista particularmente bem adequado); situações de representações metais, icônicas, simbólicas; propriedades invariantes, técnicas de tratamento, métodos específicos (implícitos ou explícitos).(ALMOULOU, 2007, p.154)

Já Brousseau (1997, p.17) define concepção como “cada forma organizada, mas particular de tratar um conceito matemático”. Nesse sentido, este autor afirma que a passagem de um conhecimento a outro dentro da mesma concepção não é difícil (assimilação). Porém, a transição de uma concepção a outra é mais difícil, porque exige uma mudança de repertório significativa. Seu aprendizado requer uma reorganização do conhecimento antigo (acomodação). É nesse sentido que o termo concepção será tratado por nós neste trabalho.

4. Outras pesquisas relacionadas ao ensino e aprendizagem de transformações geométricas

Existe uma grande quantidade de estudos em Educação Matemática relacionados ao ensino e a aprendizagem de transformações geométricas, que buscam entender como funcionam os processos de ensino e aprendizagem no âmbito da geometria, além de propor alternativas para melhoria da qualidade do ensino deste conteúdo principalmente nos níveis do ensino fundamental e médio. Vários destes estudos são pesquisas provenientes da França, devido à grande importância que é dada às transformações geométricas neste país. Dentre essas pesquisas destacamos os estudos de Grenier (1988), Miyakawa (1992), Jahn (1998) e Lima (2006).

No Brasil também encontramos um número expressivo de pesquisas envolvendo o ensino de transformações geométricas, sendo que a maioria destas é proveniente de dissertações de mestrado (Rodrigues, 2012; Cerqueira, 2005; Pretti, 2002; etc). Esses estudos têm como foco a análise de livros didáticos, a elaboração e análise de sequências didáticas aplicadas na classe, ou ainda propostas de sequências de ensino utilizando recursos tecnológicos (computadores, calculadoras gráficas) aliados a softwares educacionais como Geogebra, Cabri Géometre entre outros.

Neste artigo, utilizamos como referência o trabalho de Grenier (1988), no qual a autora estudou as concepções de alunos franceses sobre a simetria ortogonal. Sobre este estudo passaremos a discorrer a seguir.

4.1 Um estudo sistemático sobre algumas variáveis no ensino de simetria ortogonal

Em sua tese de doutorado, Grenier (1988) realizou a construção e o estudo do funcionamento de um processo de ensino sobre a simetria ortogonal com alunos do sexto ano. Inspirada em estudos de outros pesquisadores, essa autora realizou um estudo sistemático dos valores de certas variáveis didáticas:

- ♣ A interseção da figura inicial com o eixo de simetria;
- ♣ As direções do eixo de simetria e dos elementos que compõem a figura inicial;
- ♣ A posição da figura em relação ao semi-plano delimitado pelo eixo de simetria na folha;
- ♣ O tipo de papel (branco ou quadriculado) e sua influência sobre os procedimentos e respostas dos alunos;

Para avaliar estas variáveis Grenier (1988) propôs a seguinte série de situações nas quais era solicitado que os alunos que traçassem a mão livre a simetria de uma figura com relação a uma reta, como pode ser visto abaixo:

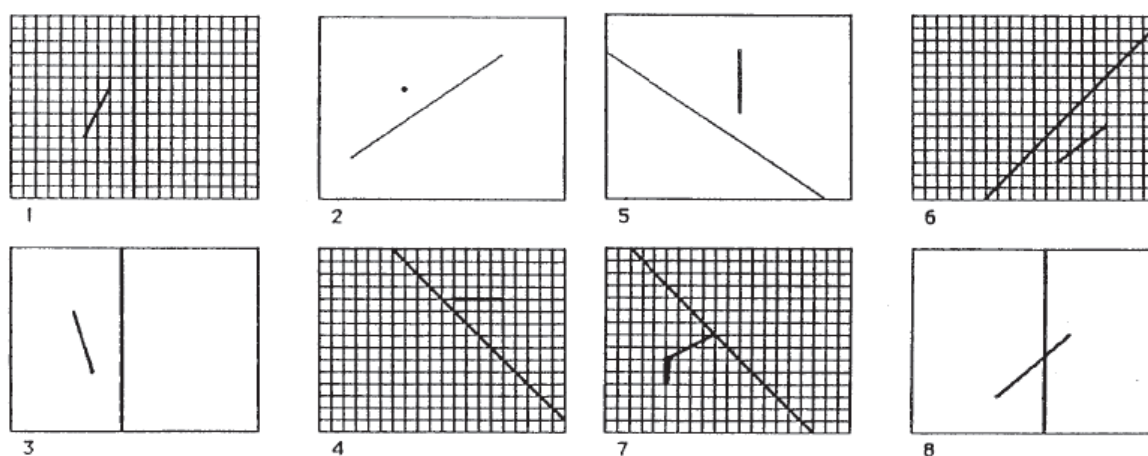


Figura 1: Situações propostas por Grenier (1988, p.20)

Sobre estas variáveis, o estudo de Grenier (1988) verificou o papel que tem a direção do eixo na folha sobre o êxito dos alunos. Analisou-se este papel com relação à concepção de que a simetria axial transforma uma figura em outra isométrica, do outro lado do eixo situado sobre uma reta horizontal ou vertical. Quando o próprio eixo está numa direção privilegiada na folha, as regras de ação induzidas por esta concepção pode induzir a uma resposta justa. Quando o eixo é oblíquo, o aluno não muda de procedimento, mas este é apenas adaptado ao problema. Esta variável não produz, portanto uma mudança

de procedimento nos alunos, mas revela o caráter errôneo da regra de ação que eles utilizam.

Sobre a direção do objeto segmento na folha, a autora declara que esta provoca mudanças de procedimento. E ainda, afirma que a concepção subjacente a estas mudanças de procedimentos é que a imagem de um segmento vertical (respectivamente horizontal) é um segmento de mesma direção na folha. Existe, portanto conservação das direções privilegiadas, a conservação das direções de uma maneira geral foi um teorema em ação menos generalizada.

Grenier (1988), afirma que a concepção da simetria como transformação de um semi-plano na folha em outro semi-plano na folha (delimitado pelo eixo) é revelada pelas dificuldades que provoca a interseção da figura com o eixo. Não existe diferença na taxa de êxitos nos alunos quando o eixo corta o segmento em uma de suas extremidades ou não quando corta. O que parece mais intervir é o local da figura com relação a estes dois semi-planos na folha. Existe um salto no fracasso dos alunos quando estas ocupam todos os dois. As respostas erradas do tipo semi-simetria mostram que alguns atravessam estas dificuldades considerando separadamente cada parte da figura de um lado e do outro do eixo. Os comentários escritos feitos por outros alunos mostram que os problemas podem também ser declarados sem solução. A autora avalia que,

a influência sobre os procedimentos dos alunos nas três variáveis: direção do segmento na folha, interseção da figura com o eixo, o ângulo agudo entre o segmento e o eixo, revelou que a resolução do problema se apóia sobre uma abordagem perceptiva global da figura na folha. Ou, esta aproximação não permite em certos casos, encontrar a solução. (GRENIER, 1988, p. 63, tradução nossa)

Os estudos de Grenier (1988) apontam ainda que, para os alunos, analisar a figura em pontos particulares não foi suficiente para resolver o problema e ainda que os itens sobre papel quadriculado não são mais bem sucedidos que aqueles sobre o papel branco, isto é, o papel quadriculado induz a levar em conta os pontos particulares da figura. No caso do efeito do papel quadriculado ser positivo (abandono da percepção global e análise pontual da figura), a materialização das linhas da malha da quadriculada traz um efeito perturbador, pois induz os procedimentos de contagem sobre as linhas das retas horizontal ou vertical que são falsos quando o eixo é oblíquo na folha.

Finalizando, Grenier (1988) declara que, se a conservação da natureza do objeto é adquirida, a conservação do comprimento pode ser obrigatória em certos procedimentos.

A propriedade de conservação dos ângulos da figura é mais vaga para os alunos, portanto ela é subjacente e está ligada ao teorema em ação: A figura imagem tem na folha a mesma direção que a figura-objeto (um segmento horizontal não pode se transformar em um segmento vertical!). (GRENEIR, 1988, p.64, tradução nossa).

A importância desses resultados para nosso estudo deve-se ao fato de que, ao avaliarmos as concepções de professores, teremos como ponto de partida as variáveis já estudadas pela autora acima citada. Além disso, temos por hipótese que as concepções dos alunos estão intimamente ligadas às concepções e práticas adotadas pelos professores no ensino de conteúdos relacionados à geometria, particularmente, as transformações geométricas.

5. Procedimentos Metodológicos

Segundo D'Ambrósio (2006, p. 10), a pesquisa qualitativa “[...] tem como foco entender e interpretar dados e discursos, mesmo quando envolve grupos de participantes”. Por outro lado, Ludke e André (1986, p. 13) afirmam que a pesquisa qualitativa “ênfatisa mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes”. Sendo assim acreditamos que a pesquisa aqui apresentada é do tipo qualitativa.

Segundo Fiorentini e Lorenzato, (2009, p. 69), “uma pesquisa é exploratória ou diagnóstica quando o pesquisador, diante de uma problemática ou temática ainda pouco definida e conhecida, resolve realizar um estudo com o intuito de obter informações ou dados mais esclarecedores e consistentes sobre ela”. Como o objetivo do estudo que trata este trabalho é conhecer as concepções de professores com relação ao conteúdo simetria ortogonal e obter elementos para direcionarmos as outras fases da pesquisa, temos a convicção de se tratar de um estudo diagnóstico.

Os sujeitos deste estudo preliminar foram nove professores, alunos do curso de licenciatura em Matemática do PARFOR, de uma Universidade Estadual da Bahia. Para a análise dos dados, codificamos os questionários respondidos pelos professores segundo as letras do alfabeto de A a I.

O instrumento utilizado foi um questionário piloto composto de 15 questões dividido em três blocos: o primeiro trata da formação docente e desenvolvimento profissional (questões de 1 a 6), o segundo bloco de questões que se referem à prática

docente (questões de 7 a 9) e o terceiro bloco está relacionado ao conhecimento dos professores com relação às transformações geométricas (questões de 10 a 15).

6. Análise dos Dados

Para este trabalho faremos um recorte nos dados apresentados no questionário. As questões do segundo bloco não serão analisadas neste trabalho por entender que este não é o objetivo do mesmo. Sendo assim, faremos à caracterização dos sujeitos de acordo com as questões propostas no primeiro bloco e analisaremos as questões 13 e 14 do terceiro bloco, já que as outras questões deste último bloco forneceram respostas evasivas ou não foram respondidas pelos professores, o que pode ser devido a uma falha na construção das questões.

6.1 Caracterização dos sujeitos

No primeiro bloco, a intenção era obter dos professores informações sobre: o tempo de experiência como professor de matemática, se já possui outra formação de nível universitário, qual ou (quais) nível (is) educacional da Educação Básica o professor atua, se fez ou faz cursos de capacitação propostos pela secretaria de educação ou por conta própria, quais disciplinas relacionadas à geometria já cursou na licenciatura em Matemática.

As respostas mostraram que dos nove professores questionados, seis tinham entre 1 e 10 anos de experiência e os outros três professores entre 11 e 20 anos de experiência. Com relação ao nível de atuação dos professores observamos que dois atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, dois atuam nos anos iniciais e anos finais do Ensino Fundamental, três nos anos finais do Ensino Fundamental e dois professores atuam no Ensino Médio.

Três professores possuem outra formação a nível universitário, sendo dois em pedagogia e um em ciências biológicas. Ainda com relação à formação perguntamos aos sujeitos quais disciplinas relacionadas aos conteúdos foram cursadas na Licenciatura em Matemática, foram citadas duas disciplinas: Fundamentos de geometria (geometria euclidiana plana e espacial) e geometria analítica. Ao consultar o projeto pedagógico do curso de licenciatura em Matemática do PARFOR na universidade investigada observamos que os alunos não terão outras disciplinas relacionadas diretamente aos conteúdos de

geometria, a menos que estes conteúdos sejam retomados nas disciplinas de estágio supervisionado. Por fim, a maioria dos professores afirma já ter participado de algum curso de capacitação ou formação de professores.

6.2 Análise das questões 13 e 14 do questionário Piloto

As questões 13 e 14 foram construídas levando em consideração o estudo das variáveis identificadas por Grenier (1988). As referidas questões estão anunciadas a seguir.

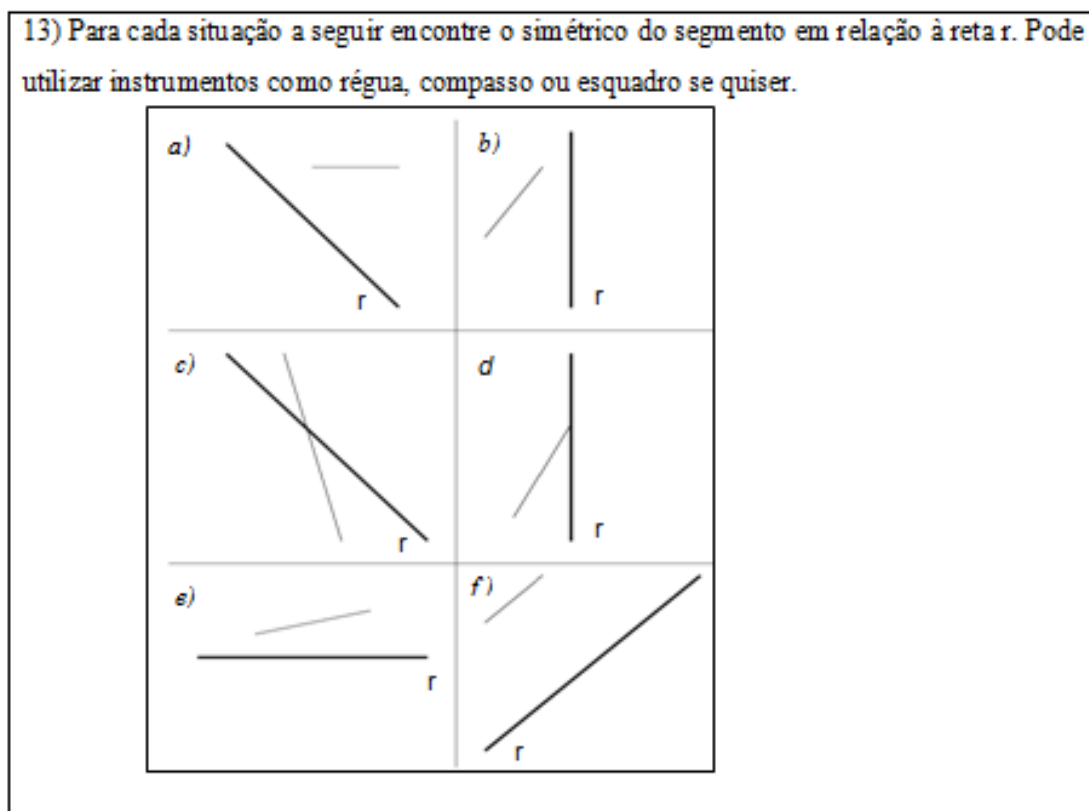


Figura 2: Questão 13 do questionário aplicado aos professores

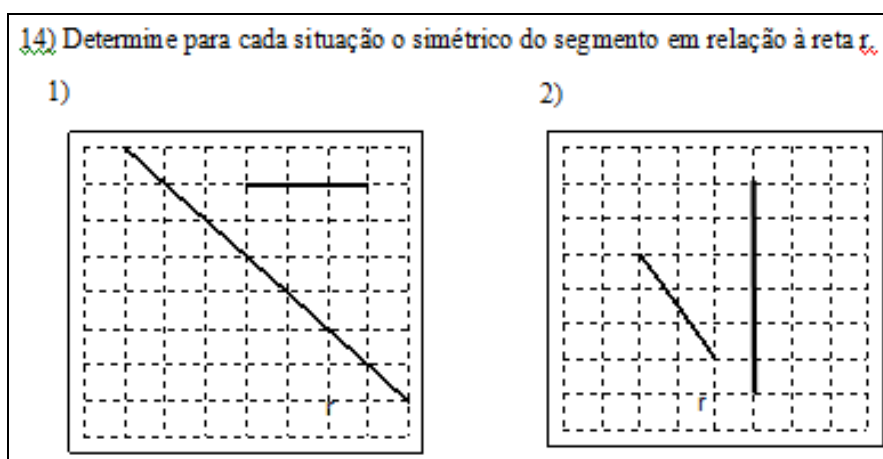


Figura 3: Questão 14 do questionário aplicado aos professores

O objetivo destas questões era observar se as concepções detectadas por Grenier (1988) com alunos também seriam observadas na investigação com professores, levando em consideração as variáveis (direções do eixo de simetria e dos elementos que compõem a figura objeto, a posição da figura em relação ao semi-plano delimitado pelo eixo de simetria na folha, a interseção da figura inicial com o eixo de simetria, o tipo de papel) identificadas por ela.

Dos nove professores que responderam ao questionário, quatro não responderam as questões 13 e 14, um deles deu como justificativa o fato de não trabalhar com o conteúdo nas séries iniciais. Como pode ser observado a seguir

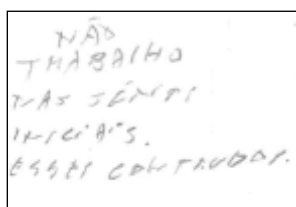


Figura 4: comentário do professor B para as questões 13 e 14
Fonte: Questionário aplicado aos professores

Vale observar que o ensino destes conteúdos é recomendado desde o primeiro ciclo do Ensino Fundamental pelos parâmetros curriculares nacionais como apresentado na introdução deste trabalho.

Nas respostas dos outros cinco professores, percebemos com relação à posição do eixo de simetria, que não houve dificuldade quando o mesmo tinha direção vertical ou horizontal à folha. Não fez diferença se a figura-objeto tocava ou não o eixo, qual a sua posição com relação ao eixo e nem o tipo de papel (branco ou quadriculado). Neste caso, todos os professores acertaram os itens *b*, *d* e *e* da questão 13 e o item 2 da questão 14.

Grenier (1988) identificou com relação aos alunos, a concepção de que a transformação por reflexão com relação a um eixo de simetria transforma uma figura em outra isométrica do outro lado eixo, situado sobre uma reta horizontal ou vertical. Ela ainda afirma que, quando o eixo de simetria está numa direção privilegiada na folha, as regras de ação induzidas por esta concepção pode induzir a uma resposta correta. Ao analisar os resultados, há indícios de que essa mesma concepção está presente na resolução apresentadas pelos professores sujeitos da pesquisa.

Já quando o eixo de simetria era oblíquo e não tinha a mesma direção da figura inicial (segmento), apenas um professor apresentou a solução correta. Um dos sujeitos apresentou a seguinte solução:

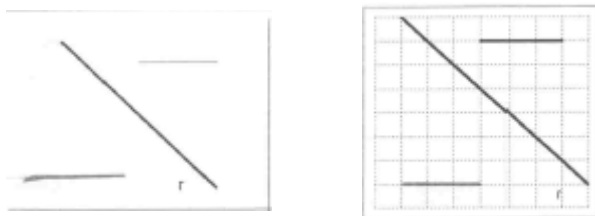


Figura 5: Resposta apresentada pelo professor C para os itens *a* da questão 13 e 1 da questão 14
Fonte: Questionário aplicado aos professores

Podemos observar que o sujeito leva em consideração apenas o paralelismo para construir a figura “imagem”, deixando de lado outras propriedades como conservação da distância ao eixo de simetria e a ortogonalidade. Já nas respostas dos professores D, F e H, foi possível observar uma preocupação com o paralelismo e a conservação da distância da figura “imagem” ao eixo de simetria. Isso fica evidenciado no item 1 da questão 14 devido à malha quadriculada, como podemos ver abaixo:

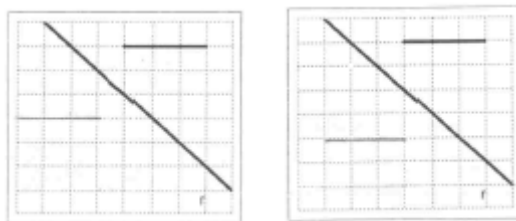


Figura 6: Resposta apresentada pelos professores D e F respectivamente
Fonte: Questionário aplicado aos professores

Segundo Grenier (1988) a materialização das linhas da malha quadriculada, induz a procedimentos de contagem sobre as linhas horizontais ou verticais, esses procedimentos são falsos quando o eixo de simetria é oblíquo à folha. Isto pode ser notado nas resoluções acima (figura 6).

Ainda com relação às respostas dos professores, percebemos que, quando o eixo de simetria é oblíquo com relação à folha e paralelo à figura inicial (item *f* da questão 13), o êxito prevalece. Mas, no caso em que o eixo de simetria é oblíquo e a figura inicial corta o mesmo (item *c* da questão 13), as respostas dos sujeitos foram: duas corretas, uma errada e duas não respondidas. Acreditamos que o fato do eixo de simetria ser oblíquo e a figura inicial cortar o mesmo tenha adicionado um grau de dificuldade maior à situação proposta e evidenciado outra concepção detectada por Grenier nos seus estudos com alunos, ou seja,

a concepção da reflexão como transformação de um semi-plano em outro semi-plano (delimitados pelo eixo).

7. Resultados Parciais e Perspectivas

A pesquisa apresentada encontra-se em andamento e está na sua fase inicial. Na primeira fase desta pesquisa temos como objetivo principal estudar as concepções dos professores sobre o conteúdo transformações geométricas. Neste trabalho, tivemos como foco um estudo das concepções dos professores com relação à simetria ortogonal, baseado nas variáveis identificadas por Grenier (1988).

No decorrer da análise, observamos nas respostas dos professores uma tendência a conservar na figura imagem a mesma direção da figura inicial, isto é, a figura imagem será paralela à figura inicial. Outra propriedade levada em conta pelos professores é que a figura imagem estará do outro lado do eixo de simetria, à mesma distância do eixo que a figura inicial. Não foi uma constante observada nas respostas dos professores a propriedade ortogonalidade.

Foi possível observar que existe convergência entre os resultados obtidos por Grenier (1988) em sua pesquisa com alunos e os obtidos por nós em nossa investigação com professores em formação. Contudo, esses resultados são preliminares e temos consciência que serão necessários estudos mais aprofundados sobre as concepções dos professores relacionadas à simetria ortogonal.

8. Referências

ALMOULOUD, S. Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Editora UFPR, Curitiba. 2007. 218p.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria da Educação Média e Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática- 1ª a 4ª série do Ensino Fundamental**. Brasília, 1997.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria da Educação Média e Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática-5ª a 8ª série do Ensino Fundamental**. Brasília, 1998.

BROUSSEAU, G. La théorie des situations didactiques Le cours de Montréal 1997. Disponível em <www.guy-brousseau.com> , acesso em: 12 jun. 2012.

BUENO, Silveira. **Minidicionário da Língua Portuguesa**. 2ª edição. São Paulo: FTD, 2007.

CERQUEIRA, A. P. F. **Isometrias: Análise de documentos curriculares e uma proposta de situações de aprendizagem para o Ensino Médio**. (2005). Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2005.

D'AMBRÓSIO, U. Prefácio. In: Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, p. 9-21, 2006.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2009.

GRENIER, D. **Construction et étude du fonctionnement d'un processus d'enseignement sur la symétrie orthogonale en sixième**. 1988. 420f. Tese (doutorado em Didática da Matemática) Universidade Joseph Fourier Grenoble I. França, 1988.

JAHN, A. P. **Des transformations des figures aux transformations ponctuelles: étude d'une séquence d'enseignement avec Cabri-géomètre II. Relations entre aspects géométriques et fonctionnels en classe de Seconde**. 1998. Tese (doutorado em Didática da Matemática). Universidade Joseph Fourier Grenoble I. França. 1998.

LIMA, I. **De la modélisation de connaissances des élèves aux décisions didactiques des professeurs: Étude didactique dans le cas de la symétrie orthogonale**. 2006. Tese (doutorado em Didática da Matemática). Universidade Joseph Fourier Grenoble I. França. 2006.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? *A Educação Matemática em Revista* - Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBM, ano 3 ,nº. 4, p. 3-13, 1ºsem. 1995.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas. Temas Básicos de Educação e Ensino**. São Paulo: EPU, 1986.

MIYAKAWA, T. **Une étude du rapport entre connaissance et preuve : le cas de la notion de symétrie orthogonale**. 1992. Tese (doutorado em Didática da Matemática). Universidade Joseph Fourier Grenoble I. França. 1992.

RODRIGUES, C. R. F. **Potencialidades e possibilidades do ensino de transformações geométricas no Ensino Fundamental**. 2012. Dissertação (mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2012.

PAVANELO, R. M. O abandono do ensino de Geometria no Brasil; Causas e conseqüências. *Zetetiké*, Campinas, Unicamp, n. 1, p. 07-17, mar. 1993.

PONTE, J. P. Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação. In. *Educação matemática: Temas de investigação* . Lisboa: Instituto de Inovação Educacional. pp. 185-239. Lisboa, 1992.

PONTE, J. P. O desenvolvimento profissional do professor de Matemática. *Revista Educação e Matemática*, nº. 31, pp. 9-12 e 20 ,1994.

PRETTI, E. L. **Transformações: Uma experiência na formação de professores utilizando um ambiente informatizado.** (2002) dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2002.

VERGNAUD, G. A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. *Revista do GEMPA*, Porto Alegre, nº4: 9-19. 1996.