

“PASSEIOS ALEATÓRIOS DA CARLINHA”: EXPLORANDO O CONCEITO DE NÃO EQUIPROBABILIDADE.

Robson dos Santos Ferreira
Universidade Bandeirante Anhanguera
robsonlsantos@yahoo.com.br

Verônica Yumi Kataoka
Universidade Estadual de Santa Cruz/Universidade Bandeirante Anhanguera
veronicayumi@terra.com.br

Monica Karrer
Universidade Bandeirante Anhanguera
mkarrer@uol.com.br

Resumo

Neste trabalho avaliamos as potencialidades do *software* R para auxiliar os alunos nas reflexões em torno do conceito de não equiprobabilidade. Os resultados apresentados fazem parte de uma pesquisa realizada em 2011 com alunos do terceiro ano do ensino médio, que objetivou investigar a aprendizagem de conceitos probabilísticos por meio da aplicação do experimento de ensino “Passeios Aleatórios da Carlinha”, o qual foi desenvolvido nos ambientes, papel & lápis e computacional, *software* R; sob a perspectiva do letramento probabilístico de Gal e do construcionismo de Papert. Os resultados sugerem a necessidade de maior exploração deste conceito na educação básica, dado que as interpretações dos estudantes revelaram que o pensamento equiprovável é aceito como verdade absoluta, sem se questionar sobre os eventos não equiprováveis. O presente estudo parece constituir uma importante ferramenta para o desenvolvimento do conceito de não equiprobabilidade e conseqüentemente, para a formação do cidadão letrado em probabilidade.

Palavras Chave: Equiprobabilidade; Construcionismo; Letramento Probabilístico; *Software* R.

1. Introdução

Atualmente o conhecimento básico de probabilidade se mostra essencial na formação do cidadão, pois proporciona a compreensão de grande parte dos acontecimentos de natureza aleatória de seu cotidiano, além de ser fundamental no contexto inferencial de Estatística para a tomada de decisões.

Na mídia é perceptível a presença de vários conceitos probabilísticos ao se transmitir informações, como, por exemplo, notícias sobre previsões meteorológicas, cálculos dos riscos de incidência de doenças, aplicações de mercado, entre outros. E para Gal (2005), essa busca pela formação do aluno/leitor mais crítico na interpretação desses tipos de informações, constitui o que se denomina de letramento probabilístico.

Gal (2005) considera que o indivíduo “letrado” em probabilidade é aquele capaz de ler e interpretar informações probabilísticas presentes em seu cotidiano, tendo para isso um conjunto mínimo de habilidades básicas formais ou informais. E é esse conjunto de habilidades que possibilita aos letrados em Probabilidade lidar com situações reais que envolvam interpretação ou geração de mensagens probabilísticas, bem como tomar decisões.

Evidências da importância desses conceitos podem ser notadas aqui no Brasil nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) quando recomendam que o trabalho com o Ensino de Probabilidade seja inserido já nas séries escolares iniciais e que seja retomado a cada ciclo seguinte de forma progressiva. Neste documento, indica-se, por exemplo, que neste nível de ensino é necessário que os alunos sejam capazes de compreender que “muitos acontecimentos de seu cotidiano são de natureza aleatória e que é possível identificar possíveis resultados desses acontecimentos e até estimar o grau de possibilidades acerca dos resultados de um deles” (BRASIL, 1998, p.52).

Contudo, devemos ressaltar que nem todos os conceitos probabilísticos são simples de serem compreendidos em um primeiro momento, pois muitos deles são abstratos (KATAOKA *et al.*, 2008). Considerando essa realidade, vários pesquisadores, como, por exemplo, Batanero & Godino (2002) e Kataoka, Rodrigues & Oliveira (2007), sugerem que durante o processo de ensino e aprendizagem de conceitos probabilísticos, seja apresentada, mesmo que de forma intuitiva, a noção de acaso e de incerteza. Ainda, tais pesquisadores apontam para importância de o professor trabalhar com atividades que proporcionem aos alunos a realização de experimentos e a observação de eventos.

Batanero (2001) sugere que ao realizar o trabalho com a experimentação aleatória o professor seja cauteloso, para que não ocorra a extensão indevida da “*Lei dos grandes números*”, acreditando-se na existência de uma “*Lei de pequenos números*”, o que pode levar o aluno a falsas interpretações sobre a replicabilidade dos experimentos aleatórios, devido à sensibilidade do tamanho da amostra, o que pode ser contornado com a utilização da simulação computacional.

Mills (2002) destaca que diversos pesquisadores têm sugerido o uso de computadores por acreditarem que os alunos podem aumentar sua capacidade de entendimento referente a conceitos abstratos ou difíceis. Além disso, Chance & Rossman (2006) apontam que a observação do fenômeno de convergência, no caso da Probabilidade, é facilitada quando se tem a possibilidade de repetir os processos aleatórios um grande número de vezes.

Um dos desafios dessa pesquisa foi selecionar adequadamente um recurso tecnológico para o ensino de Probabilidade, surgindo a necessidade de pesquisar e analisar uma ferramenta que atendesse às necessidades do desenvolvimento intelectual do aluno, não apresentando barreiras que limitassem suas ações, atendendo aos seus anseios na investigação e na compreensão dos conceitos envolvidos. O *software* estatístico R[®] (R, 2010) foi selecionado para esse estudo por ser um ambiente computacional integrado para manipulação, análise, e representação gráfica de dados baseado em linguagem de programação orientada por objetos. Essas características do R permitiram aos alunos um maior envolvimento no processo de construção de linhas de comando para resolver, com certa independência, as tarefas propostas.

E, nessa mesma perspectiva, surgiu o interesse de se trabalhar em consonância com o conceito de construcionismo, o qual, segundo Papert (1980), caracteriza-se pela busca da liberdade de iniciativa do aprendiz e pelo seu controle do ambiente computacional. No construcionismo, o aprendizado é entendido como construção pessoal do conhecimento.

Retomando as discussões iniciais que visam à formação de alunos letrados em probabilidade, devemos considerar que grande parte dos eventos probabilísticos presentes no cotidiano dos alunos não são equiprováveis e, desta forma, tomamos por desafio integrar aos eventos equiprováveis conceitos de não equiprobabilidade.

Neste trabalho o nosso objetivo foi avaliar as potencialidades do *software* R para auxiliar os alunos nas reflexões em torno do conceito de não equiprobabilidade. Os resultados apresentados fazem parte de uma pesquisa realizada em 2011 (FERREIRA, 2011) com alunos do terceiro ano do ensino médio, que objetivou investigar a aprendizagem de conceitos probabilísticos por meio da aplicação do experimento de ensino “Passeios Aleatórios da Carlinha”, o qual foi desenvolvido nos ambientes, papel & lápis e computacional, *software* R; sob a perspectiva do letramento probabilístico de Gal e do construcionismo de Papert.

2. Método

Na pesquisa, utilizamos a metodologia de *Design Experiment* de Cobb *et al.* (2003), tendo em vista que representa um modelo para pesquisas em Educação Matemática, cujo objetivo é analisar os significados construídos pelos estudantes quando inseridos em ambientes de comunicação matemática.

Segundo Cobb *et al.* (2003), a pesquisa baseada em *design* deve ter as seguintes características: o desenvolvimento e a pesquisa devem ocorrer por meio de ciclos contínuos de *design*, de interação, de análise e de *redesign*; a pesquisa não deve registrar somente os sucessos ou as falhas, mas focalizá-los nas interações que contribuam para nossa compreensão dos fatores de aprendizagem envolvidos e a pesquisa deve envolver o desenvolvimento de relatos fidedignos sobre métodos que possam documentar e conectar processos de interações aos resultados de interesse.

Na condução do experimento global, houve a necessidade de realizar adequações no *design* original em função das produções apresentadas pelos estudantes. Salientamos que, especificamente no tratamento da seção relativa à não equiprobabilidade, objeto desse artigo, esta característica da metodologia de *Design Experiment* não foi utilizada, uma vez que optamos por não realizar interferências ou adaptações naquele momento. Tal opção se deu em função de termos por propósito investigar as interpretações e estratégias espontâneas dos estudantes ao lidarem com situações deste tipo, dado que estas nem sempre são enfatizadas no ensino de probabilidade.

A pesquisa foi realizada com sete alunos de uma escola pública do estado de São Paulo, organizados em três grupos de trabalho, sendo duas duplas e um trio (denominados D1, D2, e D3). O trabalho foi desenvolvido no contraturno escolar no laboratório de informática da escola, sendo que os computadores já possuíam o *software* R instalado. O professor-pesquisador assumiu o papel de orientador do processo, realizando intervenções somente em momentos de bloqueio. A seguir apresentaremos o experimento aplicado.

3. Experimento de Ensino: “Passeios Aleatórios da Carlinha”

Desenvolvido no ambiente computacional, *software* R, este experimento foi elaborado de forma a permitir ao estudante trabalhar diversos conceitos probabilísticos, como, por exemplo, espaço amostral, eventos, probabilidade de eventos simples; discutir as diferenças entre um experimento determinístico e um aleatório; estimar probabilidades

por meio da frequência relativa; calcular a probabilidade teórica a partir da árvore de possibilidades; analisar padrões observados e esperados; além de construção de tabelas simples e de gráficos de barras (CAZORLA, KATAOKA, MAGANIME, 2010).

Inicialmente foi apresentada aos alunos a seguinte estória: “A Carlinha costumava visitar seus amigos durante os dias da semana em uma ordem pré-estabelecida: segunda-feira, Luiz; terça-feira, Felipe; quarta-feira, Fernanda; quinta-feira, Alex; e sexta-feira, Paula. Para tornar mais emocionantes os encontros, a turma combinou que o acaso escolhesse o amigo a ser visitado pela Carlinha. Para isso, na saída de sua casa e a cada cruzamento, Carlinha deve jogar uma moeda; se sair cara (C), andar um quarteirão para o Norte, se sair coroa (X), um quarteirão para o Leste. Cada jogada representa um quarteirão de percurso. Carlinha deve jogar a moeda quatro vezes para poder chegar à casa dos amigos (Figura 1)”. Após ler a estória, os alunos deveriam realizar uma série de tarefas e responder algumas questões que foram divididas em quatro sessões resumidas no quadro a seguir (Quadro 1), sendo que em todas as sessões aparece em diferentes momentos a questão central da discussão: “Todos os amigos têm a mesma chance de serem visitados?”

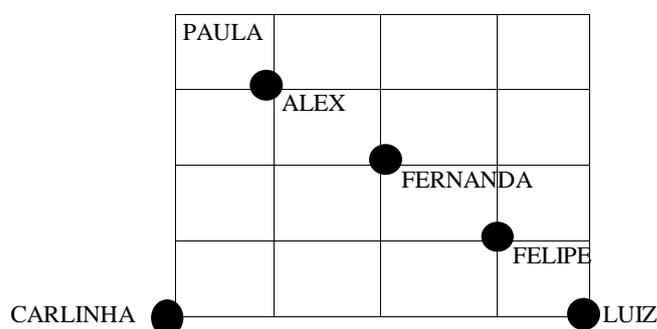


Figura 1. Ilustração dos caminhos

Quadro 1. Resumo das sessões do experimento de ensino “Passeios Aleatórios da Carlinha”

Organização da atividade “Os passeios aleatórios da Carlinha”			
Sessão I: A estória (Contexto)	Sessão II: A simulação	Sessão III: A árvore de possibilidades	Sessão IV: A decisão
História e concepções prévias de probabilidade <i>Papel & Lápis</i>	II.1 Simulação <i>Computacional</i> II.2 Organização dos resultados e a probabilidade frequentista <i>Papel & Lápis e Computacional</i>	III. Construção da árvore de possibilidades <i>Papel & Lápis</i> III.2 Organização dos resultados e a probabilidade teórica ou laplaciana <i>Papel & Lápis e Computacional</i>	IV.1 Comparação entre as diversas formas de atribuir probabilidade. Reflexões <i>Papel & Lápis</i> IV.2 Simulação <i>Computacional</i>

Todos os amigos têm a mesma chance de serem visitados?

Pensando na necessidade do desenvolvimento do conceito de não equiprobabilidade, realizamos ao final do experimento, uma sessão específica (sessão IV) para o desenvolvimento de tal conceito, composto de oito atividades.

Vale ressaltar que este foi um estudo inicial explorando as potencialidades do experimento de ensino por meio do *software* R para tratar do conceito de não equiprobabilidade.

4. Explorando o conceito de não equiprobabilidade

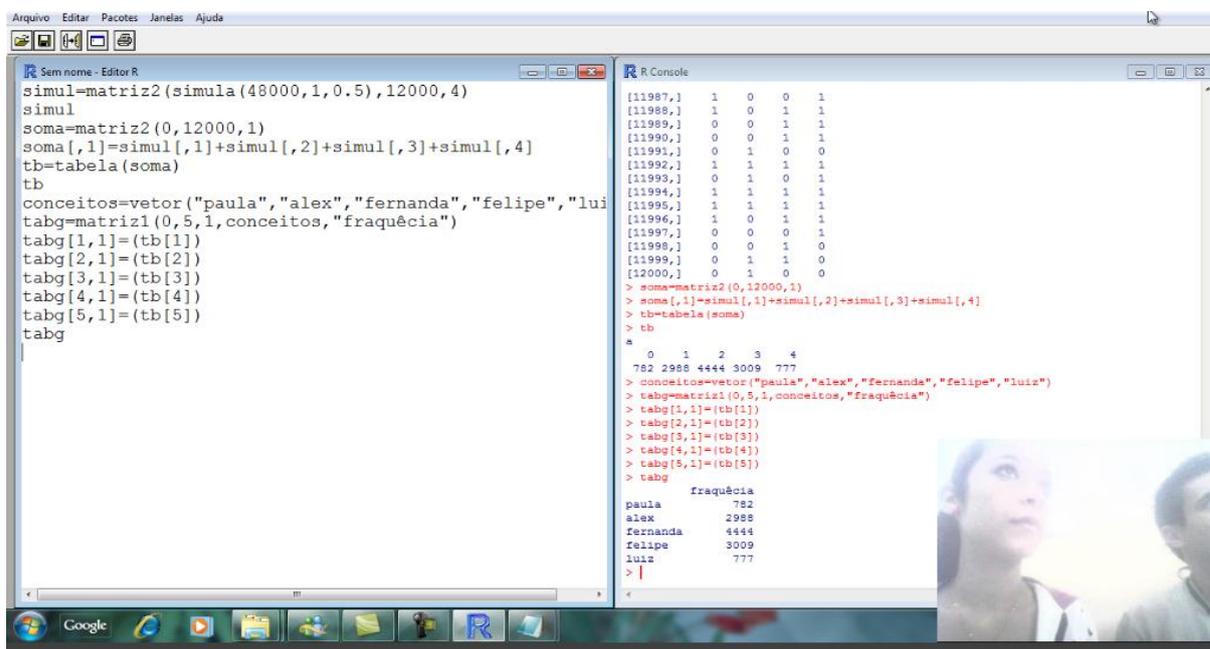
Inicialmente foi apresentado o seguinte bloco de atividades aos alunos, cuja resolução fazia uso do *software* R.

- 1) Realize uma simulação com 12.000 experimentos. O que você observa quando compara os resultados desta simulação
 - a) Com a simulação de 30 experimentos (simulação no R realizada na sessão II)?
 - b) Com a probabilidade teórica?
- 2) Usando o mesmo critério do lançamento da moeda, o que você faria para que a Fernanda deixasse de ser a única amiga mais visitada?
- 3) Se utilizássemos uma moeda com uma probabilidade de 0,6 para sair a face cara, quem seria(m) o(s) amigo(s) mais visitado(s)?
- 4) E se a probabilidade de sair cara fosse de 0,8, quem seria(m) o(s) amigo(s) mais visitado(s) ?
- 5) E se a probabilidade de sair cara fosse de 0,1, quem seria(m) o(s) amigo(s) mais visitado(s) ?
- 6) Considerando que estamos simulando o lançamento de uma moeda, como você classificaria as moedas pensadas nas tarefas de 3 a 5? E a moeda pensada nas tarefas anteriores cuja probabilidade de sucesso era de 0,5?
- 7) Experimente agora trocar a probabilidade de sucesso para 0,8. Quais são as suas conclusões?
- 8) Considerando a simulação de 12.000 experimentos realizada na tarefa 1, troque, na função **simula**, a probabilidade de sucesso para 0,6. O que você observa? Neste caso, quem será(ão) o(os) amigo(s) mais visitado(s)?

Na primeira tarefa era esperado que os alunos utilizassem as funções de simulação apresentadas na ¹atividade de familiarização ao *software* R que foi desenvolvida no início do estudo, e que percebessem que quanto maior fosse o número de simulações mais o resultado obtido se aproximaria do resultado teórico, o que se denomina fenômeno da convergência. Nesta tarefa, foram explorados conceitos de probabilidade por meio da simulação computacional que, de acordo com Batanero (2007), Lane & Peres (2006), DelMas, Garfield & Chance (1999), desde que utilizada de forma adequada, traz importantes contribuições para o desenvolvimento deste conceito.

Vale ressaltar que no Brasil os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) destacam também a importância do uso da simulação para o desenvolvimento de habilidades que proporcionem aos alunos as probabilidades previstas, frisando, ainda, a importância dos recursos tecnológicos para o bom entendimento desses objetivos.

Todos os grupos realizaram a simulação dos doze mil experimentos no ambiente computacional, conforme ilustrado na Figura 2. Quando compararam o resultado com a simulação de trinta experimentos, todos relataram não observar grandes diferenças e destacaram que não havia alterações na ordem de visitas.



```
Arquivo  Editar  Pacotes  Janelas  Ajuda
Sem nome - Editor R
simul=matriz2(simula(48000,1,0.5),12000,4)
simul
soma=matriz2(0,12000,1)
soma[,1]=simul[,1]+simul[,2]+simul[,3]+simul[,4]
tb=tabela(soma)
tb
conceitos=veter("paula","alex","fernanda","felipe","luiz")
tabg=matriz1(0,5,1,conceitos,"frequência")
tabg[1,1]=(tb[1])
tabg[2,1]=(tb[2])
tabg[3,1]=(tb[3])
tabg[4,1]=(tb[4])
tabg[5,1]=(tb[5])
tabg

R Console
[[1987,]] 1 0 0 1
[[1988,]] 1 0 1 1
[[1989,]] 0 0 1 1
[[1990,]] 0 0 1 1
[[1991,]] 0 1 0 0
[[1992,]] 1 1 1 1
[[1993,]] 0 1 0 1
[[1994,]] 1 1 1 1
[[1995,]] 1 1 1 1
[[1996,]] 1 0 1 1
[[1997,]] 0 0 0 1
[[1998,]] 0 0 1 0
[[1999,]] 0 1 1 0
[[2000,]] 0 1 0 0
> soma=matriz2(0,12000,1)
> soma[,1]=simul[,1]+simul[,2]+simul[,3]+simul[,4]
> tb=tabela(soma)
> tb
a
  0  1  2  3  4
782 2988 4444 3009 777
> conceitos=veter("paula","alex","fernanda","felipe","luiz")
> tabg=matriz1(0,5,1,conceitos,"frequência")
> tabg[1,1]=(tb[1])
> tabg[2,1]=(tb[2])
> tabg[3,1]=(tb[3])
> tabg[4,1]=(tb[4])
> tabg[5,1]=(tb[5])
> tabg
      frequência
paula          782
alex           2988
fernanda      4444
felipe        3009
luiz           777
> |
```

Figura 2. Script de D3 para a tarefa 1.

¹ Antes do desenvolvimento do experimento de ensino “Passeios Aleatórios da Carlinha” foi desenvolvido um bloco de tarefas com o objetivo de familiarizar os alunos com as ferramentas do *software*.

Na segunda questão, era esperado que os alunos sugerissem uma mudança no valor da probabilidade, porém observamos que, quando colocados a desenvolver uma estratégia para que Fernanda deixasse de ser a amiga mais visitada, D1 e D3 sugeriram que fosse trocada a ordem dos nomes no tabuleiro de visitas e D2 sugeriu que fosse feito o lançamento das moedas e se saísse a sequência que leva à Fernanda, fosse descartada e lançada a moeda novamente.

Esses resultados indicam que os alunos não perceberam, nessa fase, que uma mudança no valor da probabilidade poderia resultar na solução desejada. Tal fato pode nos levar a pensar que os alunos tinham em mente apenas a ideia de moedas com resultados equiprováveis de cara e coroa. Já nas primeiras tarefas desenvolvidas na sequência dos Passeios Aleatórios da Carlinha, foi possível evidenciar a concepção de equiprobabilidade por parte dos alunos, uma vez que em uma questão relativa à probabilidade de sair cara ou coroa no lançamento de uma moeda, todos os grupos afirmaram que a probabilidade de sair cara era igual à probabilidade de sair coroa, portanto 50%. Essas evidências também foram constatadas nos estudos de Cazorla; Gusmão & Kataoka (2011). Como o objetivo neste momento consistia em verificar as estratégias espontâneas apresentadas pelos alunos, o professor-pesquisador não fez intervenções.

Na tarefa 3, quando questionados sobre qual (quais) seria(m) o(s) amigo(s) mais visitado(s) ao se utilizar uma probabilidade de 0,6, era esperado que apontassem para Fernanda e Alex, ainda que de maneira intuitiva e com respostas baseadas no fato de que esses dois amigos eram os que necessitavam de um número “médio”, ou seja, Fernanda necessitava de 2 caras (50%) e Alex necessitava de três caras (75%). Não era esperado que os alunos usassem o conceito de distribuição binomial para o cálculo dos amigos mais visitados, dado que esse tópico ainda não era de conhecimento desses sujeitos, mas acreditávamos que a tarefa proporcionaria reflexões iniciais importantes para a formalização futura do conceito da distribuição binomial.

Os três grupos indicaram que Alex seria um dos amigos mais visitados em relação à Fernanda; apenas a dupla D2 o identificou como sendo um dos amigos mais visitados; os outros dois grupos relataram que Paula seria a outra amiga mais visitada. Conjecturamos que o não apontamento de Fernanda como sendo uma das amigas mais visitadas pode estar atrelado ao fato de que ela necessitava de 50% de faces cara para ser visitada. E como foi utilizada uma probabilidade de 0,6 (60%) neste caso, provavelmente os grupos pensaram

apenas em Alex como sendo o amigo mais visitado, uma vez que tinha probabilidade de cara maior do que 50%.

Na tarefa 4, quando foi feito o mesmo questionamento da tarefa 3, porém agora para uma probabilidade de 0,8 para sair a face cara, esperava-se que os alunos apontassem para Alex e Paula como os amigos mais visitados; esta conclusão poderia estar pautada no fato de que esses amigos são os que necessitam de um número maior de caras para serem visitados.

Os grupos D1 e D3 identificaram Alex e Paula como sendo os mais visitados. Já D2 indicou apenas Paula como sendo a amiga mais visitada.

Na quinta tarefa, quando questionados para o caso de probabilidade 0,1 para cara, era esperado que os alunos identificassem Luiz como o amigo mais visitado, uma vez que é o único amigo que não necessita de qualquer face cara para ser visitado. Todos os grupos apontaram Felipe como sendo o amigo mais visitado, contrariando totalmente a resposta esperada. Conjecturamos que as respostas provavelmente foram influenciadas pela pouca compreensão da probabilidade ser 0,1, ou seja, os alunos conseguiram identificar que Fernanda deixava de ser a amiga mais visitada com uma probabilidade menor, porém, como Felipe necessitava de uma face cara, interpretaram que este estaria diretamente relacionado com a probabilidade 0,1, o foco da análise se concentrou no algarismo 1.

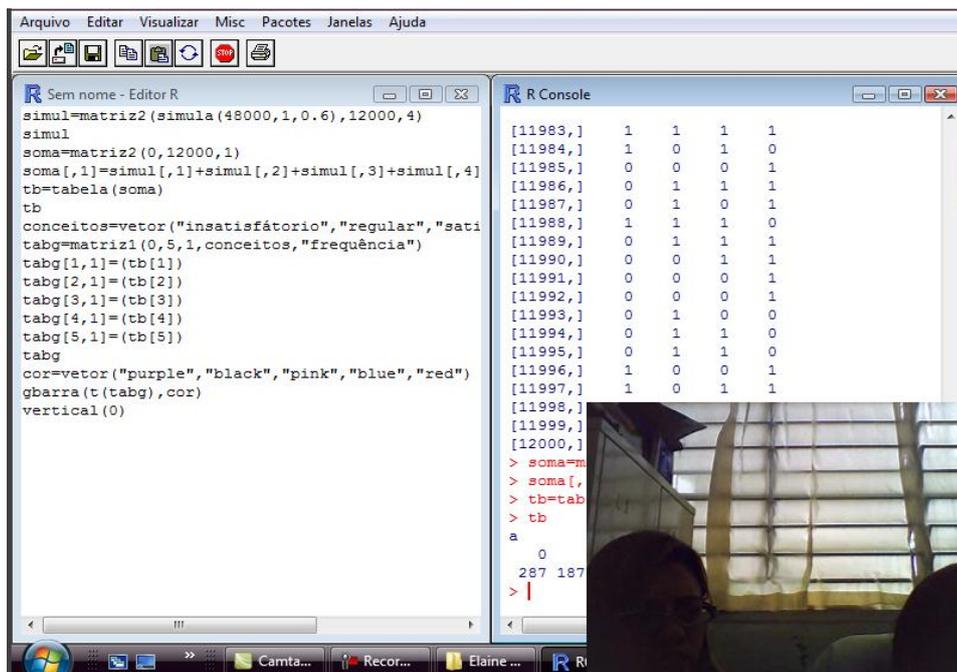
Era esperado na tarefa 6, que os alunos classificassem a moeda como honesta no caso de probabilidade 0,5 para a face cara, e para probabilidades diferentes de 0,5 como sendo viciada. Todos classificaram facilmente as moedas como honestas e viciadas, provavelmente porque estes termos são muito utilizados em situações de jogos independentes do ambiente escolar.

Para a tarefa 7, era esperado que os alunos identificassem Alex e Paula como sendo os amigos mais visitados; já na tarefa 8, era esperado que os alunos percebessem que com a probabilidade 0,6 para face cara, Fernanda compartilharia do posto de amigo mais visitado com Alex.

Na análise observamos que cometemos um equívoco, esta questão era para ser posta depois da tarefa oito, para que alterassem apenas a probabilidade de 0,6 para 0,8, executassem a simulação novamente e tirassem as conclusões a partir desta observação. O fato de esta questão ter aparecido antes da tarefa oito e logo após a tarefa seis, que discutia a classificação da moeda dada uma probabilidade diferente de 0,5, fez com que as respostas apresentadas pelos alunos fossem voltadas à classificação da moeda com

probabilidade de cara igual a 0,8. Assim, todos relataram que, ao trocar a probabilidade de sucesso para 0,8, estaríamos trabalhando com uma moeda viciada.

Na tarefa 8, D2 reconheceu que Fernanda continuava sendo a amiga mais visitada e D1 e D3 declararam que os amigos mais visitados seriam Paula e Alex. Provavelmente no momento de transpor as respostas, as duplas devem ter feito alguma confusão entre os nomes de Fernanda e Paula, uma vez que, como demonstrado no script da Figura 3, realizaram a simulação de forma correta.



```
Arquivo  Editar  Visualizar  Misc  Pacotes  Janelas  Ajuda
R Sem nome - Editor R
simul=matriz2(simula(48000,1,0.6),12000,4)
simul
soma=matriz2(0,12000,1)
soma[,1]=simul[,1]+simul[,2]+simul[,3]+simul[,4]
tb=tabela(soma)
tb
conceitos=vetor("insatisfatório","regular","sati
tabg=matriz1(0,5,1,conceitos,"frequência")
tabg[1,1]=(tb[1])
tabg[2,1]=(tb[2])
tabg[3,1]=(tb[3])
tabg[4,1]=(tb[4])
tabg[5,1]=(tb[5])
tabg
cor=vetor("purple","black","pink","blue","red")
gbarra(t(tabg),cor)
vertical(0)

R Console
[11983,] 1 1 1 1
[11984,] 1 0 1 0
[11985,] 0 0 0 1
[11986,] 0 1 1 1
[11987,] 0 1 0 1
[11988,] 1 1 1 0
[11989,] 0 1 1 1
[11990,] 0 0 1 1
[11991,] 0 0 0 1
[11992,] 0 0 0 1
[11993,] 0 1 0 0
[11994,] 0 1 1 0
[11995,] 0 1 1 0
[11996,] 1 0 0 1
[11997,] 1 0 1 1
[11998,]
[11999,]
[12000,]
> soma=mat
> soma[,
> tb=tab
> tb
a
0
287 187
> |
```

Figura 3. Script do R do grupo D1 para a Tarefa 31

5. Considerações finais

Observamos que o uso do computador por meio do *software* R se constituiu em uma importante ferramenta. Inicialmente, a realização do experimento com 12.000 lançamentos proporcionou de forma significativa a observação do fenômeno de convergência, reflexão esta que já vinha sendo construída no decorrer do desenvolvimento do experimento e agora pôde ser concluída com um experimento com maior número de lançamentos. Essa possibilidade de trabalho fornecida pela ferramenta computacional adotada colaborou para que os alunos tivessem um olhar mais apurado em relação à convergência ao retomar esta questão agora com uma experimentação bem maior, reforçando o apontado por Batanero (2001) em relação ao cuidado que se deve ter ao se

trabalhar com a experimentação aleatória, para que não ocorra a extensão indevida da “Lei de grandes números”, acreditando-se na existência de uma “Lei de pequenos números”.

Consideramos que o trabalho realizado nesta sessão levou os alunos a uma reflexão diferente da qual estavam habituados em relação à probabilidade de sair uma face da moeda, dada a exploração de não equiprobabilidade. Neste aspecto, as ferramentas do *software* possibilitaram a alteração da probabilidade de sair a face cara, contribuindo para que o estudante realizasse observações e estabelecesse conjecturas. Refletir sobre os possíveis resultados de uma moeda viciada é um trabalho feito em sala de aula, porém essas reflexões provavelmente são feitas de maneira muito abstrata e os alunos normalmente não têm contato com algo mais concreto, ou seja, uma moeda viciada ou um *software* de simulação que ofereça esta possibilidade.

Neste contexto, consideramos que este trabalho possibilitou tal reflexão por meio da realização concreta da atividade realizada, o que, mais uma vez, reforçou as características do construcionismo. Destacamos que mesmo se tratando de um estudo inicial com potencial para estudos posteriores, o presente estudo parece constituir uma importante ferramenta para o desenvolvimento do conceito de não equiprobabilidade e conseqüentemente, para a formação do cidadão letrado em probabilidade.

6. Referências

BATANERO, C. **Didáctica de la Probabilidad**. Universidad de Granada. Departamento de Didáctica de la Matemática. 2001. Disponível em: <<http://www.ugr.es/~batanero>>.

Acesso em: 30 jul. 2010.

BATANERO, C; DIAZ, C. Probabilidad, **Grado de Creencia y Proceso de Aprendizaje**. XIII Jornadas Nacionales de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas. Granada, Julio, 2007.

BATANERO, C; GODINO, J. **Stochastics and its didactics for teachers**: Edumat-Teachers project. Granada, Universidad de Granada, 2002. Disponível em: <<http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/welcome.html>>. Acesso em: 01 dez. 2009.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Fundamental, 1998.

CAZORLA, I.; GUSMÃO, T. , KATAOKA, V. Y. Validação de uma sequência didática de Probabilidade a partir da análise da prática de professores, sob a ótica do Enfoque Ontossemiótico. **Revista Bolema**, 39, p. 537 – 560, 2011.

CAZORLA. I; KATAOKA, V, Y.; NAGAMINE, C.M.L. **Os passeios aleatórios da Carlinha**. Tutorial do AVALE. Disponível em: < <http://avale.uesc.br>>. Acesso em: 30 jun. 2010.

CHANCE, B, ROSSMAN, A. **Using simulation to teach and learn Statistics**. In A. ROSSMAN & B. CHANCE (Eds.), Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics. CD ROM. Salvador (Brazil): International Association for Statistical Education. 2006. Disponível em: <<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>>. Acesso em: 02 dez .2009.

COBB, P *et al.* **Design experiments in education research**. Educational Researcher, Washington, v.32, n.1, p. 9-13, 2003.

DELMAS, R; GARFIELDE J; CHANCE, B. **A model of classroom research in action: Developing simulation activities to improve students' statistical reasoning**. *Journal of Statistics Education*, 7(3), 1999. Disponível em <<http://www.amstat.org/publications/jse/secure/v7n3/delmas.cfm>>. Acesso em: 02 dez 2009.

FERREIRA, R. S. **Ensino de Probabilidade com o uso do programa estatístico R numa perspectiva construcionista**. 2011. 155 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2011.

FISCHBEIN, E. **Intuition in science and mathematics**. Dordrecht: D.Reidel Publishing Company, 1987.

GAL, I. Towards “Probability Literacy” for all citizens: Building Blocks and Instructional Dilemmas. In Jones, G. A. (Ed), **Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning**. p. 39-63. 2005.

KATAOKA, V. Y. RODRIGUES, A.; OLIVEIRA, M. S. **Utilização do conceito de probabilidade Geométrica com recurso didático no ensino de Estatística**. Anais: IX Encontro Nacional de Educação Matemática, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil, 2007.

KATAOKA, V. Y.; SOUZA, A. A.; OLIVEIRA, A. C. S.; PARANAIBA, P. F ; FERNANDES, F. de M. O.; OLIVEIRA, M. S. de. **Probability Teaching in Basic Education in Brazil: Assesment and Intervention**. In: ICME11, 2008, Monterrey, México. Proceedings 11th International Congress on Mathematical Education, 2008

LANE, D. M.; PERES, S. C. **Interactive simulations in the teaching of statistics: promise and pitfalls.** In A. ROSSMA, & B. CHANCE (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. CD ROM. Salvador (Brazil): International Association for Statistical Education. 2006. On line: <<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>>. Acesso em 02 dez 2009.

MILLS, J. Using computer simulation methods to teach statistics: A review of the literature. *Journal of Statistics Education*, v.10, n.1, 2002.

PAPERT, S. **Midstorms: Children, computers and powerful ideas.** Basic Books, New York. Trad. Como **Logo: Computadores e Educação.** 2. Ed. São Paulo: Editora Brasiliense, 1980. 253 p.

R Development Core Team. **R: A language and environment for statistical computing.** R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, versão 0.02, 2010.