

ATIVIDADES INVESTIGATÓRIAS NO PROCESSO DE ENSINO- APRENDIZAGEM DO TEOREMA DE TALES EM UMA CLASSE DE 9º ANO DE UMA ESCOLA PÚBLICA

Márcia Nunes dos Santos
Universidade Federal de Ouro Preto
marcimatica@yahoo.com.br

Marger da Conceição Ventura Viana
Universidade Federal de Ouro Preto
margerv@terra.com.br

Resumo

O objetivo deste artigo é apresentar as atividades investigatórias como relevantes para motivar, desencadear e promover o processo de ensino-aprendizagem do Teorema de Tales, de acordo com o estudo de caso apresentado em uma dissertação de Mestrado e realizado com 29 alunos de classe do 9.º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto, Minas Gerais, de 15 a 17 anos, que apresentavam relacionamento conturbado entre si. Para isso, são feitas considerações sobre o processo de ensino-aprendizagem e a importância da utilização de atividades investigatórias, com apresentação de um exemplo das 11 elaboradas, propostas e realizadas na pesquisa. A escolha de atividades investigatórias aliadas à História da Matemática, graças à potencialidade motivadora desta, gerou ambiente de estímulo à participação, interação, motivação e cooperação, contribuindo tanto para o processo de ensino-aprendizagem, quanto para mudanças de comportamento e de opiniões dos alunos envolvidos, com relação às aulas de Matemática.

Palavras-chave: Atividades Investigatórias; Processo de Ensino-Aprendizagem; Teorema de Tales.

1. Introdução

Nesta pesquisa, apresenta-se o desenvolvimento de atividades investigatórias como possibilidade de motivar, desencadear e promover o processo de ensino-aprendizagem do Teorema de Tales, com apoio, em alguns momentos, da História da Matemática, graças à potencialidade motivadora desta. Para isso foi considerada a compreensão que temos de processo de ensino-aprendizagem e de atividades investigatórias.

Entendemos que o processo de ensino-aprendizagem é ativo, consciente, motivador, significativo, individual, comunicativo, interativo, cooperativo e social (VIANA, 2002). Assim, para que aconteça em sua plenitude, é indispensável que o professor atue como orientador. Portanto ele deve preocupar-se em planejar atividades a serem realizadas pelos

alunos (ativos) conscientes do que devem fazer, desejando fazer (motivados), relacionando a algo conhecido, apropriando-se do que desejam aprender, capazes de comunicar-se, interagir e cooperar com o outro, em um processo social.

Na busca de atividades capazes de revelar as referidas características, encontramos, na teoria das atividades investigatórias de Iran Abreu Mendes (2009a, 2009b), uma dinâmica adequada para atender às necessidades específicas dos alunos. Atividade investigatória é o termo utilizado por Mendes para se referir às atividades que têm como princípio a história e a investigação como agente de desenvolvimento da cognição em sala de aula (MENDES; FOSSA; VALDÉS, 2006).

Essa escolha se justifica, pois entendemos por atividades investigatórias aquelas que mobilizam os alunos a realizar ações que promovam a construção de estratégias, hipóteses, generalizações, exposição oral, registros escritos, discussões em grupo, argumentações, validações e formalizações, isto é, atividades que podem ser consideradas investigações.

Mas, para elaborar atividades com tais requisitos, foi necessário avaliar os interesses dos alunos, o contexto sociocultural e os conhecimentos já adquiridos (consolidados) por eles. Além disso, foi preciso recorrer à história do Teorema de Tales, contextualizando-o na época de seu surgimento e na realidade dos participantes para obtermos um ambiente de estímulo à participação, interação, motivação, cooperação e, sobretudo, de respeito entre os alunos, analisando as conturbadas relações que havia entre eles.

Em algumas das onze atividades propostas (SANTOS, 2012), recorreremos ao uso de informações históricas, pois, como Mendes (2006), entendemos que os alunos podem vivenciar experiências manipulativas resgatadas da História da Matemática, com vistas a desenvolver o espírito investigativo, a curiosidade científica e habilidades matemáticas.

2. Atividades investigatórias em sala de aula

De acordo com o que compreendemos por processo de ensino-aprendizagem de Matemática e de acordo com Mendes (2006, 2009a, 2009b), existe a necessidade de ser utilizada em sala de aula uma metodologia que valorize a ação docente e a participação ativa dos alunos. Essa metodologia ou prática em sala de aula, apresentada neste artigo, é a investigação.

Nesse sentido, consideramos que uma dinâmica investigatória é relevante na perspectiva de que o ensino sai do concreto para o abstrato, em “situações que favoreçam a redescoberta da Matemática, tendo em vista a exploração e a investigação de situações-problema que os levem [os alunos] à compreensão do “quê” e do “porquê” referentes à Matemática investigada” (MENDES, 2009a, p. 58). Afirma o autor (2005):

(...) o professor deve propor situações que conduzam os alunos à (re) descoberta do conhecimento através do levantamento e testagem de suas hipóteses acerca de alguns problemas investigativos, através de explorações (investigações), pois nessa perspectiva metodológica espera-se que eles aprendam o “quê” e o “porquê” fazem/sabem desta ou daquela maneira, para que, assim, possam ser criativos, críticos, pensar com acerto, a colher informações por si mesmos face a observação concreta e usar o conhecimento com eficácia na solução dos problemas do cotidiano. Essa prática, então, dá oportunidade ao aluno de construir sua aprendizagem, através da aquisição de conhecimentos e redescoberta de princípios (MENDES, 2005, p. 54).

Para Mendes (2001), a investigação constitui-se como uma característica essencial do homem e contribui para a construção do conhecimento individual e da autonomia:

A investigação, portanto, constitui-se, um fator inerente ao homem e quando esse espírito investigador, bem evidente na fase pré-operatória dos estágios piagetianos, permanecer se desenvolvendo nas fases posteriores, conduzirá o estudante a um amadurecimento científico e matemático que o tornará cada vez mais autônomo e consciente da sua capacidade de apostar na curiosidade e na possibilidade de buscar o conhecimento através da investigação (MENDES, 2001, p. 26).

Nesse sentido, Mendes (2001) afirma que a investigação conduz ao amadurecimento matemático, à autonomia e à curiosidade como possibilidade de os alunos buscarem o conhecimento. Por isso, além da curiosidade, é necessário o desejo de solucionar o que foi proposto na atividade. Assim, a preocupação inicial do professor está na elaboração da atividade, cuidando para que ela não seja nem tão difícil nem tão fácil que desanime e desmotive os alunos. A intenção é que a investigação inspire o desenvolvimento da autonomia dos alunos, promovendo oportunidade de criar estratégias (MENDES, 2001).

Portanto uma proposta baseada em atividade investigatória significa para nós uma possibilidade de conduzir os alunos a uma construção de conceitos matemáticos, além de promover a interatividade entre eles e o seu objeto de conhecimento.

Dessa maneira, a atividade investigatória pode despertar a capacidade de investigar, imaginar e questionar os resultados obtidos. Com base na literatura estudada (BEZERRA, 2008; MENDES, 2001, 2005, 2006, 2009a, 2009b; SANTOS, 2012), compreendemos que a atividade investigatória oferece uma dinâmica capaz de mobilizar os alunos a realizar ações que promovam a construção de estratégias, hipóteses, generalizações, exposição oral, registros escritos, discussões em grupo, argumentações, validações e formalizações, isto é, ações que podem ser consideradas investigações.

Em uma atividade investigatória, os alunos tornam-se sujeitos ativos, curiosos e questionadores que imaginam, testam e validam a sua resposta. Nesse momento, o importante não é estabelecer regras, nem valorizar o certo ou o errado, mas envolvê-los durante a realização da atividade.

Nesse sentido, Bezerra (2008) afirma:

Lembramos que o importante não é estabelecer regras, mas sim o envolvimento dos alunos com as tarefas realizadas por eles, pois eles aprendem quando trabalham os seus recursos cognitivos e afetivos para atingir um determinado objetivo. Isto é uma das características pedagógicas mais fortes da investigação, ao exigir do aluno a sua participação no processo, tendendo a favorecer o seu envolvimento na aprendizagem (BEZERRA, 2008, p. 41).

Em vista disso, a intencionalidade de promover interação aluno-professor e aluno-aluno no desenvolvimento da atividade investigatória garante que haja uma aprendizagem satisfatória, o que é confirmado por Bezerra (2008, p. 39): “ao mesmo tempo em que os alunos estão fazendo matemática, estão também aprendendo matemática”.

A atividade investigatória é proposta por Mendes (2005) com base em princípios defendidos por Dockweiler, Dienes, Skemp e Fossa (2000) *apud* Mendes (2005) e apresenta características marcantes para um ensino prático e dinâmico tanto por parte do professor quanto dos alunos, de maneira que estes sejam sujeitos de atividades e de experimentos.

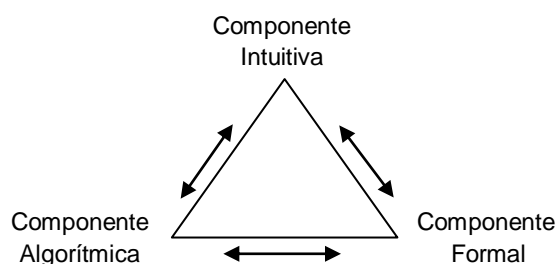
Por meio de interações, baseando-nos em Dockweiler (1996) *apud* Mendes (2001), observamos três importantes princípios. O primeiro é a experiência física e visual por meio da manipulação e experimentação, havendo a manifestação das primeiras impressões do conhecimento apreendido durante a interação sujeito-objeto vivenciada na produção do conhecimento (saber-fazer).

O segundo é a verbalização, que ocorre na comunicação oral dos fatos experimentados e compreendidos pelos alunos, ou seja, pelos debates entre os colegas, num processo de socialização das ideias apreendidas (ação-reflexão), caráter comunicativo e social do processo de ensino-aprendizagem.

O terceiro é a simbolização ou abstração, evidenciada pela representação dos resultados obtidos, confirmando o grau de abstração no qual os alunos se encontram com relação ao conhecimento construído, com algoritmos sistematizados, fórmulas, entre outros recursos.

A esses três princípios Mendes (2009b) associa três componentes de uma atividade investigatória: intuitiva, algorítmica e formal. Toma-se como base a proposta de Dockweiller (1996) *apud* Mendes (2001), conjugada ao modelo proposto por Fischbein (1987) *apud* Mendes (2001). Nesse modelo, as três componentes constituem a conexão triangular proposta por Mendes (2009b) e apresentada na Figura 1, a seguir. Para compreendê-la, é necessário refletir acerca do significado de cada componente.

Figura 1- Conexão triangular das componentes: intuitiva, algorítmica e formal



Fonte: Mendes (2009b, 76).

Segundo Mendes (2009b), a componente intuitiva manifesta-se na mente dos alunos: “trata-se, portanto, da imaginação criativa, da interpretação visual, da explicação material de um fato matemático observado, vivenciado ou imaginado por quem aprende” (MENDES, 2009b, p.110). Logo se almeja que as atividades programadas promovam a curiosidade e a imaginação dos alunos, despertando o interesse em aprender (caráter motivante do processo de ensino-aprendizagem).

A componente algorítmica constitui-se no exercício de organização e sistematização das ideias intuitivas com o raciocínio matemático para explicação e compreensão da situação proposta. Ela “se constitui no exercício de habilidades de

organização e sistematização da imaginação criativa estabelecida pela intuição e que se põe à prova na experimentação” (MENDES, 2006, p. 110).

A componente formal é a formalização das proposições lógico-matemáticas inseridas na atividade. Embora seja a componente mais presente nos livros didáticos e enfatizada por muitos professores em sala de aula, nem sempre está atrelada à compreensão, mas à memorização. Explica Mendes (2006):

a componente formal envolve axiomas, definições, teoremas e demonstrações e se manifesta à medida que a abstração vai se estabelecendo e necessitando de uma linguagem mais simbólica para representar o raciocínio matemático avançado (MENDES, 2006, p. 110).

Assim, a opção por atividade investigatória se justifica pela possibilidade de efetivação do processo de ensino-aprendizagem de Matemática e pela contribuição na educação de alunos mais ativos e conscientes das possibilidades criativas que a Matemática lhes oferece.

Ressaltamos também que é desejável que a elaboração de tais atividades aconteça com amadurecimento e habilidades investigativas dos alunos, cuidando para que eles adquiram hábitos de registros por escrito das dúvidas, formulação de estratégias e verificação dos resultados (MENDES, 2009a).

Portanto a opção por atividade investigatória se justifica pela possibilidade de efetivação do processo de ensino-aprendizagem de Matemática, pois se pretende que os alunos desenvolvam habilidades de organizar, analisar, questionar, justificar e registrar os resultados obtidos em cada atividade proposta, em vez de apenas memorizar nomes, regras e algoritmos, que nem sempre garantem aprendizagem.

Com isso, é possível perceber que as características do processo de ensino-aprendizagem tornam-se mais evidentes. E caso não sejam observadas, por algum motivo, o professor tem melhores condições de sondar as dificuldades apresentadas pelos alunos.

Quanto à História da Matemática, Mendes (2009b) oferece algumas orientações relevantes para a elaboração de atividades.

a) Nome da atividade

Além de criativo, deve evidenciar o tema central a ser investigado e suscitar a imaginação dos alunos.

b) Objetivos da atividade

Devem estar evidenciados pelo tema e ser apresentados em linguagem concisa e de fácil compreensão, para que haja construção do conhecimento matemático pelos alunos.

c) Conteúdo histórico

A História da Matemática pode ser inserida na atividade como elemento motivador e gerador da curiosidade dos alunos. Fatos relevantes que historicamente justificaram a criação do assunto em questão devem ser explicitados pelo professor.

d) Material a ser utilizado

Nesta etapa o professor é o artesão, pois deve criar e possibilitar recursos alternativos para a realização da atividade.

e) Operacionalização

As orientações metodológicas orientam as fases de cada atividade no seguinte sentido: Manipulação/Experimentação (física/visual); Verbalização (comunicação oral) e Simbolização/Abstração (representação formal).

Assim, consideramos que o ponto de partida da atividade investigatória seja uma questão aberta que supostamente favoreça a interação e o envolvimento dos alunos na procura da solução.

3. A pesquisa

A pesquisa foi realizada em escola da rede municipal de ensino, em um distrito de Ouro Preto, Minas Gerais, local de trabalho da professora-pesquisadora, o que favoreceu a utilização de tempos, espaços e uma pesquisa da sua própria prática.

Os participantes foram 29 alunos de turma do 9.º do Ensino Fundamental, identificados de P01 até P29, para evitar constrangimento de qualquer natureza. Eles foram informados sobre a pesquisa e convidados a participar. Devido a seu perfil (alguns eram indisciplinados, desinteressados com os estudos e até agressivos), foi necessário, antes de iniciar a pesquisa, realizar uma aproximação para estabelecer sentimentos de amizade, respeito e colaboração entre eles.

Essa aproximação aconteceu por meio de alguns passeios no próprio distrito. Em cada passeio estavam presentes de 6 a 9 alunos, inclusive os mais rebeldes e de difícil comportamento em sala de aula. O pretexto era conhecer o distrito e praticar esportes, como caminhada e ciclismo. Alguns desses alunos queriam mostrar que eram terríveis, que ninguém podia suportá-los, que a ordem era dada por eles e que a autoridade eram eles.

Portanto essa foi a estratégia encontrada para desenvolver primeiramente o respeito e a amizade entre professor e alunos, tão necessários para o desenvolvimento dessa pesquisa. Principalmente porque os alunos seriam organizados em pequenos grupos.

Em sala de aula, optou-se pela realização de grupos com três ou quatro componentes. E era distribuído o enunciado por escrito, acompanhado por uma breve apresentação oral do professor, a fim de criar um ambiente favorável ao desenvolvimento da atividade.

Indicamos que em todos os momentos do trabalho em grupo haja interação tanto entre os colegas quanto com o professor, para discutir e delinear estratégias de resolução, afinal o professor é orientador do processo de ensino-aprendizagem.

Das 11 atividades desenvolvidas na pesquisa (SANTOS, 2012), foi selecionada a atividade “Medindo o que não se alcança” para ser abordada neste artigo.

4. O Teorema de Tales e a utilização da História da Matemática

Foi necessário inicialmente conhecer a origem do Teorema de Tales, a Matemática utilizada por Tales e o contexto sociocultural em que estava inserido, para a elaboração e/ou adaptação das atividades investigatórias propostas. Os conhecimentos históricos foram transformados em informações para os alunos, com linguagem adequada.

Embora haja dúvidas quanto à vida e à obra do matemático grego Tales de Mileto, justificativas em registros elucidam suas contribuições. De acordo com Cajori (2007), Tales, segundo Plutarco, agradou ao rei Amasis por ter sido capaz de medir a altura das pirâmides com a ajuda de suas sombras, sendo isso possível devido a ser a razão do comprimento da sombra de um bastão na vertical para o comprimento da sombra da pirâmide igual à razão entre a altura do bastão e a da pirâmide. Essa solução pressupõe o conhecimento de proporção, que os egípcios tinham, segundo o que contém o papiro de Ahmes (CAJORI, 2007).

Para Eves (2004), uma origem ou motivação para o Teorema de Tales foi o próprio cálculo utilizado para a medição da altura da pirâmide de Quéops. Para fazê-la, Tales observou a pirâmide e lançou mão de alguns conceitos matemáticos conhecidos, como semelhança de triângulos, razão e proporção, concordando com o que encontramos em Cajori (2007).

Isso foi o que consideramos adequado para a atividade investigatória realizada com os alunos e apresentada neste artigo. Usualmente encontrada nos livros-texto de Matemática, foi adaptada para ser uma atividade investigatória e promover o processo de ensino-aprendizagem.

5. A atividade: Medindo o que não se alcança

Julgamos que a história do Teorema de Tales podia motivar os alunos para realizar a atividade, se fosse bem direcionada, pois uma das características do processo de ensino-aprendizagem é ser ativo e motivador. E seguimos as orientações sugeridas por Mendes (2009b) para a elaboração de atividades investigatórias, principalmente quando utilizam informações históricas, indicando, por exemplo, nome (título da atividade), objetivos, conteúdo histórico, material a ser utilizado e operacionalização.

Os objetivos da atividade eram apresentar a importância dos conceitos de semelhança, razão e proporção, principalmente para os gregos, por meio do cálculo da altura de objetos; estimular e direcionar a imaginação dos alunos para cálculos de altura de objetos utilizando proporcionalidade e projeção de sombras; apresentar a história e os feitos do matemático Tales de Mileto; iniciar os estudos sobre o Teorema de Tales (atividade motivadora e desencadeadora do processo de ensino-aprendizagem).

Inicialmente, para despertar nos alunos a curiosidade, visando à obtenção de respostas, foi apresentada uma pergunta e o diálogo foi transcrito a seguir (SANTOS, 2012, p.92).

Professora: Como vocês fariam para medir a altura de um poste utilizando apenas lápis, papel, calculadora e fita métrica, sem subir nele?

P20: Ora fessora, basta olhar o registro da CEMIG, eu acho que vem escrito nele.

P25: Sobe! Manda o macaco do P16 subir [risos].

P16: Seu...

Professora: Oh, meninos...

P16: Desculpe-me Nunes! Só não mostro para o P25 quem é macaco porque eu respeito você. Mas...

P05: Manda uma corda até o alto e depois meça a corda.

P25: É muito idiota mesmo. E a corda vai agarrar aonde?

P05: Na lâmpada né espertinho.

P25: Nossa, Nunes... eu me recuso a ouvir esses meninos!

P19: Derruba! É mais fácil e depois é só medir.

P25: Eu tô falando! Só tem Mané nessa sala. Você vai derrubar um poste, medir e depois levantar?

P24: Nunes, a sua curiosidade é saber quanto mede um poste, então liga para onde faz ou vende, sei lá, liga e pergunta quanto mede um poste. E pra que a gente tem que saber isso agora?

Pesquisadora: Vocês vão entender daqui a pouco, porque eu vou propor a seguinte situação: descobrir a altura de um poste ou de uma árvore ou até mesmo da torre da Igreja lá da praça. Porém não há nenhum desses recursos que vocês disseram: não há marcação no poste, nem corda e telefone para ligar para os lugares responsáveis, e mais: não é possível escalar nenhum desses objetos. Então? Como descobrir a altura?

P04: Eu só não estou entendendo para que tanta vontade em querer saber a altura de árvore e desses trem alto! Para quê? O que isso tem a ver? Primeiro a ideia foi investigar e agora medir? Tá é todo mundo doido ...(Risadas na sala de aula).

Pesquisadora: Iremos ao Egito e tentaremos fazer algo que um matemático nascido antes de Cristo já havia feito.

P25: Por acaso foi a arca de Noé, rrsrrsrs?

Pesquisadora: Não, P25, ele foi antes de Cristo, mas depois de Noé, rrsrrs... O nome desse matemático é Tales. Ele nasceu na Ásia em uma cidade chamada Mileto, por isso ficou conhecido como Tales de Mileto. Ele foi filósofo, astrônomo, um grande pensador, homem de negócios e o primeiro matemático grego.

P19: Ele foi mesmo um desocupado e bobo. O que deu na cabeça desse cara inaugurar uma escola? E quem ensinou tudo pro cara?

P02: Ó besta! Você não ouviu não? A Nunes não acabou de dizer que o gênio foi o 1.º matemático. Uau! Agora que eu percebi uma coisa, ele foi o 1º! [suspiros de admiração].

Pesquisadora: Meninos! Turma, o que realmente aumentou a popularidade de Tales foi quando, em uma das suas viagens ao Egito, o faraó, que já tinha ouvido falar das suas habilidades matemáticas, pediu que ele medisse a altura de uma das maiores pirâmides: a pirâmide de Quéops. Vocês já ouviram falar em pirâmides ou não?

P13: Eu já, né, Nunes, mas esses ignorantes não devem nem ter ideia.

P17: É um convencido mesmo...

P04: Já está é com cara de ambulante mesmo ... rrsrrs.

P13: Então vai, expliquem para a Nunes tudo sobre as pirâmides, se vocês pensam que sabem. Nem sabem onde fica o Egito, seus ignorantes.

P25: Ó babaca, ela nem pediu para explicar, ela apenas perguntou se já havíamos ouvido falar sobre as pirâmides. Fica esperto hein, senão sobra para você no final da aula...

Após o diálogo tumultuado, na falta de resposta, apresentamos aos participantes um fato ocorrido há muitos anos, no Egito: determinar a altura de uma pirâmide sem recursos para realizar essa medição. Informamos que esse desafio foi proposto a um matemático grego chamado Tales de Mileto e, nesse instante, criou-se na sala de aula um ambiente de curiosidade, sendo a condição favorável para a introdução histórica de Tales e o método provável para medir a altura da pirâmide de Quéops.

Em seguida, apresentamos o texto apresentado no Quadro 1, que foi lido em conjunto na sala de aula, pois muitos não dominavam totalmente a leitura e a escrita.

Organizamos os alunos em duplas para resolver a questão, de acordo com a Figura 2, a seguir, além reforçar a importância da interação e cooperação entre eles.

A estratégia utilizada por Tales foi adaptada: a pirâmide foi substituída por um poste ou por uma árvore (a mais vertical possível), trocada a estaca por um dos alunos. Em cada dupla, um aluno deveria medir a altura do colega, que deveria ficar posicionado ao lado do objeto escolhido para a medição da altura (assumindo a importância da vara utilizada por Tales).

O material necessário para a realização dessa atividade investigatória foi distribuído aos alunos: lápis, papel, calculadora, fita métrica e o texto apresentado no Quadro 1.

Os alunos foram conduzidos ao ar livre e lhes foi proposto determinar a altura de algum objeto de maior dificuldade. Os alunos realizaram medições da altura de postes, árvores e da torre da igreja. Foram feitas as medições necessárias: altura de um aluno, medida da sombra desse aluno e medida da sombra projetada pelo objeto escolhido.

Na sequência, em sala de aula, a atividade pôde ter continuidade. Foi escrita a proporção, efetuados os cálculos correspondentes à proporção e calculada a altura do objeto escolhido. Assim, com os cálculos e utilizando semelhança de triângulos, razão e proporção, formalizaram o objeto de estudo.

Contexto Histórico: Tales de Mileto

Foram as contribuições matemáticas do grego Tales de Mileto e a viagem realizada por ele ao Egito, no século VI a.C., que marcaram o início do desenvolvimento rigoroso e axiomático da Geometria.

A História da Matemática conta que Tales era filósofo, geômetra, astrônomo, físico, político e comerciante, e acredita-se que tenha nascido no ano 625 a.C, mas não se sabe ao certo em que ano morreu.

Durante essa viagem de Tales ao Egito, ele foi abordado por escribas egípcios (estudiosos da época) para que, em nome do Faraó, calculasse a altura da pirâmide de Quéops, que havia sido construída por volta de 2.650 a.C. Tales não recusou o desafio e utilizou seus conhecimentos geométricos para determinar a altura dessa pirâmide, que hoje sabemos ser de aproximadamente 146 metros.

Para a medição da altura dessa pirâmide, Tales fincou na areia, verticalmente, uma estaca, cujo comprimento ele conhecia, e mediu a sombra projetada. Depois mediu a sombra da pirâmide, e em seguida concluiu que as sombras (da estaca e da pirâmide) e as alturas (da estaca e da pirâmide), quaisquer que fossem seus tamanhos, eram proporcionais. O que Tales provavelmente fez está apresentado na Figura 2, a seguir, que pressupõe o desenvolvimento prático dessa ideia.

Figura 2: Ideia prática de medição da altura da pirâmide apresentada por Tales de Mileto

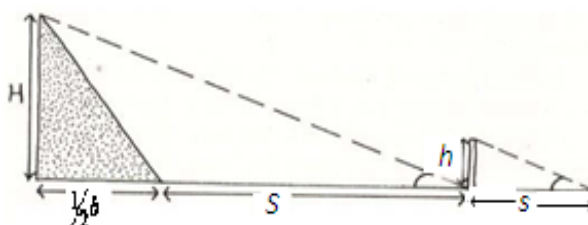


Fonte: Mendes (2009a, p.26)

Um detalhe observado por Tales foi a necessidade de acrescentar à medida da sombra projetada pela pirâmide a metade da medida do comprimento da base, porque a pirâmide era muito extensa e escondia uma parte da sombra da pirâmide.

De acordo com a Figura 2, é possível interpretar essa ideia por meio de um esquema semelhante ao apresentado na Figura 3, a seguir.

Figura 3: Esquema apresentado para a prática de medição da altura da pirâmide apresentada por Tales de Mileto



Fonte: Mendes, 2009a, p.26

Naquele momento, fazendo uso do conhecimento geométrico sobre semelhança dos triângulos, razão e proporção, Tales mostrou que a altura da pirâmide (H) estava para a metade da base da pirâmide ($1/2b$), mais a medida da sombra da pirâmide (S), assim como a altura da vara (h) estava para a medida da sombra da vara (s).

Dessa maneira, Tales conseguiu responder ao desafio que lhe havia sido proposto pelo Faraó, ou seja, determinou a altura da pirâmide de Quéops.

Fonte: SANTOS (2012, p. 173).

Durante o desenvolvimento da atividade foi possível observar que o processo de ensino-aprendizagem é ativo, consciente, motivador, significativo, individual, comunicativo, interativo, cooperativo e social. A situação extremamente agressiva entre os alunos foi se modificando. O trabalho em grupo foi sendo bem aceito e com isso o diálogo e o respeito para com o outro, passando a considerar o colega como um parceiro para a realização das atividades. E a História da Matemática se inseriu no contexto dos alunos motivando e desencadeando o processo de ensino-aprendizagem do Teorema de Tales.

Esse resultado foi um ganho importante, levando-se em consideração as conturbadas relações entre os participantes antes do desenvolvimento dessas atividades. Em sala de aula, os diálogos entre os alunos foi algo surpreendente, principalmente quanto às medições, que se constituem a parte empírica herdada dos egípcios, assim como a Matemática intuitiva. Os cálculos e uso dos resultados (semelhança de triângulos, proporções e razão) estabeleceram a parte dedutiva e abstrata dos gregos.

6. Considerações

Durante as atividades mencionadas, os alunos interagiram, trocaram ideias, cooperando entre si, na busca de soluções para as questões apresentadas. Percebemos também que, inseridas informações históricas, eles se mostraram mais interessados e

motivados. À medida que se envolviam com as atividades, iam se tornando questionadores, adquirindo, gradativamente, certa autonomia nas aulas de Matemática.

Essas atitudes confirmaram ser a escolha da investigação uma estratégia de ação para a construção de conceitos matemáticos e para o desenvolvimento de habilidades no processo de ensino-aprendizagem, como um processo construtivo contínuo e interativo (MENDES, 2009a; VIANA, 2002).

Assumindo as considerações sobre atividades investigatórias, percebemos que a componente intuitiva se destacou em comparação com as componentes algorítmica e formal. Pela simplicidade das atividades, a componente algorítmica e a componente formal fundiram-se em uma única etapa: organização e sistematização das ideias intuitivas.

As atividades investigatórias realizadas foram aquelas que o perfil dos alunos possibilitou. Portanto, de acordo com o contexto escolar, atividades investigatórias mais aprofundadas podem e devem ser elaboradas e realizadas.

Além da aprendizagem do Teorema de Tales houve mudança de comportamento dos alunos nas aulas de Matemática. Agressividade verbal e física, falta de respeito, desinteresse, falta de compromisso e falta de confiança em si foram aos poucos se transformando em atitudes favoráveis ao processo de ensino-aprendizagem.

Afirmamos também que a História da Matemática, aliada às atividades investigatórias, despertou nos alunos o interesse em saber a origem dos conteúdos matemáticos, pois eles chegaram a dizer que a história de cada conteúdo devia ser contada antes do estudo e que, quando eles conheciam quem criou e para que criou o assunto, tudo fazia sentido (SCHUBRING, 2002).

7. Referências

BEZERRA, O. M. *Investigação histórica nas aulas de matemática: avaliação de duas experiências*. Natal, UFRN, 2008, 123p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2008.

CAJORI, F. *Uma história da matemática*. Trad. Lázaro Coutinho. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2007.

EVES, H. *Introdução à História da Matemática*. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Unicamp, 2004.

MENDES, I. A. *O uso da história no ensino da matemática: reflexões teóricas e experiências*. Belém: EDUEPA, 2001.

_____. Atividades históricas para o ensino de trigonometria. In: BRITO, A. J. et al. *História da Matemática em atividades didáticas*. Natal: EDUFRN – Editora da UFRN, 2005.

_____. A investigação histórica como agente da cognição matemática na sala de aula. In: MENDES, I. A.; FOSSA, J. A.; VALDÉS, J. E. N. *A história como um agente de cognição na Educação Matemática*. Porto Alegre: Sulina, 2006.

_____. *Investigação Histórica no Ensino da Matemática*. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2009(a).

_____. *Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem*. 2. ed. rev. e aum. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009(b).

SANTOS, M. N. *A História da Matemática como desencadeadora de atividades investigatórias sobre o Teorema de Tales: análise de uma experiência realizada com uma classe do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG)*. Ouro Preto, UFOP, 2012, 180p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2012.

SCHUBRING, G. History of mathematics for trainee teachers. In: FAUVEL, J.; MAANEN, J. V. *History in Mathematics Education: the ICMI Study*. Kluwer Academic Publishers, 2000.

VIANA, M. C. V. *Perfeccionamiento del currículo para la formación de profesores de Matemática en la UFOP*. La Habana, ICCP, 2002, 165p. Tese (Doutorado) – Instituto Central de Ciências Pedagógicas. La Habana, Cuba, 2002.

_____. *O processo de ensino/aprendizagem de Matemática sob diferentes olhares. Departamento de Matemática*. Universidade Federal de Ouro Preto, 2004.

VIGOTSKI, L. S. *Pensamento e linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 1993.