

## ENSINO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS: BASEADO NA TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS E COM AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA

*Chang Kuo Rodrigues*  
USS / UFJF  
*changkuockr@gmail.com*

*Júlio César da Silva*  
USS  
*jcesarop@gmail.com*

*Denise Mansoldo Salazar*  
UFJF  
*dedesal@gmail.com*

*Samantha Chang Rodrigues*  
USS  
*samanthachangr@gmail.com*

### **Resumo:**

O presente trabalho diz respeito a uma proposta didática para o Ensino Médio, usando as funções trigonométricas como objeto matemático do saber, cujo *meio* são as ferramentas tecnológicas. Assim, portanto, a escolha de nossa base teórica é a Teoria das Situações Didáticas, já que concerne ao triângulo didático: aluno, professor e o saber e, também, envolvendo tudo o que ocorre no processo de ensinar e de aprender. Imbuídos do carisma do educador matemático e aliados às transformações frenéticas de nosso tempo, estamos também imersos na tecnologia. Dessa forma, apresentamos um roteiro de atividades didáticas com objetivo de construir conceitos trigonométricos e, em especial, usando como o *meio* o *software* Geogebra.

**Palavras-chave:** Situações Didáticas; GeoGebra; Funções Trigonômétricas.

### **1. Introdução**

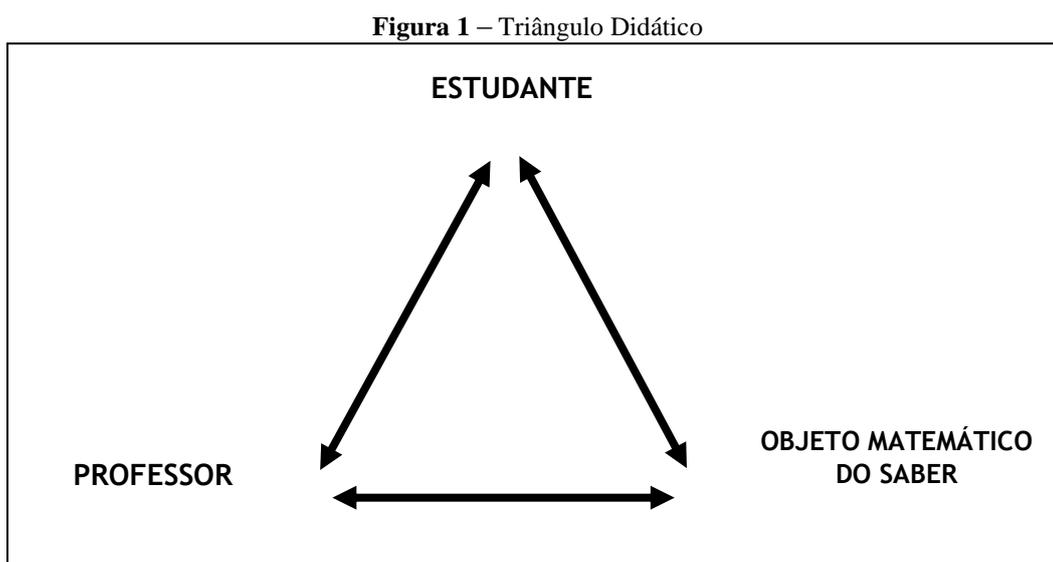
A proposta desse trabalho incide em compartilhar com a comunidade dos educadores matemáticos a experiência em conciliar dois pontos relevantes no contexto escolar: a teoria e prática e ensino convencional e tecnologia. O primeiro diz respeito à necessidade do professor de Matemática “estar em” fase de aprendizado, uma fase inacabada por si mesma, até mesmo porque, com bem disse Paulo Freire, “quem ensina,

aprende”. No segundo ponto, a questão é um tanto emergencial pelo fato de que, na atual sociedade, as práticas pedagógicas ficam impossibilitadas de atuar tal como há, 20 ou 10 ou mesmo 5 anos. As ferramentas tecnológicas vêm ao encontro das ações que efetivamente dizem respeito ao trabalho do professor.

Diante do argumento apresentado, propomos algumas tarefas didáticas, no nível de 2ª série do Ensino Médio, cujo objeto matemático do saber é o estudo das funções trigonométricas. E, para a realização das atividades nos apoiamos na Teoria das Situações Didáticas, de Brousseau e na ferramenta tecnológica, Geogebra. Sendo assim, almejamos que este trabalho possa servir como mais uma alternativa para os professores de Matemática do Ensino Médio que primam por buscar novos horizontes nesse processo, ora simples ora complexo, de ensinar ao encontro do aprender.

## 2. Teoria das Situações Didáticas e o Professor de Matemática

Guy Brousseau estudou as condições nas quais são construídos os conhecimentos, assim, o controle dessas condições permitiria facilitar e aperfeiçoar os processos do ensino e da aprendizagem (GÁLVEZ, 1996). Suas pesquisas culminaram no desenvolvimento de um estudo denominado Teoria das Situações Didáticas, que aborda as relações que ocorrem em sala de aula entre o professor, o estudante, e o saber, representados no diagrama da Figura 1, em uma situação de aula de Matemática.



Fonte: BROUSSEAU, 1996, Adaptada

Usualmente, a visão de Matemática predominante no currículo escolar é a mesma percepção que possui a sociedade do que vem a ser Matemática. Muitas vezes, ela é vista de forma equivocada, como uma ciência afastada da realidade, de difícil compreensão e, principalmente, causadora de altos índices de reprovação. O que não é diferente, quando o tema em questão trata do ensino de Trigonometria.

Seguindo essa abordagem, propomos algumas atividades voltadas para o ensino das funções trigonométricas, até mesmo porque, nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio, encontramos a seguinte recomendação:

[...]. As funções trigonométricas devem ser entendidas como extensões das razões trigonométricas então definidas para ângulos com medida entre  $0^\circ$  e  $180^\circ$ . Os alunos devem ter a oportunidade de traçar gráficos referentes às funções trigonométricas, aqui se entendendo que, quando se escreve  $f(x) = \text{seno}(x)$ , usualmente a variável  $x$  corresponde à medida de arco de círculo tomada em radianos. As funções trigonométricas seno e cosseno, também, devem ser associadas aos fenômenos que apresentam comportamento periódico (BRASIL, 2006, p.74).

Diante desse cenário, durante as atividades desenvolvidas para aplicação em sala de aula, Brousseau (2008) leva em consideração a finalidade de cada situação didática que, possivelmente, irá surgir, e as classifica em quatro tipos diferentes:

- Situação de Ação: É caracterizada por ações mais imediatas; normalmente, o estudante chega ao resultado por meio de experimentações ou com auxílio da intuição. Por enquanto, ele ainda não consegue explicar os meios que o levaram ao resultado;
- Situação de Formulação: Neste estágio, o aluno já trabalha as informações de forma mais elaborada, já se utiliza de algum embasamento teórico que o conduzirá à solução do problema;
- Situação de Validação: É aquela na qual o aluno age com racionalidade, e é capaz de demonstrar, por meio de teorias e argumentos sólidos, a veracidade de sua resposta;
- Situação de Institucionalização: Ocorre quando o aluno tenta dar ao conhecimento um caráter universal, generalizando e encontrando aplicações diferentes para a teoria que acabou de demonstrar, ou seja, encontrando utilidade para determinado conhecimento, além da mera resolução da atividade;

Valendo-se desses pressupostos teóricos, disponibilizaremos as nossas ações em consonância com as ferramentas tecnológicas, em particular, com o *software* Geogebra.

### 3. Uso do GeoGebra

O *software* GeoGebra foi criado por Markus Hohenwarter, é um *software* gratuito de Matemática dinâmica desenvolvido para o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, sendo utilizado do ensino básico ao ensino superior (HOHENWARTER, 2004).

O *software* GeoGebra reúne muitos recursos que podem ser utilizados em diversas áreas da Matemática, como por exemplo, Geometria, Álgebra, Probabilidade, Estatística, Cálculo, dentre outras. Além dos aspectos didáticos, o GeoGebra é uma excelente ferramenta para criar se ilustrações para serem usadas no *Microsoft Word*, no *Open Office* ou no *LaTeX*. Escrito em JAVA e disponível em português, o GeoGebra é multiplataforma e, portanto, ele pode ser instalado em computadores com *Windows*, *Linux* ou *MacOS* (HOHENWARTER; JONES, 2007).

O GeoGebra está, rapidamente, aumentando a sua popularidade do desenvolvimento de soluções que auxiliem no processo de ensino e de aprendizagem de Matemática em todo o mundo. Atualmente, o GeoGebra é traduzido para 58 idiomas, utilizado em 190 países e seu *download* é realizado por aproximadamente 300.000 usuários por mês. Esta utilização crescente obrigou o estabelecimento do Internacional GeoGebra Institute (GII), que serve como uma organização virtual para apoiar o uso do GeoGebra em iniciativas locais e criação de outros institutos (NASCIMENTO, 2012).

### 4. Descrição da Proposta

Esse minicurso pretende apresentar uma proposta prática para professores do Ensino Médio ou futuros professores, de modo que seja interessante a abordagem do estudo das ideias que geram o conceito de funções trigonométricas a partir do plano cartesiano e, para que isso ocorra, a proposta incide no reconhecimento da natureza cíclica dessas funções, no sentido de estender para outras particularidades desse tema.

A primeira etapa estará focada na construção do gráfico do senóide (ou cossenóide) no plano cartesiano, usando os comandos do GeoGebra. A seguir, as orientações dessa 1ª etapa e das demais etapas que seguem.

1ª Etapa) Construção de gráficos de algumas funções utilizando o GeoGebra e, a partir de suas observações, responder as questões que seguem. Para realização das tarefas com
--

GeoGebra será realizada uma breve explanação sobre as principais funcionalidades deste *software* para tal propósito.

Para melhor encaminhamento da atividade, construa a função  $f$  e outra (por exemplo, a  $g$ ) **na mesma tela**, observe e faça suas considerações, e siga assim, sempre a função  $f$  e uma das outras.

$$f(x) = \text{sen}x$$

$$g(x) = \text{sen}\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$h(x) = \text{sen}(2x)$$

$$m(x) = -2 + \text{sen}x$$

$$p(x) = 2 \cdot \text{sen}x$$

Para cada uma dessas funções apresente o domínio, o conjunto imagem, a amplitude e o período:

Função	Domínio	Conjunto imagem	Amplitude	Período
$f$				
$g$				
$h$				
$m$				
$p$				

Para responder as questões que seguem tome como ponto de partida (ou seja, para comparação) o gráfico da função  $f(x) = \text{sen}x$ , e observe o gráfico das funções  $g$ ,  $h$ ,  $m$  e  $p$ .

2ª Etapa) Observando a tabela, é possível detectar que dentre as funções  $g$ ,  $h$ ,  $m$  e  $p$  temos caso(s) de mudanças no conjunto imagem, na amplitude e/ou no período em relação à função  $f(x) = \text{sen}x$ . Faça um relatório sobre as mudanças de comportamento nos gráficos das funções  $g$ ,  $h$ ,  $m$  e  $p$  destacando as mudanças das leis dessas funções em relação à lei da função  $f$ .

3ª Etapa) Considerando as observações feitas no item 1 e a função  $f(x) = \text{sen}x$ , apresente a lei da função  $t$  sabendo que seu gráfico da função é uma curva que está deslocada verticalmente 3 unidades para cima em relação ao gráfico da função  $f$ , possui domínio  $\mathfrak{R}$ , amplitude 1 e período  $\frac{\pi}{2}$ .

4ª Etapa) Faça agora na tela o gráfico das funções  $f(x) = \text{sen}x$  e  $g(x) = 3 \cdot \text{sen}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$  e observe o comportamento de função  $g$  em relação ao gráfico de  $f$ . Relate suas observações.

Essas etapas da atividade contemplam as situações propostas por Brousseau: de *ação*, de *formulação*, de *validação* e, por fim, de *institucionalização*.

## 5. Considerações Finais

O ensino e a aprendizagem de Matemática tem sido foco de muitas pesquisas na Educação Matemática e, muitas vezes, por pesquisadores que são essencialmente professores de Matemática da Educação Básica. Nessa direção, a apresentação desta proposta de minicurso visa a partilhar a importância de permitir que os estudantes venham a descobrir os resultados, fomentando, deste modo, um ensino por descoberta. Ademais, desenvolver a autonomia dos alunos bem como as competências de resolução de problemas, itens exaustivamente recomendados pelas Orientações Curriculares para o Ensino Médio.

O ensino centrado no aluno parte do princípio de que o conhecimento não é algo “pronto e acabado”, muito pelo contrário, é construído de tal modo que o aprendiz se aproprie do saber com significado. Além disso, essa concepção de ensino favorece a dinâmica da sala de aula, rompendo, assim, com as aulas clássicas, em que os recursos didáticos restringem-se a lousa e giz mais a fala do professor.

De fato, podemos fazer diferença como educadores matemáticos por acreditarmos que a Educação ainda é a melhor alternativa de mudança no futuro em prol de uma sociedade mais justa.

## Referências

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Básica, **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza: matemática e suas tecnologias**. v. 2. Brasília: MEC, 2006, p.67-98.

BRITO, A.J. História das técnicas de localização no globo terrestre e suas relações com a geometria. VI Seminário Nacional de História da Matemática. *Anais...* Brasília, 2005.

BROUSSEAU, G. Os diferentes papéis do professor. In: SAIZ, C.P.I. (org.) **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas**. Trad. Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996, p. 48-72.

\_\_\_\_\_. **Introdução à teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.

GALVÉZ, G. A didática da matemática. In PARRA, C.; SAIZ, I. (Orgs). **Didática da Matemática: Reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996, p. 27-35.

HOHENWARTER, M., **Bidirectional dynamic geometry and algebra with GeoGebra**. Proceedings of the German Society of Mathematics Education's annual conference on Mathematics Teaching and Technology. Soest, Germany, 2004.

HOHENWARTER, M.; JONES, K. **Ways of linking geometry and algebra**: the case of GeoGebra. In D. Küchemann (Ed.). Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 2007, 27(3), 126-131.

NASCIMENTO, E. G. A. **Avaliação do Uso do Software GeoGebra no Ensino de Geometria**: Reflexão da Prática na Escola. Conferencia Latinoamericana de GeoGebra, Uruguay, 2012, p. 125 - 132.