EXPLORANDO A GEOMETRIA FRACTAL NA SALA DE AULA

Karla Aparecida Lovis
Universidade Estadual de Maringá
karlalovis@hotmail.com

Evelyn Rosana Cardoso
Universidade Estadual de Maringá
prof_evelyn@hotmail.com

Mariana Moran Barroso
Universidade Estadual do Paraná – Campo Mourão
marianamoranbar@hotmail.com

Resumo:
O objetivo deste minicurso é apresentar possibilidades de aplicações da Geometria Fractal que possam ser aplicadas para alunos da Educação Básica. Durante o minicurso serão exploradas questões teóricas referentes aos Fractais bem como a construção do Floco de Neve de Koch e dois cartões Fractais. Acreditamos que o minicurso oferecerá subsídios para que professores e alunos conheçam um pouco mais sobre as Geometrias não-Euclidianas com ênfase na Geometria Fractal. Durante o minicurso faremos uso de materiais manipuláveis, se serão disponibilizados pelas autoras, para construirmos os modelos descritos.

Palavras-chave: Geometria Fractal; Geometrias não-Euclidianas; Educação Básica.

1. Introdução

As Geometrias, em geral, oferecem ao professor e ao educando diferentes formas de pensar, de compreender, descrever e interagir com o espaço no qual vivemos. Lorenzato (1993) expõe que não basta conhecer bem a Aritmética ou Álgebra para conseguirmos resolver problemas de Geometria Euclidiana, por exemplo, é preciso desenvolver diferentes maneirar de raciocinar, de explorar e descobrir.

As Diretrizes Curriculares da Educação Básica de Matemática – DCE – do Estado do Paraná trazem como conteúdo estruturante noções de Geometrias não-Euclidianas, que devem ser ensinadas no Ensino Fundamental e Ensino Médio. O texto da DCE expõe que no Ensino Fundamental o aluno deve ser capaz de compreender: Geometria Projetiva (pontos de fuga e linhas do horizonte), Geometria Topológica (conceitos de interior, exterior, fronteira, vizinhança, conexidade, curvas e conjuntos abertos e fechados) e noção de Geometria dos Fractais (PARANÁ, 2008).

No Ensino Médio deve-se aprofundar o estudo das noções de Geometrias Não-Euclidianas ao abordar a Geometria dos Fractais; a Geometria Hiperbólica; e a Geometria Elíptica. Com relação a Geometria Fractal as Diretrizes recomendam: “na geometria dos fractais pode-se explorar: o floco de neve e a curva de Koch; triângulo e tapete de Sierpinski” (PARANÁ, 2008, p. 27). De acordo com as DCE, o aluno deve refletir e observar o senso estético presente nessas entidades geométricas.

Pretendemos com este minicurso proporcionar aos professores e futuros professores de Matemática possibilidades de exploração da Geometria Fractal na sala de aula. Acreditamos que a Geometria Fractal possibilita o estudo e a visualização de formas da natureza de uma maneira diferenciada, a percepção e a existência do belo e do senso estético na Matemática, além da sensação de surpresa diante da ordem na desordem. Para Santaló (2006), nas últimas décadas, a Geometria Fractal tem,

> [...] despertado muito interesse pelo seu amplo espectro de aplicações, desde as artes plásticas até a física, a biologia e a astronomia, e que tem muitos vínculos com a computação e, também, com as teorias ‘caóticas’ que estão se desenvolvendo conjuntamente a partir da física e da filosofia (SANTALÓ, 2006, p. 22).

O matemático Benoit Mandelbrot foi quem apresentou a primeira definição de Fractal. No início dos anos 80, Mandelbrot nomeou os Fractais para classificar certos objetos que não possuíam necessariamente dimensão inteira, podendo ter dimensão fracionária. Mandelbrot baseou-se no latim, cujo verbo *frangere* significa criar fragmentos irregulares e fragmentar.

Barbosa (2002) expõe que a Geometria Fractal procura explicar o traçado de formas irregulares, fragmentadas, de saliências e depressões. Para o autor, os Fractais possuem formas geométricas que “constituem uma imagem de si, própria em cada uma de suas partes. Segue que suas partes lhe são semelhantes; propriedade conhecida como auto-similaridade” (Barbosa, 2002, p. 9).

2. Características dos Fractais

As principais características dos Fractais são a auto-semelhança, a dimensão fracionária e complexidade infinita.

Os fractais são auto-semelhantes porque o conjunto total é constituído por pequenas réplicas do mesmo conjunto. Qualquer que seja a ampliação considerada, obteremos sucessivas cópias do objeto inicial. No entanto, qualquer que seja o número de ampliações de um determinado objeto Fractal, nunca obteremos a "imagem final", uma vez que ela poderá continuar a ser infinitamente ampliada. Na figura 1 temos um modelo de Fractal: o triângulo de Sierpinski. Neste modelo percebemos que o segundo triângulo é auto-semelhante ao terceiro triângulo.

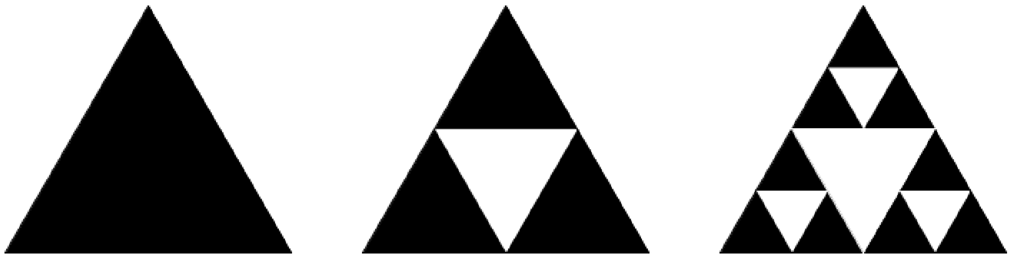

Figura 1: Níveis do Triângulo de Sierpinki
Fonte: Autoras

A dimensão de um Fractal, ao contrário do que acontece na Geometria Euclidiana, não é necessariamente um número inteiro; ela pode ser um número fracionário. Para exemplificar a dimensão fractal vamos analisar a dimensão de um cubo, de um quadrado e de um segmento de reta que tem respectivamente dimensões 3, 2 e 1 e possuem propriedade de auto-similariedade. As três imagens a seguir podem ser repartidas em objetos auto-similares:

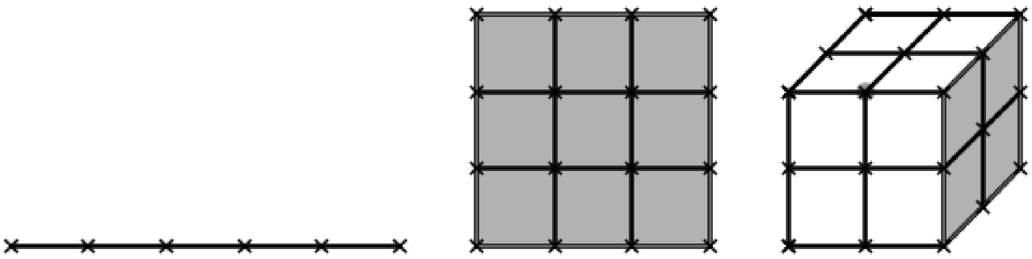

Figura 2 – Dimensões em inteiros
Fonte: Autoras

Na figura 2 observamos as seguintes divisões: um segmento de reta dividido em 5 partes; um quadrado dividido em 9 quadrados congruentes, repartindo o lado em 3 partes; um cubo dividido em 8 cubos menores, dividindo cada aresta em 2 partes. Cada peça menor é auto-similar ao todo, portanto, para que cada peça fique igual ao todo devemos ampliá-la por um fator de aumento igual a respectivamente a 5, 9 e 8. Em geral, o número n de peças é dado por $n = m^D$, na qual m é o fator de aumento e D é a dimensão.

Com relação a complexidade infinita, temos que o processo gerador dos Fractais é recursivo, tendo um número infinito de iterações. Também podemos ampliar quantas vezes desejarmos sem nunca obtermos a imagem final. Essas três principais características dos Fractais serão exploradas com mais profundidade no decorrer do minicurso.

3. Modelos de Fractais na Matemática

Neste item apresentaremos os Fractais que serão explorados no decorrer do minicurso. Um dos Fractais será o Floco de Neve de Koch. O floco de neve de Koch foi desenvolvido pelo matemático Helge Von Koch. Na figura 3 temos alguns níveis do Floco de Neve de Koch.

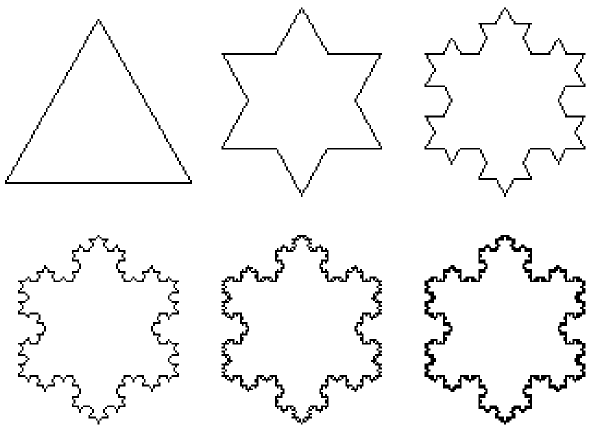

Figura 3 – Níveis do Floco de Neve de Koch
Fonte: Autoras

O floco de neve de Koch é um Fractal obtido por meio de um triângulo equilátero. Cada lado do triângulo é dividido em três partes iguais e a do meio é substituída por um triângulo equilátero sem um dos lados. Ao estudarmos o Floco de Neve de Koch perceberemos que ele tem um perímetro infinito e uma área finita. Durante o minicurso construiremos este modelo de Fractal com papel dobradura.

Por fim, construiremos dois cartões nos quais serão abordados conceitos da Geometria Fractal. Esta atividade será realizada com dobraduras e cortes. Com os cartões Fractais iremos explorar padrões, conceitos de medidas, áreas, perímetro e auto-semelhança. Os exemplos de cartões estão na figura 4.

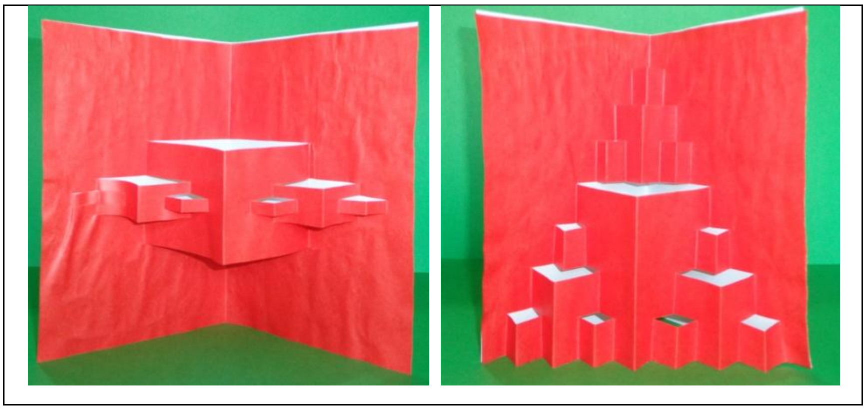

Figura 4 – Modelos de cartão Fractal
Fonte: Autoras

Os materiais para a confecção dos modelos de Fractais serão disponibilizados aos cursistas pelas autoras.

4. Considerações Finais

Conforme visto anteriormente, o trabalho com noções de Geometria dos Fractais está contemplado nas Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná. Deste modo, acreditamos que existem necessidades em trabalhar com este conteúdo, pois os participantes têm oportunidades de conhecer metodologias diferenciadas para ensinar parte das Geometrias não Euclidianas. Além disso, o trabalho teórico também será abordado oferecendo assim subsídios para que, além da exploração de materiais manipuláveis, seja feito um trabalho teórico paralelamente às construções.

5. Referências

BARBOSA, Ruy Madsen. **Descobrindo a Geometria Fractal para a sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica.** Curitiba, 2008.

LORENZATO, Sergio. **Por que não ensinar Geometria?** A Educação Matemática em Revista, São Paulo, v. 4, n. 4, p. 3-13, 1995.

SANTALÓ, Luis A. Matemática para não-matemáticos. In: SAIZ, Irma; PARRA, Cecilia (Org.). **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas**. Tradução: Juan Acuna Llorens. Porto Alegre: Artes Médicas, 2006.