

NOVAS PRÁTICAS INVESTIGATIVAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Aline Silva De Bona

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS) - Campus Porto

Alegre

aline.bona@poa.ifrs.edu.br

Leandra Borba Leal

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS) - Campus Porto

Alegre

leandraborba@hotmail.com

Resumo:

O trabalho é uma pesquisa bibliográfica articulada com práticas realizadas em pesquisas acadêmicas na área da Educação Matemática que versam sobre a ação de investigar nas aulas de Matemática por meio de problemas, com ou sem o uso das tecnologias digitais. O objetivo deste artigo é discutir algumas conceituações necessárias para se constituir uma prática investigativa nas aulas de Matemática, e refletir sobre que ações os docentes e estudantes precisam para que estas práticas sejam caracterizadas como novas no contexto da cultura digital, com a finalidade de mobilizar os estudantes a aprender Matemática. O suporte teórico deste trabalho está nos estudos de Ponte, D'Ambrosio, Piaget, Papert. O resultado parcial desta pesquisa é essencialmente a necessidade apontada pelos estudantes de que as aulas de Matemática são produtivas quando baseadas nas suas ações, e suas ações ocorrem nas interações entre estes e com o professor na curiosidade de resolver problemas de investigação.

Palavras-chave: Interação; Sala de Aula; Problemas; Práticas Investigativas; Tecnologias.

1. Introdução

Atualmente é comum se escutar os professores da Escola Básica dizerem que os estudantes não participam das aulas de Matemática, e que apenas realizam as atividades se valer nota, segundo Bona (2010). Além disso, há muitas pesquisas (como exemplo: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP) que apontam o baixo desempenho dos estudantes em avaliações de Matemática, assim, indiretamente, tornando evidente a necessidade de se estudar meios e formas de tornar a sala de aula um espaço efetivo de aprendizagem aos olhos dos estudantes e possível aos professores, sem fórmulas mágicas, mas com ideias que articulem a teoria e a prática de ambos os agentes.

Um exemplo: a 'teoria' de um estudante, de Escola Pública de Osório, com 9 anos, no atual 6º ano do Ensino Fundamental, que diz no início das aulas, em 2011, para a professora de Matemática: "*Preciso aprender a multiplicar com vírgulas para daí calcular*

juros para ganhar dinheiro na vida", requer da professora um diálogo com seus estudantes para entender seu contexto, e assim criar sua 'prática' que contempla a adequação dos problemas a serem explorados em sala de aula para desenvolver os conceitos de Matemática necessários para o ano escolar e que supra a curiosidade dos estudantes. Articulada com esta 'prática' docente estão todos os estudos e reflexões sobre a Educação Matemática, sejam específicos de Matemática ou de Educação; e na 'teoria' do estudante está presente sua prática, ou seja, sua vivência, pois seus pais são comerciantes na cidade.

Nesse sentido, a professora cria diversos problemas baseados em recortes de jornal para os estudantes desta turma resolverem, mas nada conceitua sobre a operação de multiplicação sobre os números decimais, e os estudantes exploram entre si as possibilidades de resolver, trocam ideias e resolvem o problema, no entanto quando terminaram de resolver e explicaram cada passo a professora esta questiona: Quem sabe verificarem a resposta na calculadora? E este estudante curioso do primeiro dia de aula diz: "*Sora, posso testar, mas sabemos que está correto. E ela é importante para uma lista de compras grandes e de produtos diferentes, entende? Daí se ganha tempo.*"; outro estudante complementou a resposta do colega: "*Isso, pois agora entendemos a lógica de como fazer a lista de compras para resolver este problema, mas a calculadora sozinha não ia acertar, mas vai ajudar em tempo muito como sempre diz meu pai*".

Com este exemplo verifica-se que os estudantes se envolvem com problemas em seu contexto e que estes podem explorar de diversas maneiras, então a ideia de problema de investigação surge como uma forma de mobilizar os estudantes a aprender a aprender Matemática, e os recursos, como calculadora, e outras tecnologias, são meios articulados a esta forma de compor uma aula investigativa. No entanto, para ser uma prática investigativa, o professor precisaria adotar a concepção dialogada do processo de ensino-aprendizagem com os estudantes, ou seja, toda a sua ação deve estar baseada na interação com os estudantes baseada na pergunta, do tipo: "*Como resolveu este problema? Por quê?*".

Busca-se na literatura o que se entende por investigação na sala de aula, como: Ponte (2003); Ponte, Broncardo, Oliveira (1996), Piaget (1973, 1998), D'Ambrosio (1996), Papert (1994), e em diversas pesquisas na área da Educação Matemática, por exemplo: Basso (2003), Mattos (2010), Morais (2010), Lessa (2011), Bona (2010), Bona (2012), Hoffmann (2006), e verifica-se a necessidade de se definir conceitos essenciais a uma prática investigativa de sala de aula de Matemática.

Nesse sentido, o artigo é uma pesquisa bibliográfica articulada com práticas realizadas em pesquisa acadêmicas na área da Educação Matemática que contemplam a ação de investigar nas aulas de Matemática por meio de problemas, pois estes despertam a curiosidade dos estudantes, segundo Pólya (1978) e Bona, Basso, e Fagundes (2012), com ou sem o uso das tecnologias digitais, para Bona (2010), porém verifica-se uma apropriação crescente das tecnologias digitais *online* nos últimos tempos devido a cultura digital dos estudantes, segundo Bona, Moraes, Basso, Fagundes (2012).

Assim, o objetivo do artigo é discutir algumas conceituações necessárias para se construir uma prática investigativa nas aulas de Matemática, e refletir sobre que ações os docentes e estudantes precisam para que essas práticas sejam caracterizadas como novas no contexto da cultura digital, com a finalidade de mobilizar os estudantes a aprender Matemática.

Escolhe-se duas pesquisa-ação: a primeira trata de Portfólios de Matemática, de Bona (2010), e outra sobre Espaços de Aprendizagem Digital da Matemática, de Bona (2012), para fazer a articulação dos conceitos pesquisados para a composição de uma prática investigativa as práticas docentes desenvolvidas com os estudantes e analisa-se os apontamentos dos estudantes no que tange aos elementos necessários para uma aula de Matemática, como o que lhes despertam curiosidade.

Estas duas pesquisas foram selecionadas para esta primeira fase da pesquisa bibliográfica devido à valorização da ação dos estudantes em sala de aula, seja ela presencial ou *online*; ao tipo de atividade proposta pela professora e explorado pelos estudantes, como problemas abertos e de livre curiosidade; à relação que os estudantes estabelecem entre si para resolver os problemas, e também com a professora-pesquisadora; assim como a presença da ação de busca pela informação e troca de interações para se revolver um problema de Matemática.

O artigo está organizado em 6 seções: 1. Introdução, que aponta a motivação/justificativa desta pesquisa bibliográfica assim como seu objetivo articulado a outras duas pesquisas acadêmicas na área da Educação Matemática, 2. A Ação de Investigar nas Aulas de Matemática através de Problemas: conceituação; 3. Novas Práticas de Investigação nas Aulas de Matemática: exemplos práticos; 4. Resultados Parciais da Pesquisa; 5. Agradecimentos e 6. Referências.

2. A Ação de Investigar nas Aulas de Matemática através de Problemas : conceituação

Todo aprendizado em sala de aula começa pela interação entre os estudantes e o professor com os estudantes, conforme Freire (1996) e Piaget (1998), desta ação se dão as mais diferentes formas de comunicação/diálogo que criam as relações entre os presentes na sala de aula de Matemática. Destaca-se que esta sala de aula não é somente um espaço físico, mas também um ambiente *online*, ou seja, pode também ser uma sala de aula *online*, sustentado por uma concepção pedagógica, segundo Papert (1994); Peters (1999); Bona (2012).

A sala de aula de Matemática pode ser diferentes locais, desde o espaço físico da sala de aula, ou da biblioteca, ou do pátio da escola, assim como um ambiente virtual como um *blog* coletivo, ou uma turma no *Moodle* ou um grupo na rede social *Facebook*, como descreve Bona (2012). No contexto atual, os estudantes da Escola Básica estão inseridos em um processo crescente de apropriação das tecnologias digitais, e particularmente as disponíveis *online*, como exemplo: o intenso uso dos *tablets* conectados à internet ou *ipad* que são usados pelos estudantes tanto para informação como para a comunicação. Assim, a cultura digital está presente na escola, mais especificamente na sala de aula de Matemática.

O cenário é propício a ações de investigação, e estas ações devem estar presentes na sala de aula de Matemática, de acordo com Bona (2010). Por que uma investigação surge da necessidade e/ou da curiosidade, e esta possibilita o processo de aprendizagem, segundo Piaget (1998). E, conforme Papert (1994), a resolução de atividades investigativas no computador proporciona ao estudante a criação de um micro-mundo, onde neste espaço a aprendizagem respeita a exploração e limites de cada estudante, e se atividade tiver abertura para a criação de conjecturas o estudante irá se sentir encantado pela curiosidade de resolver os problemas básicos e os que irá criar ao seu redor.

Independentemente do tipo de sala de aula, presencial ou *online*¹, cabe ao professor um planejamento que contemple a ação de investigar em suas aulas. De acordo com Ponte (2003) investigar é procurar compreender, procurar soluções para os problemas que nos deparamos, e trata-se de uma capacidade importante para todos os cidadãos, logo deve ser trabalhada na escola, tanto com o estudante quanto com o trabalho docente. Para este autor,

¹ Sala de Aula online é todo o ambiente virtual mediado por uma concepção pedagógica, que seja possível de ser um espaço de aprendizagem digital, como descreve Bona (2012).

a ação de investigar proporciona ao estudante descobrir relações procurando sempre justificá-las e comprovar as hipóteses supostas nas relações.

A ação de investigar deve estar presente, primeiramente, na atividade planejada para a sala de aula, e esta pode ser de diversos tipos, como exemplos: desafios compostos por questões abertas, projetos com perguntas a serem respondidas, situações-problemas. A atividade investigativa não é uma tarefa, pois esta é afirmativa e definitiva, enquanto que a atividade é ampla e contempla muitas ações, onde o estudante pode agir de forma autônoma, seja com o professor ou com os demais colegas, investigar, incrementar e compreender, e não somente fazer a tarefa sozinho, ou apenas com o professor, segundo Ponte (1995).

A atividade de investigação mais explorada pelos professores nas aulas de Matemática são as situações-problemas, desde os mais afirmativos e direcionados exercícios até os problemas propriamente. Desta forma, o professor pode tornar o problema, que usualmente usa em sala de aula como atividade, em uma atividade de investigação. Basta que este professor contemple a ação do estudante.

O elemento fundamental para um problema ser uma atividade de investigação é permitir a participação do estudante. Ou seja, o despertar da sua curiosidade, seja pela sua escolha de um problema que escolheu do livro didático ou achou na internet e trouxe para a aula; ou a formulação do problema estar baseada em questões abertas que permitam a exploração do estudante até o surgimento de novas questões.

Essas atividades podem valer-se do recurso das tecnologias digitais ou não, segundo Bona (2010; 2012), e, ainda, o uso desse recurso pode ser articulado a resolução de um problema com dados muito numerosos, por exemplo, despertando a relação da vida cotidiana/profissional com o aprendizado de sala de aula/da escola.

De acordo com Pólya (1978), explorar problemas nas aulas de Matemática, é mais que uma atividade, é um método de trabalho, e o processo de resolução de um problema é composto de quatro etapas: compreensão do problema; construção de uma estratégia de resolução; execução da estratégia e revisão da solução. Todas essas etapas são compostas de ações investigativas, sejam problemas resolvidos individualmente ou em grupo.

Conforme Ponte (2003), Piaget (1973), Bona (2012), Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), toda a atividade de investigação contribui para a construção dos conceitos de Matemática (do conhecimento). Contribui porque possibilita o estudante a intuir, conjecturar, experimentar, provar, avaliar, e apresentar os resultados encontrados e ideias.

Nessas ações dos estudantes reforça-se atitudes de autonomia (Freire, 1996), cooperação, pelo trabalho coletivo (em grupo, na maioria da vezes), e capacidade de comunicação oral e escrita. Através da forma de trabalho docente que pretende primeiramente que os estudantes anotem suas resoluções em aula, depois complementem com pesquisas e estudos em casa, e com uma apresentação objetiva de cada grupo de estudantes sobre suas conclusões e considerações sobre a atividade investigativa.

Essa troca de ideias entre os grupos de estudantes é fundamental para a abertura de novas resoluções, caminhos e possibilidade de se resolver a atividade, além do espaço propício para a tomada de consciência do estudante sobre seu processo de aprendizagem de Matemática, seja pelas explicações feitas pelos colegas, pela forma de escrever ou até pelas ferramentas da Matemática usadas para resolver a atividade. Assim, as atividades de investigações Matemáticas contemplam "conceitos, procedimentos e representações Matemáticas", mas o que as caracteriza é a lógica de "conjectura, teste e demonstração", segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p. 10).

Outros estudiosos, como Castro (2004), Frota (2004), Oliveira (1998), Brocardo (2001), e Varandas (2000), apontam em seus trabalhos que as aulas investigativas proporcionam um desafio ou até um novo rumo para professores e estudantes, tanto no ensino quanto na aprendizagem.

Dessa forma, a dinâmica de uma aula investigativa demanda novas posturas e novos olhares sobre a aula de Matemática. Essa dinâmica é necessária e urgente para possibilitar uma transformação na prática docente sob a aula de Matemática, como aponta Willingham (2011), já que os estudantes estão passando a não gostar da escola devido a interação não dinâmica entre todos - professores, colegas e demais educadores.

Assim, a ação de investigar nas aulas de Matemática através de problemas requer a compreensão do conceito de atividade de investigação no contexto, digital ou não, dos estudantes e da fundamental necessidade de que toda a aula deve primar pela ação do estudante, despertada pela curiosidade de resolver um problema, seja individual ou em grupo, com o professor ou com os colegas, pois é na ação do estudante que se dá o processo de aprendizagem dos conceitos de Matemática.

3. Novas Práticas de Investigação nas Aulas de Matemática: exemplos práticos

Ao estudar e pesquisar em pesquisas acadêmicas, como apontado na introdução deste artigo, atividades de investigação presentes na sala de aula de Matemática despertam uma curiosidade extra aos pesquisadores: O que os professores que exploram atividades investigativas pensam sobre suas atividades?

A questão foi feita, oralmente e depois as respostas foram transcritas com autorização, para 20 professores de Matemática da Escola Básica (11 de Osório e 9 de Porto Alegre), todos da Escola Pública Estadual², de escolha aleatória, e as respostas de forma geral foram:

- ♣ *"...usa-se problemas que explorem os conceitos de matemática mas que sejam relacionados com a vida do aluno de acordo com sua séries...";*
- ♣ *"...investigar é permitir o aluno resolver livremente em grupo, discutindo suas ideias, e depois explicando para a professora, ...daí eles repensam....";*
- ♣ *"Uso problemas na sala porque este fazem os alunos participarem das aulas e também consigo ver as dúvidas conceituais básicas que não sabem....";*
- ♣ *"A melhor forma de usar o laboratório de informática é fazer parte da resolução do problema na sala de aula e a outra de testagem no computador, onde troco as duplas da sala para o laboratório. Os alunos se divertem e aprendem...";*
- ♣ *"...desde que comecei a trabalhar com problemas abertos os alunos fazem perguntas, trocamos ideias, e as vezes até resolvem de forma diferente da minha, dai me renovo....";*
- ♣ *"Tive de aprender a usar vários recursos na internet para resolver os problemas que eu mesma inventei..por exemplo, trabalhei um problema que precisava de uma pesquisa de preço e eu pedi recortes de encartes de mercado para os alunos e a maioria perguntou porque se tudo tem na internet e bem mais atualizado com quantidade também....";*
- ♣ *"Não gostava de usar problemas na aula, pois fica uma bagunça a sala de aula, porém com o tempo aprendi que naquela bagunça eles estavam aprendendo ...";*
- ♣ *"Aprendi a usar os problemas de uma colega e gostei muito, dai descobri porque os alunos gostavam da aula dela....pela participação e possibilidade de criar, inventar....trocar ideias com colegas...."*

² A opção por Escolas Públicas Estaduais se deve ao fato dos estudantes terem os menores índices de aproveitamento nas avaliações externas em Matemática, segundo o Inep.

As falas acima têm a finalidade de apenas elucidar a importância dos conceitos supracitados na seção 2, e destacar, assim como Fiorentine e Lorezanto (2007), urgência de se pesquisar práticas docentes que possibilitem a ação dos estudantes em sala de aula.

Como citado na seção 1 escolhem-se extratos das práticas docentes expostos em duas pesquisas-investigações: a primeira trata de Portfólios de Matemática, de Bona (2010), e outra sobre Espaços de Aprendizagem Digital da Matemática, de Bona (2012), para fazer a articulação dos conceitos pesquisados para a composição de uma prática investigativa.

Na prática que trabalha com os Portfólios de Matemática estão presentes, essencialmente, os elementos, não necessariamente nesta ordem:

- 1) ação autônoma dos estudantes nas aulas de Matemática;
- 2) valorização da pesquisa tanto na informação quanto na interação entre os estudantes para resolver problemas de Matemática;
- 3) momentos de reflexão, ou seja, espaços de autoavaliação coletiva e individual para a tomada de consciência. Esta tomada de consciência pode ocorrer, por exemplo, quando o estudante percebe que o colega resolveu o mesmo problema, mas de uma forma diferente da sua; além de perceber compreende esta segunda forma de resolver o problema, ambas corretas.
- 4) o diálogo de cada estudante com a professora e com os colegas;
- 5) a apropriação dos recursos que lhe são atrativos para aprender a aprender Matemática, como as tecnologias digitais, ora *online* ora *offline*;
- 6) a necessidade das aulas de Matemática serem dinâmicas, não repetitivas, e com atividades diversificadas, onde é fundamental na própria fala dos estudantes que a professora "*tente primeiro entender o que eles sabem para depois dar errado no problema, e também escutar os alunos para fazer as atividades de aula...*" (BONA, 2010).

Todos os elementos apontados acima, e outros que não serão explorados agora, mas que não prejudicam em nada a compressão da pesquisa, proporcionaram um ótimo desempenho em Matemática com 290 estudantes do atual 8º ano do Ensino Fundamental até o 3º ano do Ensino Médio, da Escola Básica, Pública e Estadual, em 2009. Este desempenho não é apenas em rendimento, avaliação somativa, mas em avaliação formativa, e principalmente com relação à mobilização dos estudantes em aprender a aprender Matemática, inclusive, pois estes estudantes assumem sua responsabilidade sobre o seu processo de aprendizagem.

Uma análise fundamental da pesquisa com os Portfólios de Matemática para uma prática investigativa é a liberdade dos estudantes para expressarem detalhadamente suas impressões/hipóteses/conjecturas/passos de resolução de um problema, com a preocupação de que a professora entenda e também os colegas. Com isso em vista, anotam suas argumentações/justificativas/explicações em cada passo da resolução.

A figura 1 mostra parte da resolução de um problema resolvido por uma estudante, que tinha muita dificuldade na parte algébrica. Observa-se que ela considera que todos seus colegas também não entendem trigonometria pelo mesmo motivo.

The image shows a student's handwritten work on a math problem. On the left, there is a diagram of a triangle with base 'a', height 'h', and side 'b'. The angle at the top is labeled 'T'. Below the diagram, the student has written several equations and steps:

a) $P = a + b + b = 64$
 $(a + 2b = 64)$
 $\cos \alpha = \frac{a/2}{b} = \frac{7}{25}$
 $4b = 25a$
 $b = \frac{25a}{4} = \frac{25a}{4} \cdot \frac{4}{4} = \frac{25a}{4}$
 $a + 2 \cdot \frac{25a}{4} = 64$
 $a + \frac{25a}{2} = 64$
 $\frac{2a + 25a}{2} = 64$
 $27a = 128$
 $a = \frac{128}{27} = \frac{128}{27}$
 $b = \frac{25 \cdot 128}{4 \cdot 27} = \frac{3200}{27}$

b) base x altura
tio Pit:
 $25^2 = R^2 + 7^2$
 $625 - 49 = R^2$
 $R = \sqrt{576} = 24$
 $A = \frac{14 \cdot 24}{2}$
 $A = 168 m^2$

On the right side of the image, there is a purple box with the title "Como eu resolvo?" and two lists of steps:

a)

- observo a figura;
- Somo os catetos;
- Faço regra de três;
- Divido e multiplico;
- Depois simplifico;
- Isolo o cateto;
- Divido e obtenho o resultado do cateto a e depois o do b);

b)

- Faço o tio pit;
- Isolo a hipotenusa e divido onde obtenho o resultado;
- Depois multiplico área x altura e divido por dois.

Figura 1 - Extrato 29 de Bona (2010, p. 247).

Destaca-se que a etapa da interpretação do problema da figura 1, a exploração dos conceitos de geometria plana (perímetro), e os das razões trigonométricas (cosseno), não é complicada para esta estudante, mas a sequência a partir destes é. Tal ação da estudante evidencia que ela compreende estes conceitos de Matemática, mas precisa refletir mais sobre as questões algébricas de manipulação, e por isso valoriza estes problemas e faz questão de trocar estas ideias com os colegas e com a professora, para Bona (2010).

Já a prática do trabalho com o Espaço de Aprendizagem Digital da Matemática aponta todos os elementos do trabalho com os Portfólios de Matemática, e muitos outros que vão além da ideia de prática investigativa através de problemas. Dessa forma, limita-se a esta questão, e tem-se outros elementos, em Bona (2012):

1) a resolução de atividades - problemas de forma coletiva é muito mais "rica" do que a individual, no que tange à troca de diferentes pontos de vista em todas as etapas citadas por Pólya (1978);

2) a responsabilização do estudante sobre seu processo de aprendizagem dos conceitos de Matemática juntamente com seus colegas é tanta que os mesmos selecionam quais problemas e atividades devem ser feitos detalhadamente de forma visível a todos; e

3) a liberdade de ação em sala de aula, presencial e *online*, é crescente, a ponto dos estudantes (a) sugerirem problemas a resolver tanto para os colegas como para a professora (b) trazerem para sala de aula dúvidas de outros conceitos de Matemática, além dos trabalhados no ano letivo em questão, presentes em problemas de outras matérias, (c) pesquisarem problemas e desafios em diferentes instrumentos, como exemplos: provas de vestibular, sites de jogos e desafios, provas de concurso dos pais; e outros.

Toda a liberdade expressa pelos estudantes em sala de aula faz com que o professor esteja em permanente transformação e em pleno diálogo com os estudantes, tanto para compreender como estes aprendem os conceitos de Matemática, como para planejar suas aulas, ou seja, estes são elementos básicos para uma prática investigativa: o professor estar receptivo a aprender com os estudantes, demonstrando que também precisa pesquisar e estudar, e planejar suas aulas a partir das ações dos estudantes em sala de aula.

Nesse sentido, uma análise inicial da pesquisa com os Espaços de Aprendizagem Digital da Matemática para uma prática investigativa é a autonomia e a mobilização do processo de aprender a aprender Matemática dos estudantes ao escolherem outras atividades e problemas de Matemática para serem resolvidos em sala de aula, presencial e/ou *online*, com os colegas e com a professora, em que primam pela resolução coletiva.

Na resolução coletiva, os estudantes detalham cada passo/etapa do problema, mas de forma intercalada de ações entre eles, pois estes resolvem cada passo, na maioria das vezes, num espaço digital *online*, onde todos podem interagir de forma dinâmica e instantânea, com ou sem a presença da professora.

Ainda, Bona (2012), aponta a necessidade de se proporcionar aos estudantes um Espaço de Aprendizagem Digital da Matemática que possibilite a aprendizagem cooperativa através de problemas, essencialmente, resolvidos por necessidade desses estudantes. É apropriando-se desse espaço digital e através dessa aprendizagem cooperativa que se dará continuidade na pesquisa atual mostrada parcialmente deste artigo com diferentes anos da Escola Básica e com conceitos diversos de Matemática, buscando-se o conceito de novas prática investigativa nas salas de aula de Matemática.

Cabe mostrar um relato e uma imagem - figura 2, a seguir, como parte da resolução de um problema proposto por um estudante sobre um panetone que ele ganhou de presente do seu pai, extraído da pesquisa de Bona (2012, p.186).

O estudante posta aos colegas no Espaço de Aprendizagem Digital da Matemática, que é um grupo fechado da sua turma na rede social *Facebook*, a pergunta: 'Quanto de papel preciso para enrolar a caixa do meu panetone'. Mas em menos de um minuto, três colegas perguntam quais são as medidas da caixa do panetone. E os colegas "pediram" que postasse uma foto do panetone. O estudante postou a pergunta "*Vamos calcular a área toda por partes que é tudo em cm?*" e a figura 2 a diante (BONA, 2012, p. 186).



Figura 2 - Figura 42 do Problema 5 de Bona (2012, p.186).

As transcrições de algumas interações dos estudantes resolvendo o problema, como comentários no *Facebook*, entre os estudantes denominados por Ca2, G1, Lm, Ta2, P, pois no total foram de 32 interações, e o tempo entre a primeira e a última foi de 28 minutos, e 11 pessoas curtiram a postagem, segundo Bona (2012, p.186-187):

Ca2: "Legal, b é lado do quadrado de cima?"

G1: " $E B$ é quadrado de baixo?"

Lm: " $O h$ é do panetone ou da face trapézio do panetone?"

A: " tudo cm e sim $Ca2$ e $G1$, o h é do panetone"

P: "Então pega ele aí e mede a altura da face para a gente?"

A: "é 20,1, não dá para usar tudo 20?"

Lm: "acho q não, pois a face é mais inclinada e daí tem q ter h maior que H do sólido, né? isso é visual".

Ca2: " área base chão: $16,5^2 = 272,25$ e teto $18^2 = 324$ "

A: "em cm^2 "

G1: "se face é trapézio então $16,5+18=34,5$ vezes 20,1/2 que dá = 346, 725 cm^2 "

P: "tava fazendo e achei igual $G1$,mas montei diferente"(BONA,2012,p.186-187)

Nas interações acima, é possível observar primeiramente a valorização das ações dos colegas entre si, e estas ações são investigativas, pois os estudantes se questionam em busca de entender o problema para na sequência identificar algum conceito de Matemática

(ferramenta) que o resolva e assim fazer. Mas este fazer é coletivo, como é *online*, todos estão interagindo ao mesmo tempo, e vão construindo os passos de resolução com suas argumentações, já de forma escrita, e para todos visualizarem, pois quem estiver *offline* poderá perguntar e interagir depois já que a postagem fica visível para todos, inclusive para a professora.

Além disso, este problema mostra que os estudantes estão envolvidos em aprender aprender Matemática, e entendem todas as atividades, sejam elas propostas pela professora como pelos colegas, como oportunidades de aprender a aprender Matemática através das suas ações, que na maioria estão baseadas na investigação, seja de informações como de ideias, consigo, com os colegas e com a professora, estando mobilizar ao aprender e responsáveis por este processo de aprender Matemática.

Em ambas as pesquisas selecionadas para estudo, assim como as mencionadas na introdução, as conclusões e considerações finais apontam para a solicitação dos estudantes quanto à necessidade de que as aulas de Matemática sejam dinâmicas e envolvam atividades não repetitivas, que despertem a curiosidade, e, que o processo de resolução destas atividades seja feito através de interações entre colegas e o professor, ou seja, uma resolução coletiva. Essa solicitação é exatamente uma prática investigativa através de problemas de Matemática, que é o objeto de estudo da pesquisa descrita neste artigo.

Nesse contexto, as práticas de investigação nas aulas de Matemática vão ganhando "novos" elementos como: a liberdade dos estudantes para expressarem detalhadamente suas resoluções com argumentos de um problema, com a preocupação de que o professores e colegas compreendam; e a autonomia e mobilização dos estudantes ao escolherem outras atividades e problemas de Matemática para serem resolvidos em sala de aula, presencial e/ou *online*, com os colegas e professora em que primam pela resolução coletiva.

4. Resultados Parciais da Pesquisa

A pesquisa encontra-se em sua fase inicial. Este artigo mostra os resultados desta fase inicial, que é a pesquisa bibliográfica articulada com os conceitos de pesquisas acadêmicas na área da Educação Matemática, em busca de novos elementos para caracterizar as novas práticas investigativas nas aulas de Matemática, como os dois citados na seção 3, decorrentes de duas pesquisas que exploram trabalhos que contemplam práticas investigativas em sala de aula.

Além disso, os apontamentos conceituais da seção 2, apontam a necessidade de se estudar o que é uma atividade investigativa num formato mais acessível aos professores interessados em adotar esta prática. Assim, como Ponte (2003), destaca que investigar em sala de aula é possível, não é uma ação apenas para pesquisador e nem precisar estar relacionada a grandes pesquisas, mas precisa se ter curiosidade.

Cabe ainda destacar que as tecnologias digitais proporcionam um espaço propício para as atividades de investigação. Entretanto, para uma prática investigativa se faz necessário explorar ainda mais o método de ação docente, pois mais que diálogo com os estudantes, o professor precisa aprender a aprender a planejar no contexto dos estudantes e nesse planejar encorajar-se a criar suas atividades ou renovar as que usualmente faz incorporação as mudanças na Educação Matemática.

Neste artigo, apontam-se duas pesquisas, ambas apresentam significativos resultados quanto à avaliação formativa dos estudantes, que permitem aos estudantes vivenciarem na sala de aula de Matemática as tecnologias digitais como recursos de informação e comunicação para aprender a aprender Matemática. No entanto, como citado em ambas as pesquisas, a resolução de problemas de investigação na sala de aula de Matemática podem ser trabalhados em sala de aula presencial também.

Neste momento, o resultado parcial desta pesquisa, presente neste artigo, é, essencialmente: a necessidade, apontada pelos estudantes, de que as aulas de Matemática são produtivas quando baseadas nas suas ações, e suas ações ocorrem nas interações entre si e com o professor na curiosidade de resolver problemas de investigação. Paralelamente, cabe refletir sobre as falas dos professores citados na seção 3, em que fica claro a preocupação dos professores em conquistar a participação dos estudantes em sala de aula, e sua disposição de aprender com os estudantes e com seus colegas de área.

Desta forma, é importante tornar de forma mais clara aos professores de Matemática da Escola Básica os meios e as formas de como transformarem suas práticas docentes mais investigativas, assim destacado a importância deste tipo de pesquisa que articula a Pesquisa em Educação Matemática com o subeixo deste evento que valoriza a Comunicação e Argumentação nas Aulas de Matemática (2.9).

5. Agradecimentos

Muito obrigada ao IFRS - Campus Porto Alegre, particularmente à Direção de Pesquisa e de Ensino, por tornar possível esta pesquisa, tanto em apoio/incentivo como em financiamento.

6. Referências

BASSO, M. V. A. **Espaços de aprendizagem em rede**: novas orientações na formação de professores de matemática. Tese (doutorado). Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação. Porto Alegre: UFRGS, 2003.

BONA, A. S. D. **Espaço de Aprendizagem Digital da Matemática**: o aprender a aprender por cooperação. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação. Porto Alegre: UFRGS, 2012.

BONA, A.S.D. **Portfólio de Matemática**: um instrumento de análise do processo de aprendizagem. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Porto Alegre: UFRGS, 2010.

BONA, A.S.D.; BASSO, M.V.A.; FAGUNDES, L.C. Facebook: um possível espaço digital de aprendizagem cooperativa da Matemática. **RENOTE - Revista Novas Tecnologias na Educação**, v.10, n.3, 2012.

BONA, A.S.D.; MORAIS, A.; BASSO, M.V.A.; FAGUNDES, L.C. Cultura Digital e Aprendizagem Cooperativa. **RENOTE - Revista Novas Tecnologias na Educação**, v.10, n.1, 2012.

BONA, A.S.D.; SCHAFER, P.; FAGUNDES, L.C; BASSO, M.V.A. Cooperação na Complexidade: Possibilidades de Aprendizagem Matemática suportadas por Tecnologias Digitais. **RENOTE - Revista Novas Tecnologias na Educação**, v. 9, n. 2, 2011.

BROCARD, J. Investigações na aula de matemática: A história da Rita. In I. C. Lopes, J. Silva, Figueiredo, P. (EDs.), **Actas ProfMat**. Lisboa: APM, 2001, p. 155-161.

CASTRO, J. F. **Um estudo sobre a prática em um contexto de aulas investigativas de matemática**. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação: educação matemática – Setor de Ciências Humanas. Campinas, SP: UNICAMP, 2004.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática**: da teoria a práxis. Coleção Perspectivas em Educação Matemática. Campinas, SP: Papirus, 1996.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2007.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**: saberes necessários a prática educativa. 22ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FROTA, M.C. R. **Experiência Matemática e Investigação**. Brasil: PUCMINAS, 2004.

HOFFMANN, D. S. **Aprender matemática**: torna-se sujeito da sociedade em rede. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Psicologia Social e Institucional. Porto Alegre: UFRGS, 2006.

INEP. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **SAEB – Sistema de Avaliação da Educação Básica**. Disponível: <http://www.inep.gov.br/basica/saeb/default.asp>. Acesso :20.set. 2012.

LESSA, V. **A compreensão do conceito do número fracionário**: uma sequência didática para o significado de medida. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Porto Alegre: UFRGS, 2011.

MATTOS, E. B. V. **Construção de conceitos de matemática via projetos de aprendizagem**. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Porto Alegre: UFRGS, 2010.

MORAIS, A. D. **Fórmula (-1)**: desenvolvendo objetos digitais de aprendizagem para as operações com números positivos e negativos. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Porto Alegre: UFRGS, 2010.

OLIVEIRA, H. M. **Actividades de investigação na aula de matemática**: aspectos da prática do professor. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação. Lisboa: Universidade de Lisboa, 1998

PAPERT, S. **A Máquina das crianças**. Porto Alegre: Artmed, 1994.

PETERS, O. **A educação à distância em transição**. São Leopoldo: Unisinos, 2009.

PIAGET, J. **Sobre a pedagogia**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1998.

PIAGET, J. **Estudos Sociológicos**. Rio de Janeiro: Forense, 1973.

PONTE, J.P. Do Tangran ao cálculo das áreas: procurando por em prática os novos programas. In: MOURÃO, A.P. et al. **Atas do V Seminário de Investigação em Educação Matemática**. Lisboa: APM, 1995. p. 35-50.

_____. Investigar, ensinar e aprender. **Actas do ProfMat**. Lisboa: AP, 2003.

p.25-39. CD-ROM.

PONTE, J. P.; BROCARD, J. OLIVERIA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

VARANDAS, J. M. **Avaliação de investigações matemáticas: Uma experiência**. Tese (Mestrado). Lisboa: Universidade de Lisboa - APM, 2000.

WILLINGHAM, D. T. **Porque os alunos não gostam da escola?** Respostas da ciência cognitiva para tornar a sala de aula atrativa e efetiva. Porto Alegre: Artmed, 2011.