MATEMATIZAR A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Tarso B. Mazzotti
UNESA-PPG Educação
tarso@mazzotti.pro.br

Resumo:

Matematizar a educação matemática significa que atualmente não se ensina as Matemáticas, mas o seu duplo, que se sustenta no exercício de cálculos, sem expor os seus referentes. Estes são intuições acerca das relações entre forma e conteúdo (objeto material) historicamente abstraídas e formalizadas nas Matemáticas. Um exemplo é a estrutura algébrica, conjunto limitado e máximo de propriedades sobre um conjunto de elementos. O conceito de estrutura algébrica permite avaliar a validade das operações sobre certos conjuntos. Considere as notas escolares são pertencem ao conjunto dos naturais, as propriedades da adição permitem certos cálculos, mas não o da média, a qual só pode ser efetivada sobre os racionais. Matematizar a educação matemática implica o rigor conceitual, não as formalizações forçadas, as quais, diz B. Mandelbrot (*Les objects fractals*, 1975, p. 11): "geralmente fazem mais mal do que bem", pois aquelas estancam a descoberta das relações intuitivas entre forma e conteúdo. A educação matemática será o exercício conceitual que toma por objeto as intuições acerca da forma e conteúdo, para as abstrair e formalizar, fornecendo os significados dos cálculos, por meio dos quais se descreve aquelas intuições.

Palavras-chave: Relações entre forma e conteúdo; representações dos objetos; cálculo como descrição de relações.

Quando entre 1973-1978 estudei a Epistemologia Genética em um curso de Especialização ministrado pelo Prof. Antonio Maria Battro, apresentou-se um obstáculo quase intransponível: a lógica operatória. Esta lógica foi desenvolvida por Jean Piaget em 1938, depois Jean-Blaise Grise a reviu, a qual foi o material de nossos estudos.

Por que me pareceu intransponível? Porque a lógica operatória se sustenta no cálculo proposicional, o qual se apoia na estrutura algébrica. Para Piaget a estrutura algébrica é uma das três "estruturas mães", tal como definida pelo coletivo Nicolas Bourbaki. Não é o caso, aqui, de expor a lógica operatória, mas como eu aprendi o conceito de estrutura que sustenta a epistemologia genética.

Para apreender o conceito de estrutura utilizado por Jean Piaget foi preciso estudar as estruturas algébricas. Recorri ao meu amigo Douglas Ribeiro Simões, licenciado em Matemática. Para isto Douglas Ribeiro Simões desenvolveu um jogo com cartas de baralho, modificando-as, que depois utilizamos para verificar a possibilidade de ensinar estrutura algébrica para alunos com mais de 14 anos. Supúnhamos que esses jovens geralmente estão no período operatório formal, o qual se sustenta no grupo INRC ou Identidade, Negação, Reversibilidade e Correlatividade. A descrição completa do jogo e do ensaio realizado foi publicado em um folheto intitulado *Jogo algébrico de cartas. Instrumento para a introdução do ensino das estruturas algébricas nas escolas de 1º e 2º grau*s, Piracicaba: Editora Luiz de Queiroz, sem data (mas foi em 1975).

Eu fui, certamente, o maior beneficiário tanto na fase de invenção do jogo quanto pelo que aprendi acerca das estruturas algébricas. Ao compreender que um operador sobre um conjunto tem algumas poucas propriedades, passei a utilizar esse modelo para apreender outros objetos conceituais. Inicialmente para apreender os significados dos conceitos de esquema e estrutura operatórias propostas por J. Piaget, compreendendo que uma estrutura é fechada segundo as suas propriedades ou combinações permitidas por um operador sobre um conjunto. Pude compreender que sequência do desenvolvimento cognitivo tem início em esquemas sensório-motores, os quais carecem das propriedades dos esquemas operatórios concretos e nestes faltam propriedades da estrutura lógico formal. O nome *estrutura* não é casual, pois expressa o conceito de fechamento próprio da estrutura algébrica, o que implica a sua universalidade conceitual. Para Piaget o estádio lógico formal é próprio do modo de pensar dos cientistas. Sendo assim, no ensino os estudantes só podem aprender as ciências se e somente se tiverem alcançado aquele estádio. Não desenvolverei, aqui, essas considerações, uma vez que há outras mais relevantes, como são as que seguem. A partir de 1970 Jean Piaget introduziu uma alteração relevante na epistemologia genética ao mostrar que as lógicas que antecedem e sustentam a operatória são a lógica das ações e a logica das significações, sem que isto signifique um distanciamento conceitual das formalizações orientadas pela estrutura algébrica (cf. PIAGET; GARCIA, 1987). As pesquisas coordenadas por Piaget resultam em uma revisão conceitual da epistemologia genética, que Rolando Garcia desenvolveu, todavia este tema não pode ser desenvolvido neste momento, uma vez que pretendo mostrar as consequências compreensão das estruturas algébricas para o exame de teorias propostas no âmbito das ciências do homem ou sociais.

Quando estudei a antropologia de Lévi-Strauss, em seguida a linguística estruturalista e mais recentemente a abordagem estruturalista da teoria das representações sociais, o que aprendi com o jogo algébrico de cartas permitiu não apenas compreender o quadro conceitual dos diversos autores, mas também as limitações do estruturalismo que dominou o horizonte das ciências sociais nos anos 1960. Antes de apresentar estas limitações utilizarei a estrutura algébrica, tal como aprendi, para mostrar uma ação ilegítima que nós, os professores, fazemos ao calcularmos a média aritmética das notas atribuídas aos alunos.

ISSN 2178-034X

Utilizamos a notação 0 a 10 (zero a dez) para designar os acertos e erros dos alunos nas provas. Essa anotação é um recorte do conjunto dos números naturais, que operamos como se fossem racionais, por isso calculamos as médias aritméticas das notas com decimais. Se o conjunto 0 a 10 pertence ao conjunto dos números naturais, então a operação de divisão só poderá resultar em um número natural; logo, é ilegítima uma nota como 7,75. No entanto, segundo muitos colegas, o cálculo está correto. De fato, o cálculo está errado, isto porque se operou sobre o conjunto dos naturais como se fosse dos racionais. Só podemos adicionar os valores das notas, nos limites das propriedades estruturais dessa operação sobre o conjunto dos naturais, dentre as quais não há o elemento inverso (-1). De um ponto de vista rigoroso, as notas atribuídas às provas só podem ser expressadas por um número natural e quando precisamos estabelecer a frequência ou número de ocorrências só podemos utilizar a moda, não a média. Geralmente não pensamos nisso, alguns consideram que se trata de um excesso de formalismo. Essa censura a respeito do excesso de formalismo é relevante, não para o caso apresentado, mas para outros, como será mostrado a seguir.

Abstração e formalização forçadas

Tomei os procedimentos utilizados para anotar a proficiência nas provas, que também requer a teoria das medidas, para introduzir o problema dos excessos do formalismo. É preciso distinguir o rigor requerido pelo cálculo sobre conjuntos, que é legítimo, e a demanda para reduzir as irregularidades do mundo a um e apenas um modo de proceder. Para explicitar essa distinção recorro ao belo ensaio de Benoit Mandelbrot, publicado em 1975, *Les objets fractals, forme, hasard et dimension* (Paris: Flammarion).

Nesse ensaio Mandelbrot reproduz algumas observações lapidares Jean Perrin, que ele considera ter sido autor que apresentou uma das mais relevantes censuras ao desejo reduzir tudo a um conjunto limitado de regras matemáticas ou formais.

Ouçamos Perrin: "De início, tais restrições [das curvas com tangentes] apenas parecem um exercício intelectual, engenhoso sem dúvida, mas definitivamente artificial e estéril, conduzindo à mania do desejo de um rigor perfeito. Muito frequentemente aqueles que falam de curvas sem tangentes ou de funções sem derivadas começam a pensar evidentemente que a natureza não apresenta tais complicações […] (PERRIN citado por MANDELBROT, 1975, p. 4-5; eu traduzi). Perrin toma como exemplar as observações dos objetos conforme as suas dimensões, como a costa da Bretanha conforme a escala utilizada, em que a tangente será diversa cada vez que se ponha uma, graças as suas irregularidades e a escala da observação. Por certo, aqui não se está tratando das estruturas algébricas, mas da redução das descontinuidades em algum contínuo, pois este é mais fácil de ser calculado.

Reduções semelhantes são encontradas nos estudos a respeito das relações linguageiras conduzidos pelos linguistas que reduzem dos fatos da língua as suas estruturas, que são formalizadas como se fossem algébricas, resultando em um conjunto de enunciados distantes dos significados em uso. Por exemplo, uma tautologia, do ponto de vista estritamente formal, pouco nos informa, mas em uma comunicação entre as pessoas a tautologia diz muito, como em "um homem é um homem" ou "uma mulher é uma mulher", que em certos contextos de enunciação são expressões derrogatórias. O formalismo estruturalista impede que apreendamos a palavra situada, os significados negociados e instituídos na situação social, pois a abstrai e formaliza de tal maneira os atos da fala, que estes deixam de ser reconhecidos como os que influenciam as pessoas. É um caso de "exercício intelectual, engenhoso sem dúvida, mas definitivamente artificial e estéril, conduzindo à mania do desejo de um rigor perfeito", nas palavras de Perrin acima citadas.

Mandelbrot examina os casos de formalismo estéril no âmbito da matemática e na física. Ele pergunta: "Mas o que é exatamente uma dimensão física? É uma noção intuitiva, que parece remontar ao um estado arcaico da geometria grega, mas que merece ser retomada, elaborada e honrada" (1975, p. 11). Por quê? Ele responde logo a seguir: "Trata-se das relações entre *figuras* e *objetos*, o primeiro termo devendo continuar a ser reservado às idealizações matemáticas e o segundo aos dados da realidade. Nesta perspectiva, os objetos tais como uma bolinha, uma vela de navio ou um fio — tão finas quanto possam ser — deveriam ser representados por figuras tridimensionais, tal como uma bola grande. Mas, de fato, todo físico sabe que é preciso proceder de maneira diferente e que é muito mais útil pensar uma vela de navio, um fio ou uma bola, suficientemente finos, como algo muito próximo, respectivamente, das dimensões 2, 1 e 0". Por essa via, a representação das coisas podem ser rigorosamente formais, mas deixam de ser a coisa representada, pois os objetos são "profundamente irregulares" (PERRIN, *ibidem*, p. 7), que, na denominação dada por Mandelbrot, são os "objetos fractais". A razão do ensaio de Mandelbrot, em suas palavras, decorre da sua "convicção profunda, de que a abstração e matematização forçadas […] e a proliferação de conceitos e termos, frequentemente fazem mais mal do que bem" (MANDELBROT, 1975, p. 11). Não se trata de abominar a abstração e a matematização, mas considerar os objetos segundo as suas particularidades para encontrar e expor a relação entre a forma e o conteúdo.

Este não é um tema novo, uma vez que desde os gregos antigos, que são os que conhecemos um pouco melhor, a relação entre o conteúdo ou objeto e a forma é um problema

ISSN 2178-034X

conceitual. Este problema contém outro: se a *forma* é a representação de algo, então o representado seria a sua representação? Perguntando de outra maneira: se a palavra designa uma coisa, então a palavra é a coisa? As crianças, geralmente após os seus oito anos de idade, sabem que a palavra não é a coisa, ainda que muitos adultos acreditam ser agourento dizer o nome de certas doenças.

O problema da representação das coisas do mundo

O problema da representação das coisas do mundo põe o da sua verdade. Um tema que atravessa toda a história do pensamento Ocidental, talvez também do Oriental, que pode ser mais bem examinado considerando duas figuras de pensamento: a metáfora e a metonímia, que são as mais relevantes para a instituição dos significados dos objetos.

Diz-se que algo é metafórico quando as noções de designam objetos diferentes em gênero ou espécie são tornadas similares por alguns de seus significados, como em "Aquiles é um leão". O herói mítico Aquiles é similar ao animal leão por apresentar a qualidade "coragem". A figura de pensamento metonímia torna similares noções conexas em gênero ou espécie, como na usual "corrente elétrica", que examinarei mais adiante.

Tendo por horizonte conceitual as estruturas algébricas, eu considero que o operador comparação[1] permite instituir as figuras de pensamento metáfora e metonímia, bem como outras que não tratarei aqui. Compara-se noções para transferir alguns significados que se considera adequados e pertinentes para dizer o que pretende. Compara-se para dizer que há semelhança, logo, a sua inversa, constituindo os predicados ou categorias do sujeito do enunciado (x é y, em que y é a categoria, o que se acusa o sujeito de ser). A eficácia da metáfora ou da metonímia requer a colaboração das demais pessoas para serem admitidas; logo, é preciso que haja uma negociação de significados por meio da qual fica estabelecida a pertinência e adequação do afirmado, da acusação feita ao sujeito do enunciado. Por exemplo, na proposição "x é criminoso", a tipificação do crime requer decisões acerca do ato (houve ou não crime); se houve crime, o autor é ou não é x, e assim por diante. Recorre-se aos princípios da identidade, da não-contradição e do terceiro excluído, mas os predicados ou categorias procedem de uma

[1] A *comparação* opera sobre o conjunto das noções linguageiras permitindo a produção esquemas cognitivos ou as figuras de pensamento, bem como outros, como a dissociação de noções. A negação da comparação em uso é realizada pela *ironia*, que atinge o argumento, não a pessoa, como é o caso do *sarcasmo*. Apresentei essa proposta conceitual em diversas ocasiões e escritos, a qual, ao que eu sabia não o foi por alguma outra pessoa. Note-se que essa concepção tem por substrato o modo de pensar originado da minha compreensão das estruturas algébricas.

negociação, a qual requer a comparação entre noções, em que se produz metáforas e metonímias, que são as figuras de pensamento que pretendo expor.

O recurso ao metafórico é um momento do processo de apreensão de algo pouco conhecido ou para modificar os significados do conhecido. O tema, o que se quer significar ou ressignificar, é comparado com um foro diverso em gênero ou espécie para transportar os significados do segundo para o primeiro. A escolha do foro e os significados transferidos ao tema mostra o quê se deseja instituir por meio do discurso. Por exemplo, a metáfora "mão invisível" tanto pode ter por foro a Providência Divina quanto o mercado de bens. Neste último, as trocas são realizadas tendo por base a confiança entre vendedores e compradores.

Será que "a mão invisível do mercado" é uma metáfora? Não me parece, uma vez que procura expressar as relações sociais de compra e venda ou a estrutura do funcionamento do mercado, a qual aparece como se fosse uma mão invisível. A expressão "mão invisível" é metafórica, mas o seu implícito é uma metonímia que tem por foro as relações sociais de trocas autorreguladas cujo operador é a *confiança*. Mas essas relações são parcamente previsíveis, há quebras de confiança, fraudes, eventos inesperados (cf. TALEB, 2015).

Se mão invisível é uma metáfora cujo implícito é uma metonímia, então estas figuras de pensamento não são opostas e exclusivas? De fato, pode-se afirmar que a metáfora e a metonímia opõem-se e se complementam. Nas palavras de Patrick Tort (1983 p. 12; eu traduzi): "A relação metonímia/metáfora não é simples relação de oposição ou de diferença externa. Cada um destes esquemas encerra em si o seu oposto como componente ou ligação interna". O predomínio de um ou outro esquema em um discurso permite apreender o tipo de classificação ou categorização das coisas encetadas pelo autor do discurso.

A metáfora e a metonímia procuram responder a pergunta "*o que é x?*", estabelecendo as qualidades ou predicados pelo transporte de significados do foro ao tema. O foro escolhido determina as qualidades a serem afirmadas e excluídas, as quais podem ser dispostas em uma ordem hierárquica. Se hierárquica, então o orador recorre à dissociação do que é dito ser próprio do sujeito da frase, afirmando um conjunto de qualidades consideradas superiores.

A comparação entre noções de mesma espécie ou gênero, a metonímia, tende a ser descritiva, por afirmar o real por meio de relações similares ou conexas. Logo, tendem a aparecer como a explicação mais confiável. Não é este o ideal das ciências? Certamente, porém Max Black (1972), por exemplo, afirma que os modelos constituídos pelas ciências são metáforas. Em diversos momentos apoiei-me nesta interpretação, agora me parece que o modelo, tal como se apresenta nas ciências, é predominantemente metonímico. Afinal tanto a metáfora quanto a metonímia estão no lugar da coisa categorizada ou classificada, o que requer uma breve exposição a respeito, pois é necessário identificar a figura predominante para melhor apreender o que se diz.

Modelo, metáfora ou metonímia?

A identificação das figuras de pensamento, que coordenam e condensam um discurso, é necessária para o apreender, por isso, é preciso distinguir quais figuras predominam no discurso. Certamente os discursos não recorrem apenas às metáforas e metonímias, mas estas operam para dizer "o que é alguma coisa". Mas o dizer a partir da comparação entre noções de gênero ou espécies diferentes não é o mesmo que o fazer tendo por foro algo conexo ou similar. O metafórico geralmente institui comparações impróprias, enquanto o metonímico tende a produzir argumentos apropriados. É o que mostrarei a seguir, sempre considerando que se trata de predomínio, não de exclusividade.

Será que nas ciências predomina a metáfora ou a metonímia? As recusas dos cientistas em admitirem que os seus conceitos são metáforas, mas eles aceitam o uso das metáforas para ensinar, para introduzir os alunos nos conceitos, sendo necessário passar da aproximação metafórica ao conceito. Isto indica que aqui há um problema epistemológico, bem mais amplo do que os procedimentos de ensino e que os condiciona.

Nas ciências as metáforas são substituídas pelo não metafórico? Se for, pelo quê? Pelo "modelo", que é alguma geometria, topologia, estrutura de ordem factível de ser expressado por uma álgebra. Mas, pergunta-se, se o foro for uma geometria, por exemplo, por que considerar que o modelo não é metafórico? Afinal uma geometria não é do mesmo gênero e espécie do fenômeno a ser descrito e explicado. A resposta a esta questão só pode ser: é preciso analisar cada caso para verificar se o modelo é predominantemente metafórico ou metonímico, bem como quais são as relações mantidas por estas figuras no âmbito do modelo.

O problema epistemológico fundamental não está em ser esta ou aquela figura ou ambas, mas se é pertinente ao objeto. Por exemplo, inicialmente o *fluxo elétrico* foi comparado com uma *corrente de água* em tubulações, daí o nome "corrente elétrica", que foi refinada para mais bem explicar o fenômeno. Esta explicação refinada seria uma metonímia? Qual o foro da comparação? Compara-se o fluxo caótico dos elétrons induzido por um condutor, que direciona grande parte deles, com a corrente de água em uma tubulação. Ambos são medidos pela razão entre a quantidade de energia/água em um intervalo de tempo. As diferenças entre ambas as "correntes" referem-se ao material, água e elétrons, que determinam os modos de controlar o fluxo segundo as necessidades. Trata-se de uma comparação entre noções de gêneros

ISSN 2178-034X

diferentes — água e elétrons —, logo, resulta em uma metáfora. Todavia as relações, não as “coisas” ou as “matérias”, são do mesmo gênero: fluxo e condensadores ou acumuladores. Neste caso seria uma metonímia? Considerando que em toda metáfora há uma metonímia e vice-versa, então a questão adequada é: o que predomina no conceito de corrente elétrica, o metafórico ou o metonímico? Predomina o metonímico, uma vez que se trata de uma descrição por meio da razão entre a quantidade de energia elétrica em um tempo determinado, que é uma relação conexa com a da corrente de água. Parece que o refinamento de uma metáfora para estabelecer um conceito requer a exposição da metonímia implícita que a torna predominante, com isto, a metáfora de origem permanece no horizonte, mas implicitamente. Certamente esta é uma hipótese a ser verificada. Ainda assim, me parece frutífera quando examinamos as relações entre as matemáticas e as ciências reconstrutivas, como o são as naturais e humanas. Voltarei a isto mais adiante.

Em suma, ao analisar as figuras de pensamento que coordenam e condensam os discursos, que frequentemente são metáforas e metonímias, nos deparamos com o problema de saber qual delas efetivamente estabelece o que se diz ser o real ou o fenômeno. Isto decorre de a similaridade própria da metonímia que frequentemente se inscreve em um quadro mais amplo metafórico. Por isso, é preciso verificar qual figura é predominante para mais bem apreender os significados transportados do foro ao tema, os quais compõem as premissas dos argumentos.

A distinção da figura de pensamento predominante permite verificar se os argumentos são mais descritivos do que prescritivos. Isto porque o predomínio do esquema metonímia, tal como aqui foi caracterizado, resulta da comparação entre relações similares ou conexas, que são comuns no discurso das ciências quando se diz que as relações instituem o fenômeno ou sujeito das suas proposições cujos predicados (categorias) são extraídos do foro. Dizer que os elétrons se comportam aleatoriamente, logo, podem ser descrito pelas leis da probabilidade, é sustentar que ambos são conexos segundo a identidade estabelecida entre elétrons e os eventos aleatórios. Caso se altere este foro adotando, por exemplo, uma topologia diferencial, como a teoria das catástrofes de René Thom (1975) ou os esquemas expostos por Conrad H. Waddington (1979) continuará sendo metonímia, porém sustentada em outra descrição e explicação, pois o foro da comparação será outro.

Parece que o refinamento conceitual tem início pela substituição de uma metáfora por alguma metonímia implícita, a qual permite expor as relações que descrevem o fenômeno, as quais podem ser tratadas formalmente. Em tais casos tendemos a considerar que o formalismo é a descrição e explicação do fenômeno instituído pela metonímia. A metáfora inicialmente utilizada para descrever o objeto fica implícita e só é recuperada quando se pretende ensinar o conceito exposto como procedimentos formalizados. Como as relações são comunicadas por meio de um conjunto de enunciados emprestados às matemáticas, os quais são expressados por alguma álgebra, chega-se à noção de que as ciências reconstrutivas formalizadas são matemáticas.

Note-se que eu distingo as ciências em *construtivas*, as Matemáticas e as Lógicas, das demais, as que *reconstroem* ou *reconstituem* os fenômenos ou objetos. Esta reconstrução pode emprestar às Matemáticas e às Lógicas alguns de seus instrumentos conceituais, por os considerar pertinentes para a exposição e explicação do fenômeno (MAZZOTTI, 2015), podendo vir a considerar, por exemplo, que os cálculos são as garantias de seus argumentos, não os procedimentos que instituíram o fenômeno. Tem-se o seguinte esquema: metáfora → metonímia (relações: instituídas por um operador sobre um conjunto) → cálculo (ruptura; cálculo em si e por si ≃ conceito). Esta substituição de significados conduz à afirmação de que se trata de um operador sobre um conjunto de elementos descritíveis por alguma estrutura algébrica, a qual permite *dizer o fenômeno* por meio de cálculos. Estes, em seguida, descolam-se da metonímia e da metáfora que os sustentam; a palavra deixa de ser situada, aparecendo como ideias para além do humano ou transcendentes. Chega-se, assim, à noção usual de modelo e, pelo mesmo movimento, sustenta-se que a argumentação é inútil nas ciências, uma vez os cálculos excluem os atores sociais, a subjetividade, pois os argumentos com palavras sempre são falhos quando comparados com os algoritmos matemáticos e os das lógicas simbólicas ou matemáticas.

Resumindo e concluindo.

As figuras ou esquemas de pensamento que permitem estabelecer os significados de argumentos têm por operador a *comparação*. Compara-se o que se quer significar ou ressignificar, o tema, com algo diverso ou não em gênero ou espécie, o foro da comparação. Caso a comparação opere sobre um foro diverso em gênero ou espécie, obtém-se uma metáfora; se a comparação se faz entre noções de mesmo gênero ou espécie, se produz a uma metonímia. Além destas duas figuras de pensamento há procedimentos envolvidos no discurso que buscam dizer "o que é real", que não examinei aqui.

Ao analisar discursos situados é preciso expor as figuras de pensamento que os coordenam e condensam, as quais nem sempre são exclusivas, mas predominantes. O predomínio da metonímia produz um discurso descritivo, em que o tema e o foro são apresentados como quase permutáveis, em que as qualidades das relações de uns são similares ao de outro. Logo, neste caso, examina-se um para obter o equivalente ou quase equivalente em outro, transcendendo as figuras de pensamento originariamente utilizadas para dizer o real. Este procedimento parece ser usual nas ciências reconstrutivas.

Na análise dos discursos é preciso identificar a figura de pensamento predominante pelo exame do papel da outra figura em seu âmbito, pois a não predominante constitui o implícito que precisa ser exposto completar a tarefa analítica. Por isso é necessário apreender o que os adversários dizem acerca dos argumentos postos em uma situação, uma vez que eles expõem as razões que têm para não admitirem os argumentos de seus adversários. De fato, o controle da análise, ou seja, se ela expressa a verdade dos discursos examinados, efetiva-se por meio da comparação do que dizem os adversários. Outro controle da veracidade da análise é exercido pelos leitores da exposição analítica quando eles utilizam os mesmos instrumentos do analista. Fica-se, no final do processo, com a sensação de ter apresentado a verdade acerca dos discursos analisados, uma vez que é a expressão dos discursos reconhecível por seus autores e adversários, bem como por outros atores sociais.

Ao analisar os discursos no âmbito das ciências reconstrutivas verifica-se que as suas proposições são apresentadas por meio de fórmulas, as quais são consideradas a expressão adequada de conceitos. No ensino da Física, por exemplo, os alunos são conduzidos a memorizarem a fórmula $f = m.a$ por meio de exercícios, sem que compreendam o conceito que a sustenta: a relação multiplicativa. Neste caso f é o sujeito de uma frase cujo predicado é dado pela multiplicação da *massa* e da *aceleração*, em que estes dois termos também resultam de outras relações. Assim, a força não é algo em si e por si, ou absoluto, mas uma relação cujos termos também são relativos. Como no ensino os professores não se detêm o suficiente no exame dos significados dos predicados massa e aceleração, então sua compreensão é precária não ocorre. De fato, os professores supõem que os exercícios nos cálculos com aquela fórmula produzirão a compreensão do conceito. De outro lado, a análise dos livros didáticos e apresentações dos professores explicitam a identidade entre o conceito e a sua forma, o objeto e a figura, para usar a terminologia de Mandelbrot. Por essa via, institui-se uma identidade epistêmica entre as ciências reconstrutivas com as construtivas. Pelo que se afirma que ciências reconstrutivas serão mais ciência caso os seus argumentos sejam apresentados como cálculos, sem a participação dos cientistas e, no ensino, sem a negociação dos significados com os alunos.

As observações de Mandelbrot contra o abuso da formalização podem ser ampliadas: a redução das matemáticas ao cálculo deixa de lado as particularidades de seus objetos, a intuição que foi formalizada. O predomínio do ensino do cálculo em si e por si se sustenta em uma teoria do conhecimento que tem por ideal a supressão do sujeito do conhecimento.

ISSN 2178-034X

Porém a história das ciências construtivas e reconstrutivas mostra que aquele ideal não se sustenta mesmo no âmbito das matemáticas e lógicas. Por exemplo, âmbito da lógica proposicional ou extensional surgiu um problema insolúvel, o da implicação material ou condicional. Isto porque, nos julgamentos ditos "condicionais" se o antecedente é verdadeiro e o consequente é falso, então se obtém um enunciado verdadeiro. Por exemplo: "as vacas são herbívoras" (A) e "as vacas voam" (B) é uma condicional verdadeira, forma A → B é válida. Alguns lógicos (Quine, 1972, por exemplo) dirão que devemos abandonar a expressão "se...então", para que a forma da condicional domine o pensamento descartando o conteúdo material (cf., por exemplo, GARCIA, 1987). Essa concepção afirma que o método discursa, não os cientistas, para afirmar a objetividade, que seria a qualidade inerente ao cálculo. Se assim for, as matemáticas prescindem dos matemáticos, assim como as demais ciências.

Por que, então, não admitir as máquinas de calcular em sala de aula, afinal elas prescindem da subjetividade ou dos sujeitos do conhecimento? Por que é preciso memorizar a tabuada? A resposta usual é que essa memorização facilita os cálculos cotidianos, o que é verdade. Mas as pessoas que utilizam máquinas de calcular esquecem a tabuada? Caso tenham esquecido, elas serão menos proficientes por utilizarem as calculadoras? Em outro registro, quando precisamos, por alguma razão, dispor palavras em ordem alfabética, algumas vezes esquecemos a sequência, ainda que sejamos capazes de ler e escrever. A memorização da tabuada sofre do mesmo problema da ordem alfabética, ainda que esta seja arbitrária, o não uso, produz o esquecimento parcial ou total.

Usar as calculadoras no ensino não é o problema. O problema está na dificuldade de pensar as grandezas envolvidas, o que resulta na admissão de valores numéricos impróprios. Logo, o problema está na noção de quantidade, não nos procedimentos automatizáveis. Consideremos um exemplo diário: *o valor dos juros*. As pessoas geralmente consideram que os juros tendo por referente o quanto despenderá mensalmente para os pagar, não o montante final que geralmente duplica o valor do emprestado. Muitos afirmam que o desconhecimento do cálculo dos juros permite que as pessoas sejam exploradas. No entanto os tomadores de empréstimos não se consideram explorados, só entram em pânico quando não podem pagar o que devem. Eles seriam irracionais? Caso soubessem calcular os juros agiriam de maneira racional?

Perguntei a algumas amigas, que são professoras de matemática, acerca do conceito de juros. Imediatamente apresentaram os modos de os calcular. Afirmaram que o juro é um conceito matemático e que este é um cálculo. Será que o cálculo é o conceito de juros? Antes de a humanidade ter estabelecido o atual modo de calcular os juros estes não existiam? De fato, os juros são *O valor do amanhã*, no belo título do ensaio de Eduardo Giannetti (2016). A necessidade ou a ansiedade do emprestador faz com que ele antecipe o que poderia eventualmente obter no futuro. O cálculo é a forma canônica de dar valor a essa antecipação. Assim, quando as pessoas que calculam a antecipação dizendo “cabe no meu bolso” estão sendo tão racionais, afinal racionaram, quando as que utilizam o algoritmo canônico. O conceito de juros permanece o mesmo, a forma de os expressar é mais bem ajustado quando se domina os instrumentos matemáticos, mas isso não implica menor ou maior racionalidade. No caso do ensino dos juros não seria mais interessante começar pelo conceito? Não seria mais eficaz explorar as múltiplas maneiras de antecipar o desejado para daí mostrar o modo mais eficaz de o calcular? Não seria mais interessante explorar o dilema menos antes e mais depois? O ensaio de Giannetti fornece um conjunto de proposições, algumas discutíveis, valiosas para o ensino do conceito de juros, afinal este é mais difícil de ser admitido do que os cálculos para juros simples e compostos. De outro lado, parece-me que conhecendo o conceito fica mais fácil compreender os cálculos e decidir o que fazer.

De início recordei uma situação que me levou a estudar estrutura algébrica, agora recordo outra, quando estudei geometria no ginásio, hoje o segundo segmento do Fundamental. A maior dificuldade que tive foi a demonstração da semelhança entre triângulos, pois se requer um movimento que me parecia impossível: sobrepor as figuras. Se as figuras estão no plano de duas dimensões, não poderia as transportar uma sobre a outra, uma vez que teria que sair das duas dimensões, e ficando nesta uma figura empurraria a outra, sem nunca as pôr uma sobre a outra. Ingenuidade? Se for, continuo ingênuo. Assim como seria ingênuo o estudante abismado com as seguintes afirmações: as paralelas só se encontram no infinito e as linhas imaginárias da superfície ou meridianos da Terra não são paralelas por se cruzarem nos polos. No entanto precisam ser paralelas para que se possa calcular as distâncias, ainda que se encontrem nos polos. São duas geometrias, por certo, mas isso não se diz aos jovens estudantes. Qual a dificuldade em apresentar as geometrias do plano e as das demais superfícies? A resposta que tenho ouvido é que os cálculos requeridos são muito complicados. Mas os conceitos não o são e podem ser apresentados com objetos materiais os mais diversos, são coisas a partir das quais intuímos as suas propriedades, as suas relações, depois, se necessário, as formalizaremos.

Finalmente, o predomínio do cálculo no ensino das matemáticas oculta ou desconsidera os conceitos expostos pelos cálculos. Por isso, é preciso matematizar a educação matemática, ou seja, ter a *paciência do conceito*, permitir que os estudantes desenvolvam as abstrações das relações verificáveis nos objetos, para depois os formalizar.

ISSN 2178-034X

Sei que essa via tem um obstáculo enorme: os exames nacionais e internacionais requerem os cálculos por si mesmos, o que determina o fazer dos professores. Parece-me que não são os professores que não querem ensinar os conceitos, mas os autores dos quesitos de exames, que expressam uma concepção de a matemática ser o mesmo que o cálculo. Afinal, o patrono brasileiro da Matemática é o autor de *O homem que calculava* cuja personagem é encarnação do calculista, apresentado como sinônimo de matemático.

Referências

BLACK, Max. *Models and Metaphors*. Studies in Language and Philosophy. Itaca/London: Cornell University Press, 1972 (1962).

GARCIA, Rolando. Logique extensionnelle et logique intensionalle. In PIAGET, J.; GARCIA, R. *Vers une logique des significations*. Genebra: Murionde, 1987; p. 169-198. (Col. Science Nouvelle)

GIANNETTI, Eduardo. *O valor do amanhã.* Ensaio sobre a natureza dos juros. São Paulo: Companhia das Letras, 2016.

MANDELBROT, Benoit. *Les objets fractals*. Forme, hasard et dimension. Paris: Flammarion, 1975 (1ª edição).

MAZZOTTI, Tarso B. Retórica, a Ciência da Educação. *Educação em Foco* (Juiz de Fora), v. 20, p. 83 - 112, 2015.

QUINE, Willard van Orman. *Méthodes de logique*. Paris: Colin, 1972.

SIMÕES, Douglas Ribeiro; MAZZOTTI, Tarso B. *Jogo algébrico de cartas. Instrumento para a introdução do ensino das estruturas algébricas nas escolas de 1º e 2º grau*s, Piracicaba: Editora Luiz de Queiroz, s.d.

TALEB, Nassim Nicholas. *A logica do cisne negro*. O impacto do altamente improvável. Rio de Janeiro: Best-Business, 2015 (9ª edição).

THOM, René. *Stabilité structurelle et morphogénèse*. Massachusetts: W. A. Benjamin, 1972.

TORT, Patrick. *La pensée hiérarchique et l'évolution*. Paris: Editions Aubier Montaigne, 1983.

WADDINGTON, C. H. *Instrumental para o pensamento*. Belo Horizonte: Editora Itatiaia; São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1979.