

EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU: UMA REFLEXÃO ACERCA DO ENSINO DE PROCEDIMENTOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA

*Carlos Eduardo Petronilho Boiago
Escola Estadual Governador Israel Pinheiro
boiago.mat@gmail.com*

*Gislaine Sebastiana Gondim Cruz
Universidade Federal de Uberlândia
gislainesgondim@hotmail.com*

*Odaléa Aparecida Viana
Universidade Federal de Uberlândia
odalea.viana@ufu.br*

Resumo:

Este trabalho visa apresentar algumas reflexões acerca da aprendizagem significativa de procedimentos a partir de uma experiência vivenciada por uma estagiária e um professor de matemática em uma escola parceira do subprojeto Matemática Pontal/PIBID/UFU. Após diagnosticar que mais da metade de seus alunos não dominava os procedimentos para determinar as raízes de equações do segundo grau, o professor organizou uma proposta de intervenção para o primeiro ano do ensino médio. Com base em aportes teóricos da psicologia cognitiva acerca do ensino e da aprendizagem de procedimentos, foi descrita a ordem de apresentação dos passos para os alunos progredirem no processo de transferência de controle. Ponderou-se que esse processo é lento e que há necessidade de organização por parte do professor, tendo em vista a aprendizagem significativa.

Palavras-chave: Ensino de procedimentos; Equação do segundo grau; Estágio supervisionado; PIBID.

1. Introdução

Uma parte considerável do trabalho com a matemática escolar envolve o ensino de procedimentos. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais, “os procedimentos expressam um saber fazer, que envolve tomar decisões e realizar uma série de ações, de forma ordenada e não aleatória, para atingir uma meta” (BRASIL, 1997).

Concorda-se com o documento quando este afirma que o ensino de procedimentos nem sempre tem merecido atenção especial dos educadores, principalmente quando se trata em entender e organizar as etapas para aprendizagem de modo que os alunos atribuam significado às ações empregadas. POZO (2008) indica que entre os procedimentos estão as técnicas, cuja

aprendizagem associativa resulta na automatização de uma cadeia de ações; neste caso, a pessoa as realiza de maneira rápida e menos dispendiosa em matéria de recursos cognitivos.

No caso deste trabalho, deu-se um enfoque especial ao ensino e aprendizagem de procedimentos para determinação das raízes de equações polinomiais do segundo grau. A experiência foi realizada junto a alunos do primeiro ano do ensino médio, de uma escola pública estadual, da região do Pontal do Triângulo Mineiro e vivenciada por um professor supervisor do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes). Será feita uma análise do processo de ensino e aprendizagem dos procedimentos tendo como fundamentação aspectos teóricos da psicologia e que podem ser direcionados à educação matemática, em especial os propostos por Ausubel (2003), Coll e Valls (1998) e Pozo (2008).

2. O conhecimento de procedimentos

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), os conteúdos podem ser classificados em três categorias: conteúdos conceituais (que envolvem fatos e princípios), conteúdos procedimentais (que indicam um saber fazer) e atitudinais (que envolvem normas, valores e atitudes).

A classificação dos conteúdos escolares apoia-se em estudos da psicologia acerca dos tipos de conhecimentos, conforme pode ser visto em Anderson (1983), Cool, Marches e Palachos (2004), Coll e Valls (1998), Pozo (2008) e Sternberg (2000), entre outros. Nesta perspectiva, os autores citados distinguem o conhecimento declarativo ou conceitual do conhecimento de procedimentos, apesar de ponderarem que as duas formas de conhecimento interagem na maioria das tarefas que as pessoas executam.

O declarativo está ligado a fatos, descrições e conceitos, sendo que estes podem ser de fácil verbalização; já o conhecimento procedimental refere-se ao modo de execução de tarefas físicas ou cognitivas, é de difícil verbalização e adquirido gradativamente. O primeiro está relacionado ao saber o quê e o outro consiste em saber como fazer.

Ao ressaltar a natureza distinta dos dois tipos de conhecimento, Anderson (1983) evidencia um significado preciso à divergência entre o saber dizer e o saber fazer e ao fato de que, em muitos casos, esses conhecimentos podem ser adquiridos por caminhos diferentes.

Coll e Valls (1998) e Pozo (1998) realizaram uma caracterização detalhada acerca dos distintos caminhos para o ensino e aprendizagem dos conteúdos escolares e apontaram que trabalhar com procedimento significa revelar a capacidade de saber fazer, de saber agir de maneira eficaz diante de um conteúdo.

O conhecimento de procedimentos refere-se a um conjunto de ações sistemáticas, ordenadas e orientadas – uma etapa se seguindo à outra – para a consecução de uma meta. Dentre os diferentes tipos de procedimentos especificados por Coll e Valls (1998) estão os algoritmos: estes especificam com precisão a sequência de ações e de decisões que devem ser respeitadas para se alcançar uma determinada meta.

A aprendizagem significativa, na perspectiva de Ausubel (2003) é o processo que permite que uma nova informação recebida pelo sujeito se relacione com um aspecto relevante da sua estrutura cognitiva, a partir da ativação dos conhecimentos prévios. No caso da aprendizagem significativa de procedimentos, esta implica na construção de uma rede de significados mais ampla, em que o aluno vincula cada procedimento a outros já conhecidos, permitindo, assim, a revisão, a modificação e o enriquecimento de saberes adquiridos.

A quantidade e a qualidade de aprendizagens anteriores, juntamente com os tipos de conexões estabelecidas entre os procedimentos, são atributos que possibilitam à aprendizagem de procedimentos a ganhar um grau significativo, ou seja, quanto mais vínculos possam ser estabelecidos entre os conhecimentos referentes à ação que o aluno já possui e aos novos conhecimentos procedimentais, mais com melhor qualidade ele pode seguir agindo.

O diferencial da aprendizagem significativa de procedimentos encontra-se no momento em que os novos procedimentos vão sendo adquiridos; estes últimos se vinculam à estrutura cognitiva não só com os procedimentos, mas também, com um conjunto de componentes – integrados e não isolados – que constituem essa estrutura (os valores, os conceitos, princípios e etc.) resultando em um processo de melhoria global na capacidade de aprender.

Coll e Valls (1998) mencionam dois métodos de ensino para facilitar a aprendizagem dos procedimentos: o primeiro, a imitação de modelos; o segundo, o ensino direto da parte do professor ou de outros alunos.

Os autores fazem referência a um antigo axioma geral que rege o ensino e que parece especialmente idealizado, numa perspectiva metodológica de ensino por professores: o primeiro

princípio “eu o faço”, depois “nós o faremos junto” e depois “você o fará sozinho”. Esses determinam três funções tradicionalmente conhecidas no núcleo da atividade docente: a exposição; a prática guiada e a prática autônoma ou independente.

Embora existam críticas a este tipo de atividade, vale lembrar que o propósito dos conteúdos procedimentais é progressivo e, principalmente, que tais conteúdos são aprendidos em atividades compartilhadas, propostas, em primeiro lugar, de um ambiente externo ao aluno. Conforme apontado por Coll e Valls (1998), ao longo do processo de ensino e aprendizagem de procedimentos, o professor deve ter consciência de que a maior significação do ensino de procedimentos reside nos processos e não nos produtos, no modo de como as coisas são feitas pelos seus alunos e não, simplesmente, no que se refere à meta alcançada, independentemente da metodologia adotada.

A aquisição dos procedimentos, de acordo com Pozo e Argón (1998) refere-se a um processo de transferência de controle, composto por fases, em que inicialmente o professor é quem possui o controle estratégico das tarefas e os alunos contemplam como mero exercício e aos poucos esse controle é transferido aos próprios alunos – que devem ir aprendendo a usar de modo estratégico as suas próprias técnicas.

De acordo com os autores, na fase 1 os alunos não são capazes de executar sozinhos – nem com ajuda ou apoio externo – as técnicas necessárias para realizar uma determinada tarefa. Os mesmos só conseguem dominar tais técnicas quando recebem ajuda ou controle externo, mas não são capazes de conseguir executá-las sem nenhuma orientação.

A fase 2 é marcada pelo domínio técnico; o aluno compreende as técnicas para a realização de um determinado procedimento, mas não é capaz de colocar em ação as suas habilidades quando não estão presentes o professor, o livro, o caderno ou suas anotações.

A fase 3 está ligada à busca por estratégias, em que o aluno é capaz de definir qual é a melhor estratégia para a realização de uma determinada tarefa.

Nesse sentido, os autores mencionam que antes de chegar nesta fase, os alunos necessitam enfrentar tarefas que exijam reflexões e tomada de decisões, para que eles próprios assumam o controle no processo de resolução e aos poucos se desliguem de controles externos, adotando diversas estratégias para enfrentar diferentes tipos de problemas.

Por fim, na fase 4 o aluno terá um domínio especializado das técnicas que compõem um determinado procedimento.

Não se espera que os alunos tenham uma aprendizagem baseada na memorização, superficial, pouco proveitosa, que logo é esquecida. O que se espera, dentro deste contexto e, independente de qual seja o procedimento proposto na aprendizagem, é que o aluno possa atribuir novos significados e elaborar, ou construir, um modelo pessoal de sua ação.

3. A experiência

As atividades aqui relatadas são resultados de observações de três aulas da disciplina matemática, desenvolvidas com quatro turmas de primeiro ano do ensino médio, de uma escola estadual de uma cidade do Triângulo Mineiro, com uma média de 35 alunos em cada turma. As aulas foram ministradas pelo professor e supervisor do subprojeto Matemática PIBID/Pontal/UFU e acompanhadas por uma aluna estagiária do curso de Matemática da Faculdade de Ciências Integradas do Pontal da Universidade Federal de Uberlândia.

O professor, inicialmente, aplicou uma avaliação diagnóstica em que uma das questões solicitava a resolução da equação $x^2 - 4x + 3 = 0$. As soluções foram categorizadas como certas e erradas e o desempenho inserido nesta questão é mostrado na Tabela 1.

Tabela 1. Desempenho dos alunos na questão que avaliava o procedimento de equação do segundo grau

Turmas	Nº de alunos avaliados	Percentual de acertos
A	33	27%
B	28	36%
C	43	35%
D	38	18%

Verificando o baixo índice de acertos na questão, o professor iniciou o trabalho com os procedimentos de determinação das raízes de uma equação do segundo grau.

A primeira aula iniciou-se com o professor retomando com os alunos os procedimentos de solução de equações do 1º grau. Com a equação $x + 1 = 10$, escrita no quadro, o professor questionou os alunos sobre qual valor de x seria adicionado a 1 para obter resultado 10, e rapidamente os alunos responderam que o valor de x deveria ser igual a 9. Com vistas ao

trabalho com equações do segundo grau, o mesmo escreveu na lousa o título de equação do 2º grau e apresentou a seguinte equação $x^2 + 2x + 1 = 0$ e questionou os alunos sobre qual deveria ser o valor de x para que a sentença matemática em questão se tornasse verdadeira.

Por meio de várias tentativas do professor – acompanhadas de diálogos com os alunos – os mesmos responderam que bastava substituir x por -1 . Após isso, o professor mencionou que, como a equação era do segundo grau, era possível encontrar até dois números que tornassem a sentença matemática verdadeira.

Deste modo, o professor solicitou que os alunos encontrassem o outro valor que tornasse a sentença matemática verdadeira; a partir de algumas tentativas, os alunos concluíram que esse valor não existia.

Em seguida, o professor apresentou para os alunos a definição de equação do segundo grau $ax^2 + bx + c = 0$, identificando os coeficientes como números reais, justificando o fato de a ser diferente de zero e apresentando as equações completas e incompletas.

Com foco no procedimento para encontrar a solução de uma equação do segundo grau completa, mencionou que existia um conjunto de procedimentos que permitia encontrar as raízes, sem a necessidade de realizar tentativas com números aleatórios; ainda, com esse procedimento, poder-se-ia ter certeza se a equação possuía uma, duas ou nenhuma solução real.

O professor retomou a equação $x^2 + 2x + 1 = 0$ e orientou aos alunos os três passos para encontrar a solução da mesma: o primeiro era a identificação dos coeficientes (a , b e c), no segundo deveria ser determinado o valor de delta ($\Delta = b^2 - 4ac$) e o terceiro a determinação das raízes que podem ser chamadas de x_1 e de x_2 por meio da fórmula de Bháskara.

Ao verificar que o $\Delta = 0$, o professor levou os alunos a perceber que a equação dada admitia apenas uma raiz real e que o valor de delta sempre determina o número de raízes reais de uma equação do segundo grau.

Foram, então, resolvidas várias equações completas do segundo grau. Foi possível perceber que, nas primeiras equações, o professor sempre indagava aos alunos qual o procedimento a ser seguido, passo a passo, e registrava cada resposta no quadro; em outras, ele escrevia os passos no quadro, aguardava que os alunos executassem cada passo e só então passava a escrever na lousa, discutindo os possíveis erros, numa sequência de ações

sistematizadas; finalmente, era apresentada a equação sem a indicação dos passos para que os alunos ordenassem as ações e tentassem resolver sozinhos. O processo foi repetido na aula posterior e, então, o professor passou uma lista de exercícios.

4. Análise descritiva do processo

Apesar de aparentemente não se notar nenhuma novidade na metodologia empregada, tem-se por objetivo descrever o processo que foi conscientemente desencadeado pelo professor para o ensino de procedimentos relativos às equações apresentadas. Nota-se que o conteúdo abordado em questão, apesar de em alguns momentos ter sido abordado de maneira conceitual, foi predominantemente procedimental.

Quando o professor começou a solicitar aos alunos os possíveis números que tornavam a sentença matemática verdadeira, buscava levar os alunos a atribuírem significado à ação de substituir valores e encontrar resultados e, conseqüentemente, sentido para a aprendizagem da técnica para encontrar as soluções. O procedimento passou a ser visto, então, como um conjunto de ações ordenadas e orientadas para a consecução de uma meta explícita: encontrar as raízes da equação, ou seja, os valores que, sendo substituídos no lugar da incógnita, tornam a igualdade verdadeira. Assim, os procedimentos foram apresentados de forma sistemática e organizada em passos.

Conforme apresentado por Coll e Valls (1998), em um primeiro momento o professor fez, depois ele fez juntamente com os alunos e depois eles fizeram sozinhos, o que possibilitou que o núcleo da atividade docente fosse pautado em três funções; a prática guiada e a prática autônoma ou independente.

Nesse sentido, pondera-se que o ensino de procedimentos de solução de equação do segundo grau se deu de forma progressiva, em alguns momentos ocorreu de forma compartilhada pelo professor e pelos alunos e a todo momento em um ambiente externo ao aluno.

O modo como os procedimentos foram organizados pode ter favorecido a aprendizagem significativa. Além disso, é possível considerar que o processo de atribuir significado à solução encontrada para a equação pode ter modificado ou ampliado saberes já adquiridos pelos alunos; os novos procedimentos aprendidos pareciam se vincular, na estrutura cognitiva, não só a outros procedimentos, mas também a um conjunto de componentes – integrados e não isolados – que

constituíam essa estrutura (os valores, os conceitos, os princípios e etc.) resultando em um processo de melhoria global na capacidade de aprender.

Em acordo com Coll e Valls (1998), considera-se também que a aprendizagem significativa de procedimentos para determinar a solução de equações do segundo grau não se apresentou como um modelo totalizante, fechado, pois em alguns casos era possível perceber que os alunos realizavam o primeiro e o segundo passo e, no terceiro, se perdiam e não conseguiam apresentar as soluções.

Como mencionado por Pozo e Angón (1998), o processo de ensino e aprendizagem de procedimentos pode ser entendido como um processo de transferência de controle, composto por fases, que inicialmente o professor é quem possui o controle estratégico das tarefas e os alunos contemplam como mero exercício e aos poucos esse controle é transferido aos próprios alunos – que devem ir aprendendo a usar de modo estratégico as suas próprias técnicas.

Em um primeiro momento, boa parte dos alunos encontrava-se na fase 1, ou seja, eles não eram capazes de solucionar a equação do segundo grau sozinhos – nem com ajuda ou apoio externo – o que significa que as técnicas necessárias para a determinação da solução eram do controle interno do professor. Os mesmos passaram a ter um breve conhecimento das técnicas recebendo a ajuda, por meio de um conjunto de indagações e instruções realizadas pelo professor – controle externo.

Já a fase 2 foi marcada pelo domínio técnico; os alunos compreendiam as técnicas para determinar as raízes das equações, mas não eram capazes de colocar em ação as suas habilidades sem os questionamentos do professor ou sem a conferência em suas anotações no caderno – controle externo.

Na fase 3, foi possível verificar os alunos buscando algumas estratégias para memorização dos passos mencionados pelo professor: alguns repetiam as fórmulas várias vezes (falando ou escrevendo) e outros ainda tentavam substituir os valores para tornar a sentença matemática verdadeira. Após solucionar um conjunto de equações, em que foi possível perceber os erros e as reflexões dos alunos, alguns pareciam estar na fase 4, demonstrando um domínio especializado na solução de equações do segundo grau, não precisando mais de nenhum controle externo e executando os passos de maneira rápida e menos dispendiosa em matéria de recursos cognitivos.

5. Considerações Finais

A experiência vivenciada possibilitou ao professor e à estagiária uma articulação entre os saberes teóricos e práticos adquiridos ao longo da formação inicial e continuada dos mesmos.

As reflexões oriundas desta experiência levam à conclusão que o processo de transferência de controle demanda tempo e paciência por parte do professor, já que a aprendizagem ocorre de forma progressiva. Ensinar procedimentos exige do professor um planejamento acerca da ordem de apresentação dos passos e uma antecipação das perguntas a serem feitas aos alunos e dos possíveis erros que eles cometeriam – com base no conhecimento prévio anteriormente diagnosticado – de modo a obter uma aprendizagem significativa.

6. Referências

ANDERSON, J.R. **The architecture of cognition**. Harvard: University Press, 1983.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva**. Lisboa: Plátano, 2003.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC, 1997.

COOL C, MARCHES A, PALACHOS J (orgs). **Desenvolvimento psicológico e educação**. 2.ed. Porto Alegre: Artmed. 2004. 470p.

COLL, C.; VALLS, E. Aprendizagem e o Ensino de Procedimentos. In: COLL, C.; POZO, J. I; SARABIA, B.; VALLS, E. **Os Conteúdos na Reforma. Ensino e Aprendizagem de Conceitos, Procedimentos e Atitudes**. Tradução de Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artes Médica, 1998. p.70-118.

POZO, J.I. **Mestre e aprendizes a nova cultura da aprendizagem**. Tradução Ernani Rosa. Porto Alegre: Artes Médicas, 2008.

POZO, J.I.; ANGÓN, Y.P. A solução de problemas como conteúdo procedimental da educação básica. In: POZO, J. I. (org.) et all. **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Tradução Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

STERNBERG, R. J. **Psicologia Cognitiva**. (M. R. B. Osório, Trad.) Porto Alegre: ArtMed, 2000.