

A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO INTUITIVO DE LIMITE COM APOIO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS

Elisangela Pavanelo
UNESP/FEG
elisangela@feg.unesp.br

José Edmundo Germano Silvério
ITA
silverio@ita.br

Marco Aurélio Alvarenga Monteiro
UNESP/FEG
marco.aurelio@feg.unesp.br

Larissa Nascimento
ITA
chazfisica@gmail.com

Resumo:

Este trabalho apresenta uma proposta de situação-problema utilizando tecnologias digitais para explorar o conceito intuitivo Limite. Para tanto, inicialmente, realizamos uma breve contextualização sobre o ensino de Cálculo e o uso de tecnologias digitais, em seguida descrevemos a situação-problema elaborada sobre queda livre de uma esfera, e o processo de coleta de dados utilizando o software Tracker e análise, com o software Geogebra. Destaca-se a importância da utilização de recursos voltados às tecnologias digitais como uma possibilidade de contribuição para o processo de ensino e de aprendizagem do conceito intuitivo de Limite.

Palavras-chave: Situação-problema, Geogebra, Tracker, Tecnologias Digitais, Limite.

1. Introdução

Nos dias atuais a sociedade possui grande influência da tecnologia, habituando-se a transmissões de dados em alta velocidade e troca de informações em tempo real. A educação para não ficar atrás, precisa repensar os moldes tradicionais de ensino, pois a utilização de TDIC (Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação) aponta para um mundo virtual com enormes potencialidades.

Para investir em educação voltada à tecnológica, torna-se necessário repensar os parâmetros educacionais, visando modificações no trabalho de formulação de atividades didáticas que possam ser associadas ao uso de computadores ou de qualquer outra mídia (CABRAL, 2005).

Esse processo de renovação sugere uma reorganização dos conteúdos trabalhados, uma transformação de metodologias pedagógicas, redefinição de teorias de ensino, um novo papel da instituição em relação à sociedade e, portanto, uma nova postura do docente (MISKULIN, 1999).

Atualmente existem indicativos¹ de que a educação superior brasileira necessita participar de maneira mais intensa da virtualização do ensino. Como exemplo dessa necessidade podemos destacar o ensino de Cálculo Diferencial e Integral que, na maior parte das universidades brasileiras, tem sido objeto de análise em diversos congressos e trabalhos. Tais pesquisas se referem, principalmente, às dificuldades de aprendizagem apresentadas, ou aos altos índices de reprovação e evasão nos primeiros períodos dos alunos matriculados nestas disciplinas (WROBEL, et al, 2013), que de acordo com pesquisas realizadas chegam até a 77,5% (GARZELLA, 2013). Pagani e Avellato (2014) também apontam, a partir de um estudo onde realizaram um mapeamento em teses e dissertações que abordam o ensino de Cálculo, que a principal motivação para trabalhos dessa natureza são os altos índices de reprovação nesta disciplina nos cursos fundamentais.

Rezende (2003) destaca que a existência de problemas com a disciplina de Cálculo não é uma exclusividade da realidade brasileira, visto que trabalhos sobre esse tema têm sido publicados e destacados por parte da literatura especializada internacional. Para tanto cita dois exemplos que ilustram essa situação. O primeiro foi o movimento em prol da reforma do ensino de Cálculo, iniciado na década de 80, que ficou conhecido por Calculus Reform (ou Cálculo Reformado). O outro exemplo são os trabalhos de David Tall, que vão ao encontro à metodologia proposta pela Reforma do Cálculo.

Em ambos os exemplos citados o uso de tecnologias é apontado como uma ferramenta importante para o trabalho com essa disciplina. Marin e Penteado (2011) destacam que diversas pesquisas no Brasil discutem a utilização de tecnologias da informação e comunicação como apoio substancial para no processo de ensino e de aprendizagem do Cálculo, como Palis (1995), Barufi (1999), Vilarreal (1999), Souza Jr.(2000), Araújo (2002), Silva (2004) e Machado (2008), porém sabe-se que elas ainda são poucas quando comparadas com a quantidade de cursos de graduação oferecidos no Brasil.

¹ Por exemplo, em dezembro de 2005, com a criação da UAB (Universidade Aberta do Brasil) e o crescente crescimento da EaD no Brasil.

De

acordo com Marin e Penteado (2011), com a presença da TDIC no cenário educacional o professor é desafiado a rever e ampliar seus conhecimentos para enfrentar novas situações. Nesse sentido, Tall (2009) destaca que o ponto mais importante a ser observado quanto ao uso das tecnologias digitais no ensino de Cálculo é a maneira como estas serão utilizadas, pois as habilidades relacionadas ao uso de software são recursos valiosos, no entanto, a forma com que são introduzidas na disciplina é extremamente importante, ou seja, o papel do professor nesse processo.

De acordo com Pavanelo (2014) isso exige do professor um preparo redobrado em relação ao processo de ensino e aprendizagem. Isto é, além do conhecimento relacionado à sua disciplina, existe a necessidade de conhecimentos relacionados a metodologias de ensino, teorias de aprendizagem e de tecnologias digitais.

Para Margolina e Rivière (2005), é papel do professor o estabelecimento de um ensino identificado com as necessidades reais dos estudantes, selecionando estratégias adequadas, atividades significativas, de tal forma que a aprendizagem possa, de fato, ocorrer.

No caso específico da aprendizagem de Cálculo, esse processo não se estabelece a partir de um ensino que prevê, apenas, a apresentação de teoremas, propriedades, algoritmos e regras aos alunos. Envolve, necessariamente, a apresentação de situações que permitam o desenvolvimento de habilidades e competências lógico-abstratas dos estudantes.

Para Vygotsky (1991), o bom ensino é aquele que estimula o aluno a atingir um nível de compreensão e habilidade que ainda não domina completamente, não apenas informando-o de um saber novo, mas adiantando seu desenvolvimento cognitivo. Nesse sentido, Vygotsky considerava que todo ensino, para ser significativo, deve “ampliar o universo mental do aluno” (VYGOTSKY, 1991). Podemos concluir que um bom ensino de Cálculo vai além da constatação de que índices de reprovação foram suprimidos, por exemplo, mas também de que foi desenvolvido um significado² para os conceitos estudados, possibilitando, dentre outros, um aproveitamento maior do potencial cognitivo dos alunos.

² Entendendo aprendizagem significativa, de acordo com Moreira (1997), como o processo através do qual uma nova informação (um novo conhecimento) se relaciona de maneira não arbitrária e substantiva (não-litera) à estrutura cognitiva do aprendiz.

Entende-se que para atingir tal objetivo (o de um bom ensino) necessita-se de uma atividade pedagógica que possibilite uma mudança qualitativa no sujeito aprendiz e tal resultado não se consegue por meio de atividades pedagógicas tradicionais.

Este trabalho tem, então, por objetivo apresentar uma sugestão de situação-problema, elaborada por um grupo de professores, como apoio ao processo de ensino e aprendizagem, utilizando tecnologias digitais na disciplina de Cálculo I, mais especificamente, relacionada à ideia intuitiva de Limite. A atividade elaborada ainda não foi aplicada em sala de aula, pretende-se ser este o próximo passo da pesquisa.

2. Um exemplo de situação-problema para explorar o conceito de Limite

2.1. Uma breve introdução sobre situação-problema

Entendemos que uma situação-problema não é um exercício em que o aluno aplica de forma mecânica um conceito, uma fórmula ou um processo operatório (ONUCHIC, 2012).

Desse modo, aproximações sucessivas de um conceito são construídas para resolver certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros problemas, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na História da Matemática (BRASIL, 1997).

A resolução de situações problemas não é, então, uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou apenas como aplicação da aprendizagem, mas sim como uma orientação para a aprendizagem, por essa razão a atividade desenvolvida tem o caráter de introduzir a ideia intuitiva de Limite, proporcionando o contexto em que se pode apreender o conceito, os procedimentos e atitudes matemáticas.

2.2. A situação-problema elaborada

A elaboração dessa situação-problema foi realizada coletivamente por docentes com experiência de sala de aula e pesquisadores da área de Ensino de Matemática, a partir de discussões, testes e aperfeiçoamentos baseados em tais experiências. Portanto, ela é resultado de um processo reflexivo e contextualizado que contém os saberes tanto da experiência dos professores, quanto dos pesquisadores. Ainda não tivemos oportunidade de desenvolver a situação apresentada em nenhuma aula da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral para

introduzir a ideia de Limite, mas temos convicção que ela se mostrará importante ao professor que se propor a trabalhá-la em sala de aula.

A situação-problema elaborada por esse grupo foi a seguinte: “Soltando uma esfera de uma altura H , em relação solo, qual sua nova altura, em relação ao chão, no instante $t = 2s$? Para a resolução deste problema você (o aluno) pode usar diferentes equipamentos de filmagens com o objetivo de obter vídeos feitos a partir de 30, 60, 120 e 240 frames por segundo (fps)”.

O enunciado do problema em si não apresenta grandes diferenças em relação a um enunciado tradicional, a não ser pela coleta dos dados para a sua resolução. Em geral, tais dados são apresentados aos alunos a partir de uma tabela de pontos, ou por uma função pronta que modela a situação.

Assim, os alunos podem utilizar, para coletar os dados, equipamentos de filmagens comuns ao cotidiano da maioria dos estudantes: *IPad*, *Smartphones*, filmadoras simples.

A sugestão é que o professor oriente os alunos para que as quatro filmagens sejam realizadas, concomitantes, do mesmo movimento a partir desses diferentes frames (30 fps, 60 fps, 120 fps e 240 fps). Escolhemos esses frames, tanto pelo aumento da quantidade de pontos que podemos obter ao aumentarmos o número de frames, pois isto posteriormente na aproximação dos pontos e no desenvolvimento da ideia intuitiva de Limite, quanto pelo potencial dos equipamentos de filmagens atuais.

Apesar dessa questão, como dito anteriormente, não ser uma novidade nos cursos de Cálculo por aparecerem, comumente, nos livros de Cálculo no início das discussões sobre Limite, as discussões, em geral, costumam ser de natureza teórica, sem ser contextualizado concretamente, exigindo um alto grau de abstração logo no início dos cursos superiores, impedindo o desenvolvimento de habilidades e competências cognitivas importantes do sujeito aprendiz.

O foco da atividade que propomos aqui é o de que o aluno tenha a oportunidade de construir todas as condições do problema e utilizar diferentes recursos tecnológicos para chegar a uma conclusão, tendo a possibilidade de, juntamente com o professor desenvolver

um saber significativo que lhe será útil, inclusive, para a aprendizagem de outros conceitos importantes.

2.2.1. A filmagem

Primeiramente, os professores podem apresentar como desafio aos alunos como seria a filmagem desse movimento de queda livre da bola. Nesse momento surgem questões essenciais para que os grupos de alunos resolvam antes de ser iniciada a filmagem. Exemplos: Qual esfera deve ser utilizada? Qual a altura ideal ela deve ser solta? Qual a distância que o equipamento de filmagem deve ser colocado? Qual equipamento melhor para se filmar os diferentes frames solicitados? O que é um frame?

Tais questões não se relacionam diretamente ao conteúdo de Limite, mas tem o objetivo de envolver o aluno na construção do experimento, vivenciando todas as etapas que o compõem possibilitando-o ter uma familiaridade com todas as variáveis da situação o que, por fim, pode auxiliá-lo na interpretação dos dados coletados.

A partir dessas questões o professor tem também a oportunidade de conhecer possíveis obstáculos epistemológicos que precisam ser superados pelos alunos para a aprendizagem no novo conceito. Resolvidas tais questões iniciam-se as filmagens.

Neste experimento os equipamentos de filmagens foram colocados a uma distância horizontal igual a 5,8 metros do ponto no qual a esfera foi solta em queda livre. Utilizamos, como base para a escala de conversão do Software Tracker, um bastão graduado com comprimento de 1,5m, adaptamos um fundo azul para destacar o movimento de queda da esfera escolhida, no caso uma bola de tênis. A seguir foram realizadas as 4 (quatro) filmagens, alterando apenas os frames do equipamento.

Vale destacar que essas foram as condições escolhidas para exemplificar a situação. Em sala de aula o professor pode desafiar cada grupo de alunos a resolver como serão essas condições de filmagem: local de filmagem, distância, altura, qual esfera, dentre outros aspectos.

Depois de realizadas as 4 (quatro) filmagens, inicia-se a etapa seguinte do processo: as videoanálises, ou seja, a captura dos dados necessários a partir das filmagens realizadas.

Escolhemos então para tal análise o *Software Tracker*³, pois este se configura em um software livre e conhecido dos alunos, principalmente em disciplinas de Laboratório de Física em cursos de Ensino Superior.

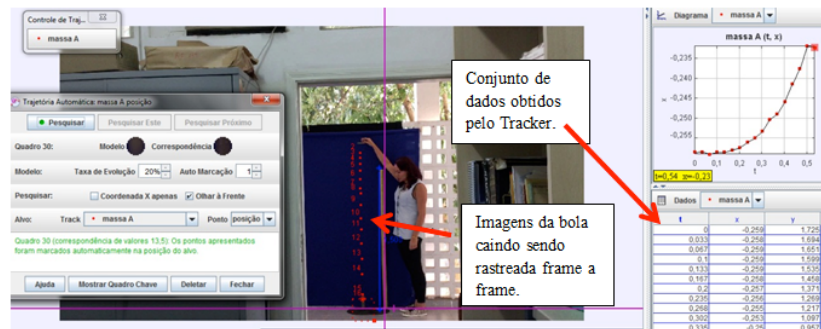


FIGURA 1 – Exemplo do rastreamento de um vídeo utilizando o *Software Tracker* - Fonte própria

O professor deve auxiliar os alunos também nesse momento, tanto na utilização do software, quanto na melhor maneira de capturar os dados, dentre outros. Esse momento constitui-se em mais uma oportunidade de interação social entre professor e alunos, contribuindo não somente para o desenvolvimento de habilidades e competências conceituais, mas também, procedimentais.

O Tracker proporciona os dados para análise como uma tabela de pontos, que pode ser copiada e colada para um bloco de notas e utilizada para análise.

Após a captura dos dados, passa-se a fase seguinte, a de análise, em que foi utilizado o software Geogebra.

3. A análise dos dados no Geogebra

A partir dos dados obtidos no Tracker, como uma tabela de pontos, podemos construir no Geogebra, utilizando a ferramenta “planilha”, gráficos referentes: à plotagem do conjunto de pontos obtidos na análise das filmagens de cada frame, curva ajustada a partir desses conjuntos de pontos, plotagem dos pontos da curva ajustada e dos pontos de cada frame sobrepostos.

A seguir apresentamos, a fim de exemplificação, as imagens obtidas a partir dos dados da filmagem de 120 fps.

³ O Tracker é um software de análise de vídeos, freeware que permite a obtenção rápida de gráficos e tabelas a partir de dados obtidos nos vídeos e o ajuste de curvas para os fenômenos físicos em estudo.

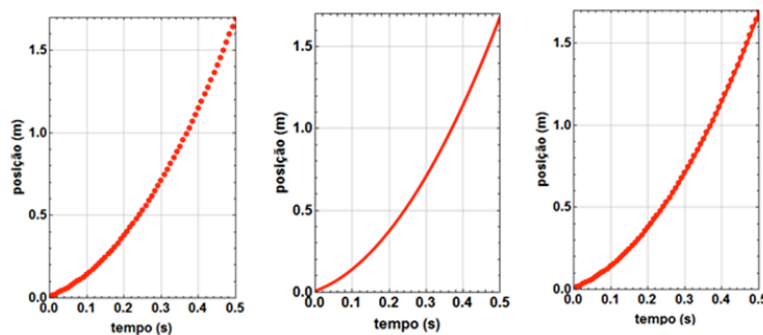


Gráfico 1 – Curva obtida a partir dos dados de 120 fps - Fonte Própria

Podemos observar também, ao traçarmos os gráficos obtidos como resultados das análises em cada frame, que esses apresentam curvas semelhantes.

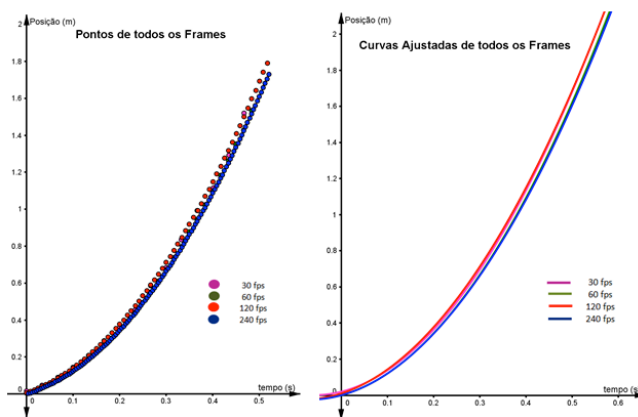


Gráfico 2 – Curvas resultantes dos dados obtidos em cada *frame* - Fonte Própria

A seguir, construímos diferentes gráficos que nos auxiliam a chegar ao objetivo final – entender, intuitivamente, o conceito de limite. Escolhemos, a partir de uma observação da tabela de dados, que um conjunto de nove pontos⁴, a partir do valor 0.2 seria o mais indicado para a análise, já que todas as tabelas obtidas continham esse valor de t .

Desse modo, marcando sempre o primeiro valor (0.2) e, em seguida o nono valor de cada conjunto de pontos, plotamos as retas secantes obtidas para cada frame.

⁴ Esse valor de nove pontos foi escolhido por ser um conjunto de dados razoável para se ter uma boa observação do que ocorria com os dados.

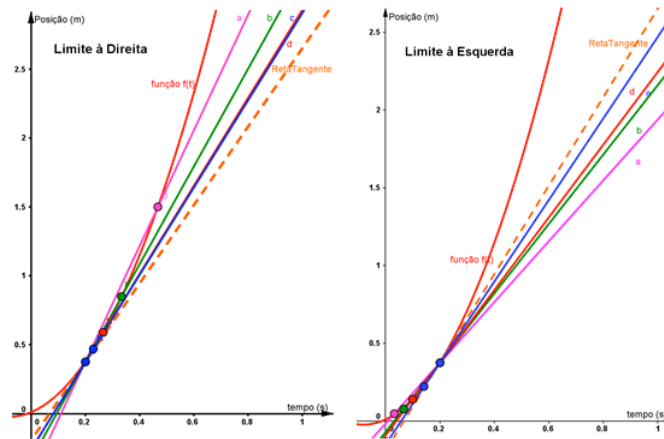


Gráfico3 – Retas secantes se aproximando da reta tangente pelo lado direito e pelo lado esquerdo do instante de tempo $t = 0,2s$ - Fonte Própria

Podemos então ter imagem de que o nosso conjunto de nove pontos, conforme aumentamos o número de frames, ficam cada vez mais próximos uns dos outros. O nono ponto obtido “tende”, ao aumentarmos o número de frames, ao valor inicial estipulado (0,2s).

Para direcionar o aluno ao objetivo final da atividade – entender intuitivamente o conceito de limite – o professor pode sugerir a escolha dos pontos fosse feita tanto à direita, como à esquerda do valor escolhido (0,2) e a descrição das observações obtidas. Podemos observar essa ideia Gráfico 3.

Explorar todo o potencial dessa situação-problema depende do desenvolvimento do trabalho do professor em sua atividade de sala de aula, nos questionamentos realizados e na utilização dos recursos tecnológicos.

Outros conceitos podem ser discutidos a partir deste mesmo problema, como por exemplo, o de velocidade instantânea – explorando os valores da inclinação da reta tangente, ou mesmo do conceito de derivada.

4. Conclusão

A situação-problema apresentada foi elaborada coletivamente, em discussões do nosso grupo de pesquisa formado por professores de diferentes vertentes (Matemática e Física), e pesquisadores da instituição, a partir de suas experiências e saberes.

Possivelmente, ao desenvolvê-la em outras Universidades, ou mesmo em diferentes cursos, ou turmas, o docente terá que realizar as devidas adaptações ou até mesmo modificar a problemática envolvida e as ferramentas utilizadas.

Desse modo, o desenvolvimento de atividades em sala de aula, utilizando situações problema como esta, precisam ser incentivadas e exploradas, com professores, pesquisadores e alunos trabalham em parceria, contribuindo para a formação de um profissional preparado para os desafios atuais da nossa sociedade.

Entendemos que uso de tecnologias digitais é peça fundamental ao se pensar na modernização do ensino de Cálculo. Por essa razão existe uma necessidade de atenção, tanto ao processo de aprendizagem do aluno, como nas metodologias e escolhas das ferramentas que serão utilizadas. Tais pontos são importantes para que a experiência em sala de aula seja bem sucedida.

A escolha por elaborar situações problema como a apresentada auxilia a promover o pensar como requisito para se aprender. Dessa maneira o professor cria um ambiente em sala de aula, a partir de diferentes ferramentas tecnológicas, de questionamento e de desafio, de modo que o aluno se sinta também responsável pela sua aprendizagem.

O próximo passo deste trabalho será, certamente, a aplicação desta situação-problema em uma turma real de alunos matriculados na disciplina de Cálculo, a análise dos resultados obtidos, entendendo suas potencialidades e limitações.

5. Agradecimentos

Gostaríamos de agradecer a CAPES pelo apoio financeiro.

6. Referências

ARAÚJO, J.

Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: As Discussões dos Alunos. Tese (Doutorado em Educação Matemática)– Instituto de Geociências e Ciências Exatas, - Universidade Estadual Paulista: Rio Claro, 2002.

BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática. Secretaria de Educação Fundamental - Brasília: MEC/SEF, 1997.

BARUFI, M.C.B. A construção / negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo: São Paulo, 1999.

CABRAL, Tânia Cristina Baptista. Ensino e Aprendizagem de Matemática na Engenharia e o Uso de Tecnologia. CINTED-UFRGS. V.3 Nº 2, Novembro, 2005.

FIOLHAIS, C.; TRINDADE, J. Física no computador: o computador como uma ferramenta no ensino e na aprendizagem das ciências físicas. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 25, n. 3, p. 259–272, set. 2003.

GARZELLA, F.C. A disciplina de Cálculo I: a análise das relações entre as práticas pedagógicas do professor e seus impactos nos alunos. Tese de Doutorado. UNICAMP, 2013.

MACHADO, R.M. A visualização na resolução de problemas de cálculo diferencial e integral no ambiente computacional MPP. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas: Campinas, 2008.

MARGOLINAS, C; RIVIERE, O. La préparation de séance: un élément du travail du professeur. CORFEM, Junho/2005.

MEDEIROS, A.; MEDEIROS, C. F. (2002) Possibilidades e Limitações das Simulações Computacionais no Ensino da Física. Rev. Bras. Ensino Fís. V24, n.2, 2002. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S180611172002000200002. Acesso em 16 de maio, de 2015.

MISKULIN, Rosana Giaretta Sguerra. Concepções teórico-metodológicas sobre a introdução e a utilização de computadores no processo de ensino/aprendizagem da geometria. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade de Campinas, Campinas, 1999.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. ALEVATO, Norma Suely Gomes. Novas Reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: Educação Matemática: pesquisa em movimento / Maria Aparecida Viggiani Bicudo, Marcelo de Carvalho Borba, (organizadores). 4. Ed. – São Paulo: Cortez, 2012.

PAGANI, E. M. L.; ALLEVATO, N. S. G. Ensino e Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral: Um mapeamento de algumas teses e dissertações produzidas no Brasil. VIDYA, v. 34, Santa Maria, 2014.

PALIS, G.R. Computadores em Cálculo uma alternativa que não se justifica por si mesma. Temas & Debates, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, ano VIII, 6ª edição. 1995.

PAVANELO, E. Contribuições para a preparação do professor frente às disciplinas semipresenciais. Tese (Doutorado), Faculdade de Educação, USP, São Paulo, 2014.

REZENDE, W. M. O ensino de cálculo: dificuldades de natureza epistemológica. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, USP, São Paulo, 2003.

SOUZA JÚNIOR, A. J. Trabalho Coletivo na Universidade: Trajetória de um Grupo no Processo de Ensinar e Aprender Cálculo Diferencial e Integral. Campinas, UNICAMP, 2000.

SILVA, C.A. A noção de integral e livros didáticos e os registros de representação semiótica. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)-Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: São Paulo, 2004.

TALL, D. Dynamic mathematics and the blending of knowledge structures in the calculus. ZDM – The International Journal on Mathematics Education, 2009.

VILARREAL, M. E. O Pensamento Matemático de Estudantes Universitários de Cálculo e Tecnologias Informáticas. 1999. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista: Rio Claro, 1999.

VYGOTSKY, L. S. A Formação Social da Mente. Ed. Martins Fontes: São Paulo, 1991.

WROBEL, Julia Schaetzle; ZEFERINO, Marcus Vinicius Casoto; CARNEIRO, Teresa Cristina Janes. Um mapa do ensino de cálculo nos últimos 10 anos do COBENGE. XLI COBENGE: Gramado, 2013.