EXPLORANDO OS REGISTROS DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS PARA O ENSINO DOS SÓLIDOS PLATÔNICOS NA PERSPECTIVA DE UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Valéria da Silva Santos
Graduada em matemática - UPE
Valeriassantos22@hotmail.com

Maria Aparecida da Silva Rufino
Universidade de Pernambuco – Campus Mata Norte
aparecidarufino@hotmail.com

Resumo:
Considerando que o conhecimento matemático, como um todo, se apoia e ao mesmo tempo é constituído por um sistema semiótico, o presente estudo discute sobre a importância de se explorar os aspectos semióticos relacionados ao ensino dos sólidos platônicos. Tal propósito teve como mola propulsora a histórica dificuldade vivenciada por professores e alunos ao lidarem com os objetos geométricos e o mal uso de suas representações na difusão desse conhecimento, acarretando prejuízos consideráveis a uma possível aprendizagem significativa. Trata-se de um estudo teórico, onde se apresenta uma sequência didática como proposta de ensino sobre os sólidos platônicos, para turmas do 9º ano do Ensino Fundamental, apostando-se no diálogo entre os processos de formação, tratamento e conversão de representações no âmbito da semiótica e nos processos da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora da aprendizagem significativa ausubeliana, de maneira a que essa possa ser caracterizada como um material potencialmente significativo.
Palavras-chave: Semiótica, Ensino dos Sólidos Platônicos, Aprendizagem Significativa.

1. Introdução

Com a evolução da sociedade, a Matemática ganhou um lugar de destaque na escola e junto com ela veio à preocupação em torná-la mais compreensível para os alunos, principalmente por sua essência abstrata, que por vezes contrasta e se confunde com os aspectos empíricos da sua produção e/ou desenvolvimento inicial.

Esse fato corroborar as ideias de Ribnikov (1991) quando nos lembra que apesar das formas e das vias do desenvolvimento desse conhecimento construídos por diferentes povos em diferentes épocas, serem muito diversos, é comum para eles que todos os conceitos básicos da matemática, incluindo-se aqui, os conceitos básicos da geometria tais como: os conceitos de figuras geométricas planas simples, de distância, de área, de volume e outros conceitos, surgiram da prática e atravessaram um longo período de aperfeiçoamento.

Assim, segundo Eves (2004), durante séculos o conhecimento geométrico ficou acorrentado a uma fiel descrição e posterior representação de uma realidade imutável. Mas, pouco a pouco surgia ao lado dessa geometria essencialmente prática uma geometria com caráter de ciência a qual acrescentava aos aspectos pontualmente descritivos características de um conhecimento teórico que vai além de suas aplicações práticas.

Esses aspectos foram levantados como uma tentativa de chamar atenção para certos equívocos, ainda cometidos por alguns professores, apoiando-se na realidade concreta, fazendo uso de evocações ostensivas para apresentar alguns conceitos geométricos, reportando-se, por exemplo, a um dado como sendo um cubo, uma bola como sendo uma esfera, uma caixa de sapato como, um paralelogramo, etc. Quando na verdade são apenas representações que se exploradas adequadamente, podem auxiliar os alunos a vislumbrarem aproximações com as características e as propriedades daqueles objetos matemáticos possibilitando sua classificação e conceituação.

Conforme argumenta D'Amore (2005) o fato da natureza dos objetos matemáticos serem essencialmente abstratos se vem obrigados a servir-se de representações. Assim, como o registro de representação semiótica refere-se à exposição de objetos que não existem na natureza, mas que precisam por questão de comunicação e compreensão serem representados, nada mais natural, do que no ato do ensino explorem-se suas representações semióticas, como por exemplo, no ensino dos sólidos platônicos.

A opção por esses objetos matemáticos foi motivada pela dificuldade e importância para quem os ensinam e estudam, como também pela quantidade de representações semióticas que o mesmo necessita. No que se refere á dificuldade, Fainguelernt e Nunes (2012) afirmam que avaliações nacionais como Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) revelam que são grandes as dificuldades dos alunos em relação à geometria e as maiores dificuldades são enfrentadas no estudo da geometria espacial.

Sendo assim, pretende-se discutir sobre a relevância do uso das representações semióticas no ensino da matemática, no âmbito dos sólidos platônicos, de maneira a denotar o sistema de representação semiótica a eles subjacentes e sua funcionalidade apoiando-se nos aspectos teóricos defendidos por Duval (2009). Além disso, no intento de estabelecer algum tipo de credenciamento a uma possível transferência cognitiva da aprendizagem representacional para a aprendizagem conceitual buscar-se-á apoio na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2002).

2. Os Aspectos teóricos da Semiótica e a Perspectiva Ausubeliana de Aprendizagem

Buscando dar um significado a natureza dos objetos matemáticos, Chaui (2008) argumenta que os entes matemáticos são puras idealidades construídas pelo intelecto ou pelo pensamento humano, que formula um conjunto rigoroso de princípios, regras, normas e operações, para a criação de figuras, números, símbolos, cálculos, etc. Essa construção, segundo os próprios matemáticos, faz com que a matemática deva ser entendida como um discurso ou como uma linguagem que obedece a certos critérios e padrões de funcionamento.

Sobre isso, D'Amore (2005) coloca que a natureza dos objetos matemáticos tem uma essência, muito peculiar, principalmente por três motivos: 1) todo conceito matemático remete a "não-objetos"; 2) todo conceito matemático se vê obrigado a servir-se de representações e 3) em matemática fala-se mais de "objetos matemáticos" que de "conceitos matemáticos".

Reforçando essa ideia Hernández (2002) assinala que a matemática pode ser interpretada como uma linguagem, pois dispõe de um sistema simbólico e notacional, universal, e que se construiu ao longo da história e por meio das representações (simbologias), fazem-se relações às noções abstratas. E em virtude do caráter abstrato dos objetos matemáticos, toda e qualquer atividade em matemática se dá com base em representações.

Coloca ainda que de uma forma geral, a linguagem matemática é formada por um sistema notacional do tipo: *logogramas*, ex: algarismos $(0,1,2\ldots9)$, operatórios $(+, \ , |, \ldots)$ e relacionantes $(<,=,>,\ldots)$; *pictogramas*, ex: ícones geométricos $(\ , \ , \square, \ldots)$; *símbolos de pontuação*, ex: $("()","[\,]","/",\ldots)$ e *símbolos alfabéticos*, ex: $(a,b,x,A, \ , \ \ldots)$. Acrescenta-se a esses, os *termos e expressões típicos* que se encontram na língua falada, ex: agudo, quadrado, plano, total, mais, etc. e a *linguagem gráfico-geométrica*, ex: linguagem de funções e gráficas, representações geométrico-euclidiana, representações de conjuntos, diagramas, etc.

Lembra também, que embora alguns desses símbolos sejam tomados da ortografia normal (*símbolos de pontuação*), letras do alfabeto romano ou grego (*símbolos alfabéticos*) e língua ambiental (*termos e expressões típicos*) são utilizados com finalidade e significado bem diferentes, estando esses reinos (sistema notacional, termos e expressões típicos e linguagem gráfica) submetidos a um estilo particular e formas de proceder típicas do ambiente matemático: concisão, logicidade, precisão, comprovação, etc. que é a *pragmática do sistema*.

Isso significa que o estudo das representações é importante para a atividade cognitiva da matemática, o problema, como se observa, é a grande variedade de registros de representações semióticas para serem utilizadas e o tratamento que nem sempre é o mesmo para todo tipo de representação e a maneira como essas são apresentadas.

Para entender a teoria da semiótica pode-se trazer Nöth (1996) que a define como a ciência dos signos e dos processos significativos tanto na natureza como na cultura, tendo por seu objeto de estudo os sistemas e processos sígnicos, abrangendo todos os tipos de signos, verbais, não-verbais e naturais. Do ponto de vista matemático, Duval, segundo D'Amore (2005, p.55) refere-se a ela como "uma representação realizada por meios de signos". Assim, no que se refere a este estudo, os signos trabalhados serão verbais (termos e expressões típicos empregados aos sólidos platônicos) e não-verbais (gráfico-geométricos – imagens e figuras).

Os signos ou representâmen, na visão triádica de Peirce (2000, p. 46) é "aquilo que, sob certo aspecto ou modo, representa algo para alguém". Já as representações semióticas, Duval (*op. cit*. p.15) coloca que é "o meio de que o individuo dispõe para exteriorizar suas representações mentais, ou seja, para tornarem visíveis ou acessíveis a outro" estabelecendo três atividades cognitivas fundamentais, ligadas a semiose: *formação de uma representação identificável*, *tratamento de uma representação* e *conversão de uma representação.*

Para Duval (2009), a formação de uma representação identificável é a atividade que permite representar de alguma forma certo conjunto de conhecimentos. No qual os atos mais elementares de formação são a designação nominal, a reprodução de seu contorno percebido, a codificação de relações ou de certas propriedades de um movimento. O tratamento é uma transformação de representação interna a um registro, ou seja, é a transformação de uma representação em outra representação dentro de um mesmo registro. Conversão é transformar a representação de um objeto numa representação desse mesmo objeto, num outro registro é uma transformação externa em relação ao registro da representação de partida.

Sobre o papel desses registros de representação semiótica na aprendizagem matemática, Duval (2003 *apud* FLORES, 2006) enfatiza a importância de se trabalhar com dois ou mais registros de representação semiótica e da conversão, fator que para ele é imprescindível para que haja compreensão dos objetos matemáticos no seu ensino.

Para que um conceito neste campo seja compreendido requer, conforme Duval (2009), dois momentos: semiosis e noésis, não havendo noésis sem semiósis. D'Amore (*op. cit*., p.58) lembra que "*semiosis* – é a representação realizada por meio de signos e *noesis* – a aquisição conceitual de um objeto" e para a compreensão de um objeto matemático é necessário que a *noesis* (conceitualização) seja trabalhada por intermédio da *semiosis* (representações).

Para um melhor entendimento do processo cognitivo existente na relação *semiosis-noesis* ou representação-conceitualização, chama-se a atenção que a forma de aprendizagem aqui perseguida é significativa. Muito embora, Moreira (2011) alerta para o fato da aprendizagem mecânica vir sendo mais utilizada pelos alunos e bastante incentivada pelas escolas, o que é muito preocupante, dado que essa aprendizagem é puramente memorística, não requerer compreensão e serve apenas para as provas, sendo logo esquecida.

Contudo, existem várias teorias defensoras da aprendizagem significativa, uma em especial, a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel se tem interesse, por várias razões, mas, principalmente, por ser uma teoria bastante abrangente e, consequentemente, conseguir atender a muitas inquietudes por falar diretamente para professores. Além disso, essa teoria se baseia na suposição de que as pessoas pensam com conceitos e, sendo assim, vivem em um mundo de conceitos em lugar de objetos, acontecimentos e situações. Ausubel (1968, *apud* Moreira e Masini, 2011, p 32) argumenta que cada disciplina tem uma estrutura articulada e hierarquicamente organizada de conceitos que constitui seu sistema de informação, devendo esses conceitos ser identificados e ensinados aos alunos.

Quanto ao papel dos conhecimentos prévios, definidos por Ausubel como *subsunçores*, sua importância e influência se destacam para a aprendizagem significativa, quando ele preconiza que se deve sempre averiguar o que o aluno já sabe, para ensinar de acordo com isso. Em outras palavras, Ausubel aconselha que os professores devam criar situações didáticas com a finalidade de descobrir esses conhecimentos e, ao identificá-los, organizar seus ensinamentos e utilizar recursos e princípios que, possivelmente, possam acioná-los. Sobre isso, Moreira (2006) alerta que essa ideia embora bastante defensável, não é uma tarefa simples e requer esforço e disponibilidade tanto do ensinante quanto do aprendiz.

Quanto à ocorrência da aprendizagem significativa propriamente dita, Moreira (*ibid.*) destaca que, durante esse processo, há uma *interação,* não uma simples associação, no qual conceitos mais relevantes e inclusivos (*subsunçores*), já existentes na estrutura cognitiva do indivíduo, interagem com o novo conhecimento, servindo de *ancoradouro*, incorporando-o e assimilando-o, porém, que, ao mesmo tempo, modifica-se em função dessa ancoragem. Isso significa que a nova informação se integra à estrutura cognitiva de maneira não arbitrária e

Nova informação potencialmente significativa → Relacionada e assimilada por → Conceito subsunçor existente na estrutura cognitiva → Produto interacional

a A A'a'

Fonte: Moreira (2011, p. 166)

não literal, contribuindo para a diferenciação, elaboração e estabilidade dos subsunçores preexistentes e, consequentemente, da própria estrutura cognitiva.

Quanto aos tipos de aprendizagem, Ausubel afirma que há três tipos, a *aprendizagem representacional*, que se trata do tipo mais básico de aprendizagem do qual os demais dependem. O indivíduo relaciona o objeto ao símbolo que o representa, ou seja, os símbolos passam a significar, para o indivíduo, aquilo que seus referentes significam.

A *aprendizagem conceitual* é um tipo complexo de aprendizagem representacional, pois os conceitos representam unidades genéricas ou ideias categóricas e são representados por símbolos particulares, já que representam abstrações dos atributos essenciais dos referentes, isto é, representam regularidades em eventos ou objetos.

A *aprendizagem proposicional* refere-se aos significados expressos por grupos combinados de conceitos que compõem uma proposição ou sentença. A tarefa, no entanto, não é aprender o significado dos conceitos (embora seja pré-requisito) e, sim, o significado das ideias expressas verbalmente, por meio desses conceitos, sob forma de proposição.

Assim, conforme se pode observar, a estrutura cognitiva, considerada por Ausubel como uma estrutura de subsunçores inter-relacionados e hierarquicamente organizados, é dinâmica, caracterizada por dois processos principais: a *diferenciação progressiva* e a *reconciliação integradora*. A *diferenciação progressiva* é um processo de interação e de ancoragem em um subsunçor, em que este também se modifica. Quase sempre presente na *aprendizagem significativa subordinada*, pois os subsunçores estão sendo constantemente elaborados, modificados, adquirindo novos significados, ou seja, progressivamente diferenciados em termos de detalhe e especificidade.

Já a *reconciliação integradora* é um processo mais relacionado com a *aprendizagem significativa superordenada* ou com a combinatória, ideias estabelecidas na estrutura cognitiva podem, no curso de novas aprendizagens, ser reconhecidas como relacionadas. Desse modo, novas informações são adquiridas e elementos existentes na estrutura cognitiva podem se reorganizar e adquirir novos significados, explorando-se relações entre ideias, apontando-se similaridades e diferenças e reconciliar discrepâncias reais ou aparentes.

3. Procedimentos Metodológicos

A pesquisa em questão é bibliográfica, do tipo Análise Teórica, no nível de um estudo crítico, comparativo de obras, teorias ou modelos já existentes, discutidos a partir de um esquema conceitual bem definido (MENDES e TACHIZAWA, 2011). Assim, a partir de um diálogo entre os domínios conceituais da Semiótica e da Aprendizagem Significativa, elaborou-se uma sequência didática, como proposta de ensino para turmas do 9° ano do E.F., sobre os Sólidos Platônicos (Tetraedro, Hexaedro, Octaedro, Dodecaedro, Icosaedro).

Apoiam-se nos processos de formação, tratamento e conversão de representações de tais objetos, na busca de explorar, inicialmente, as ideias gerais e mais inclusivas e progressivamente proporcionar a diferenciação em termos de detalhes e especificidades. Por outro lado, procura-se também chamar a atenção para as semelhanças entre os mesmos e reconciliar inconsistências reais e aparentes. Logo, com base nesses dois princípios cognitivos ausubelianos, a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora, espera-se que a dita sequência possa obter características de um material potencialmente significativo.

3.1 Caracterização Metodológica da Sequência Didática

As etapas que compõem a sequência didática estão caracterizadas pelos objetivos que se almejam alcançar com cada uma delas. Na primeira, pretende-se, através de um questionário diagnóstico individual, composto por 5 perguntas semi-estruturadas, levantar os subsunçores dos alunos acerca das ideias mais gerais sobre os Sólidos Platônicos.

A segunda etapa trata de três atividades didáticas, apresentadas no item quatro deste artigo que serão mediadas pelo professor e realizadas em pequenos grupos e discutidas no grande grupo. Na *Atividade I*, composta por seis situações, utilizam-se representações semióticas verbais e não verbais que não só servem de comunicação, mas são necessárias para o entendimento dos conceitos mais gerais relacionados aos Sólidos Platônicos (figura tridimencional, polígono regular, sólido regular, poliedro, elementos básicos), que podem acionar os possíveis subsunçores levantados ampliando-os e/ou modificando-os. Por exemplo, nos confrontos: arestas e lados, lados e faces, vértices no polígono e vértices no poliedro.

Na *atividade II*, após provocar possíveis interações com os subsunçores dos alunos, investi-se no vocabulário geométrico correto de cada Poliedro Platônico, visualizando seus componentes (vértices, arestas e faces) e reconhecendo características próprias com o apoio da técnica do origami de maneira a relacionar cada signo construído com o seu nome. Alem de que as atividades manuais possuem uma dinâmica que valoriza a descoberta, a conceituação, o raciocínio lógico, a visão espacial e artística, a paciência e a criatividade (RANCAN E GIRAFFA, 2012).

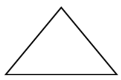
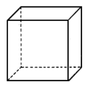
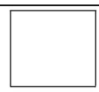
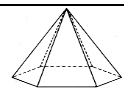
Com a *Atividade III*, pretende-se chamar a atenção para o fato de que alguns poliedros por serem bastante grandes, necessitam da relação de Euler para calcular seus elementos, já que visualmente fica inviável. As duas situações propostas têm por finalidade trazer a conversão de uma representação sem deixar de lado a formação e o tratamento de uma representação. No qual se observará tanto representações do tipo figural quanto algébrica.

A terceira e última etapa refere-se ao momento de avaliação da aprendizagem significativa. Será reaplicado um questionário similar ao diagnóstico, salientando que dependendo do curso das aprendizagens esse questionário poderá sofrer mudanças.

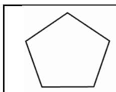
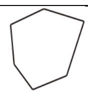
4. Construindo o processo cognitivo semiosis-noesis dos Sólidos Platônicos a luz da Teoria da Aprendizagem Significativa

Atividade I:

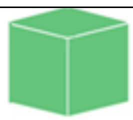
1. Classifique as figuras geométricas abaixo em bidimensional ou tridimensional.

Figuras Geométricas				
Classificação				

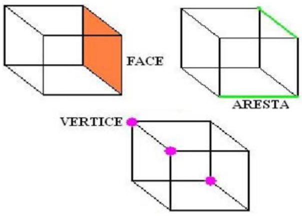
2- Das figuras planas abaixo, qual(s) você acredita ser regular? Explique sua escolha:

 ______________ ______________	 ______________ ______________	 ______________ ______________

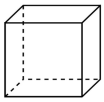
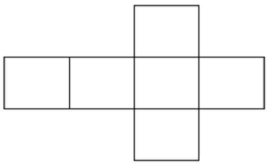
3- Em sua opinião existe algum tipo de relação entre as duas imagens apresentadas abaixo? Em caso afirmativo, tente expressá-la(s) no espaço ao lado:

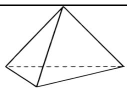
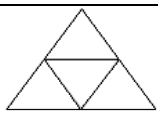
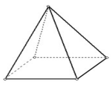
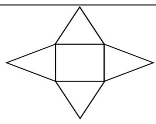
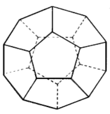
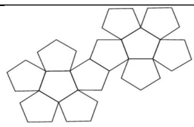
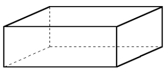
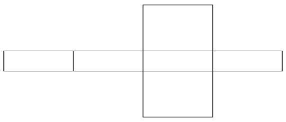
4- Os elementos básicos que compõe os sólidos geométricos, do tipo poliedros, são nomeados segundo a imagem apresentada:



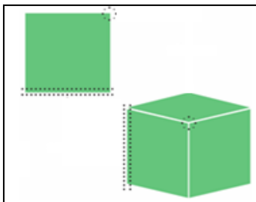
Em posse dessa informação, observe a representação planificada do poliedro abaixo e responda, ao lado, qual a quantidade de cada um desses elementos compõe esse sólido?

5- Observando os poliedros abaixo com suas respectivas planificações identifique quais deles podem ser classificados como platônico. Justifique sua resposta:

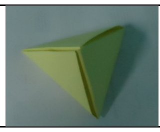
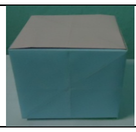
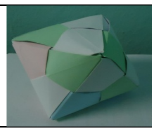
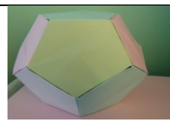
		
		
		
		

6- Alguns elementos básicos nos polígonos e nos poliedros permanecem com o mesmo nome, embora mudem de significado, ou mudam de nome porque receberam um novo significado. Nomeie os elementos pontilhados e demarque semelhanças e diferenças:

	Semelhanças	Diferenças
		

Atividade II:

Conforme se observou na Atividade I, os sólidos platônicos são poliedros interessantes, com características especiais, que chamá-los pelo nome genérico de ‘Poliedros de Platão’ não os ca[illegible] suficiente. Assim construí-los com a ajuda da técnica do origami poderá ajudar a reconhecer as semelhanças (recombinações gerais e aparentes), mas principalmente as diferenças (detalhes distintivos) e a partir disso poder nomeá-los:

	Poliedros de Platão				
Construção com Origami					
Identifique semelhanças entre eles					
Identifique diferenças entre eles					
Nome					

Atividade III

1- Determine o número de arestas do poliedro representado abaixo, sabendo que ele possui 20 faces e 12 vertices e em seguida o identifique nomeando-o:

Uma tentativa de responder esta questão, seria determinar visualmente o número de arestas, o que seria exaustivo. Outra possibilidade, é considerar uma das propriedades que os Poliedros de Platão admitem que é o de obedecer a relação de Euler, isto é, o número de vértice somado com o número de faces e subtraído pelo número de arestas será sempre igual a 2 ($V+F-A=2$).

2- Um poliedro de Platão tem 8 faces triangulares. Qual o número de arestas e de vértices deste poliedro e qual é o seu nome?

5. Considerações Finais

Muitas foram às inquietudes que impulsionaram a realização da pesquisa em pauta, as quais já se fizeram registradas na introdução deste texto. Contudo, dentre elas, a mais importante é provocar nos professores uma reflexão sobre a maneira como está sendo apresentado o conteúdo dos Sólidos Platônicos, considerando que os resultados desse ensino tem se mostrado, por vezes, insatisfatórios.

Não se trata de fazer do professor o vilão pelo baixo rendimento escolar nesse tema, configurando-se numa ação perversa de sua parte. Todavia, é necessário entender que há um sistema semiótico que é suporte e, ao mesmo tempo, é parte constitutiva do conhecimento

ISSN 2178-034X

matemático, por isso é perfeitamente defensável que haja uma conveniência didática em priorizar no seu ensino atividades que favoreçam os processos cognitivos de formação, tratamento e conversão de representações para compreensão adequada dos objetos matemáticos, principalmente aqueles que detêm uma grande variedade de registros como é o caso dos Sólidos Platônicos.

Entretanto, contrariando essa lógica, investe-se em práticas que privilegiam a memorização, em detrimento da compreensão, que quando muito fazem uma simples associação da representação ao nome do Poliedro Platônico, transformando os alunos em meros repetidores.

Como forma de se evitar tal ocorrência, é preciso primeiro acreditar que se pode e que se deve aprender esse conteúdo, assim como qualquer outro conhecimento matemático, de forma significativa e para isso é necessário compreender como se dá a dinâmica atividade cognitiva durante a aprendizagem significativa. No caso específico, consideram-se os processos cognitivos ausubelianos da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora que podem ocorrer na transferência da aprendizagem significativa representacional para a aprendizagem significativa conceitual.

Mediante isso, parece lógico que as atividades didáticas busquem provocar ora diferenciações, ora reconciliações de ideias e assim poder coseguir, por exemplo, identificar um tetraedro em meio a um grupo de sólidos ou mesmo de outros Poliedros Platônicos de maneira a reconhecer suas propriedades e características, possuindo inclusive uma visão plana de um objeto sólido e vice-versa.

Logo, na concepção das autoras desde trabalho, ao seguir tais pressupostos, a sequência didática que ora se apresentou pode ser credenciada como um possível material potencialmente significativo para o ensino dos Sólidos Platônicos para ser aplicado em turmas do 9º ano do Ensino Fundamental.

6. Referências

AUSUBEL, D. P. **Adquisición y retención del conocimiento una perspectiva cognitiva**. Barcelona: Paidós, 2002.

AUSUBEL, D. P. Educational psychology: A cognitive view, 1968. In: MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. 3ª reimpressão. São Paulo: Centauro, 2011.

ARAÚJO, L. S. **Investigações geométricas e poliedros de Platão: um estudo sobre a influência do material concreto.** 2012. 68 f. Monografia (Especialização em Educação matemática). Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande, 2012.

CHAUÍ, M. **Convite à filosofia**. 13ª ed. São Paulo: Ática, 2008.

D'AMORE, B. **Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática**. Barcelona: EDITORIAL REVERTÉ, 2005.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano.** Editora: Livraria da Física. C. contextos da ciência. Edição: 1/2009. Tradução: Lênio Abreu Farias e Marisa Rosâni Abreu da Silveira.

DUVAL, R. **Registros de representações semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In: Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. Organização de Silvia Dias Alcântara Machado, p.11- 33. Campinas, São Paulo: Papirus, 2003.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Campinas SP, Unicamp, 2004.

FAINGUELERNT, E. K., NUNES, K. R. **A. Matemática práticas pedagógicas para Ensin o Médio**. Porto Alegre: Penso, 2012.

FLORES, C. R. **Registros de representação semiótica em matemática: história, epistemologia, aprendizagem.** Bolema, Rio Claro (SP), Ano 19, nº 26, 2006, pp.77 a 102.

HERNÁNDEZ, A. M. **La construcción del lenguaje matemático**. Serie Didáctica de las matemáticas. Barcelona: Editorial GRAÓ, 2002.

MOREIRA, M. A. A **teoria da aprendizagem significativa e suas implementação em sala de aula**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2006.

______________. **Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. 3ª reimpressão. São Paulo: Centauro, 2011.

NÖTH, W. **A Semiótica no século XX**, São Paulo, Annablume, 1996.

PEIRCE, C. S. **Semiótica**. 3.ª ed. São Paulo: Perspectiva, 2000.

RANCAN, G.; GIRAFFA, L. M. M. **Geometria com Origami: incentivando futurosprofessores.** IX ANPED SUL Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul. 2012.

RIBNIKOV, K. **História de las Matemáticas**. Madrid: Librería Rubiños, 1991.

MENDES, G.; TACHIZAWA, T. **Como fazer monografia na prática**. 5ª reimpressão. Rio de Janeiro: Fundação Getúlio Vargas, 2011.