

## EXPLORANDO CONSTRUÇÕES DOS SÓLIDOS REGULARES NO SOFTWARE GEOGEBRA

*Wesley Djordan Filus*  
UNESPAR – Campus União da Vitória  
wesleydjordan@gmail.com

*Emanuelli Pereira*  
UNESPAR – Campus União da Vitória  
emanueliw@gmail.com

### RESUMO

Este trabalho tem por objetivo apresentar uma atividade formulada a partir de construções utilizando o *software* educacional GeoGebra. Neste *software*, em uma de suas atualizações foi inserida a Janela de Visualização 3D que permite a construção e visualização dos sólidos geométricos. Visto que se trata de um *software* livre e acessível a professores e alunos, neste texto apresentaremos os resultados de um trabalho de conclusão de curso de Licenciatura em Matemática, em que, por meio da exploração do referido *software* foram obtidas animações dos Sólidos Geométricos Regulares formados por Pirâmides. Além disso, é apresentada uma tarefa que envolve o ensino de conceitos de Geometria Espacial, em que os alunos podem investigar conceitos matemáticos por meio das construções feitas no *software* GeoGebra, ao explorar conceitos matemáticos e apresentar soluções à tarefa proposta.

**Palavras chave:** Mídias Tecnológicas; Sólidos Regulares; *Software* GeoGebra.

### 1. Introdução

Atualmente, um grande desafio no ensino da Matemática é desmistificar algumas ideias que muitas pessoas têm de que ela está pronta e acabada, que só gênios são capazes de entendê-la e, que é feita para poucos. Sejam pelos meios de comunicação ou pelo ambiente que o aluno está inserido estas ideias podem influenciar na sua forma de pensar a matemática (SILVEIRA, 2002).

Este desafio, ainda presente nas salas de aula, é um dos problemas enfrentados pelos professores. No entanto, mesmo em meio às dificuldades, buscam-se formas de superá-las. A utilização das tecnologias em sala de aula pode ser uma destas formas de romper com conceitos errôneos acerca da Matemática, que podem dificultar a aprendizagem dessa disciplina. No que se refere ao ensino de Geometria, a utilização de recurso tecnológico pode despertar maior interesse pelas tarefas propostas, além de possibilitar a visualização, que será abordado neste trabalho.

A proposta do uso de softwares de geometria dinâmica, no processo de ensino aprendizagem em geometria pode contribuir em muitos fatores, especificamente no que tange à visualização geométrica. A habilidade de visualizar pode ser desenvolvida, à medida que se

forneça ao aluno materiais de apoio didático baseados em elementos concretos representativos do objeto geométrico em estudo. (NASCIMENTO, 2012, p. 3).

As tendências em Educação Matemática, previstas nas Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (2008), apresentam-se como alternativas para melhorar o ensino desta disciplina. Neste documento podemos destacar a utilização das Mídias Tecnológicas, a fim de possibilitar ao aluno construir o conhecimento matemático.

Assim, este texto é um estudo teórico em que, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 69), o pesquisador “não utiliza dados e fatos empíricos para validar uma tese ou ponto de vista, mas a construção de uma rede de conceitos e argumentos desenvolvidos com rigor e coerência lógica”. Dessa forma, desenvolveu-se esta proposta com o intuito de relacionar o ensino de Geometria com o uso de mídias tecnológicas. Objetivamos que se formem interpretações sobre o conteúdo proposto de maneira a despertar no aluno o senso crítico e intuitivo a respeito da aprendizagem da geometria.

Além disso, possibilitou refletir sobre as ações tanto do professor quanto do aluno, que realizarão as construções apresentadas no trabalho. As tarefas propostas foram pensadas levando em consideração o referencial teórico sobre as mídias tecnológicas, as reflexões proporcionadas durante a graduação e experiências publicadas em outros trabalhos.

São apresentadas, primeiramente, considerações teóricas sobre as Mídias Tecnológicas e o *software* GeoGebra. Em seguida as construções dos sólidos geométricos no *software* GeoGebra. Após, a tarefa que poderá ser desenvolvida utilizando as construções no *software*. Por fim, as considerações em que se destaca a importância de pensar em alternativas para as aulas de Matemática, com o intuito de melhorar o processo de ensino e aprendizagem.

## 2. Mídias Tecnológicas e o software GeoGebra

Trazer as mídias tecnológicas para dentro de sala de aula, faz com que a batalha desleal entre os atrativos dos aparelhos que os alunos possuem e as formas como estes adquirem informação possam ser direcionadas para aquilo que o professor planeja para sua aula.

Nesse entendimento, salienta-se que o uso das tecnologias educacionais, pode ser um atrativo para os alunos, poderá facilitar a aprendizagem. Para Ramos (2012, p. 6) tecnologias

educacionais são os “processos e métodos que utilizam meios digitais e demais recursos como ferramentas de apoio aplicadas ao ensino, com a possibilidade de atuar de forma metódica entre quem ensina e quem aprende”.

Esta possibilidade em sala de aula pode levar os alunos a querer saber mais sobre aquilo que o professor está propondo, devido à interação entre o aluno e o aparelho ou *software*. Nas Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (DCE, 2008), consta que os processos pedagógicos devem levar o aluno a analisar, formular conjecturas, encontrar regularidades e conseguir explicar por meio de uma linguagem apropriada seus resultados.

Sendo assim, entende-se que é importante desenvolver formas de fazer com que o aluno não perceba a matemática como uma ciência pronta e acabada, mas como uma atividade humana, construída historicamente. Isso pode ser feito por meio de atividades em que o aluno seja convidado a participar no processo de construção do conhecimento, priorizando o dinamismo e a criatividade. Com relação ao ensino de Geometria, as Mídias Tecnológicas podem ser empregadas neste contexto para que o aluno torne-se agente de seu próprio conhecimento.

Levando-se em consideração as aplicações dos softwares em sala de aula, a utilização desta mídia tecnológica requer planejamento por parte dos professores. É função do professor analisar como será aplicado em sala de aula. Para D’Ambrósio (2002), muitos profissionais ainda apresentam algum receio quanto à inserção das tecnologias em sala de aula, sendo um equívoco, pois a disponibilidade e incorporação das tecnologias nas aulas são fundamentais para tornar a matemática uma ciência de hoje.

Sobre o *software* GeoGebra, a sua utilização em sala de aula, possibilita ao aluno realizar testes que antes eram feitos utilizando régua, compasso e esquadro. No entanto, não havia a garantia de que se o aluno alterasse as medidas as propriedades iniciais estariam mantidas, no GeoGebra isso é garantido pela própria característica de ser um *software* de geometria dinâmico (NASCIMENTO, 2012).

O GeoGebra é um *software* de matemática dinâmico, criado em 2001 pelo professor Markus Hohenwarter. Este *software* é gratuito e reúne recursos de geometria, álgebra e cálculo. Está disponível para download na internet, sendo compatível com os diferentes sistemas operacionais. Este programa possui uma série de comandos que possibilitam diversas

construções. Neste caso, possibilitou a construção dos Sólidos Geométricos e a visualização da planificação dos sólidos de Platão, já que possui a janela de visualização 3D.

A utilização de um *software* educacional neste trabalho torna-se uma ferramenta para que os alunos consigam investigar, por meio do que construíram, possibilitando manipular tais construções e, realizar aquilo que o professor propõe. É um material de apoio a professores que tenham interesse em utilizar o que é apresentado.

São várias as razões que levaram à escolha do *software* GeoGebra para ser utilizado nesta proposta de ensino, principalmente a facilidade no acesso ao *software* na rede pública de ensino do estado do Paraná e, além disso, este é um *software* gratuito e que possibilita ao aluno a visualização e manipulação de figuras geométricas durante a aula.

A partir disso, são apresentadas as construções dos sólidos e a sugestão de atividade para ser aplicada em sala de aula.

### 3. Construção no *software* GeoGebra

Tais construções poderão ser feitas pelos alunos ou fornecidas prontas para que manipulem, investiguem e respondam as questões propostas na tarefa. Borges e Frota (2004) ressaltam a importância de incorporar tecnologias mudando a forma de fazer e o pensar matemático, acreditando que estes instrumentos podem ser potentes ferramentas de ensino de Matemática. Os autores chamam de “matematizar a tecnologia”.

Ressalta-se que todas as construções podem ser realizadas em uma mesma janela de visualização ou realizá-las em diferentes janelas. A construção no *software* poderá despertar no aluno a curiosidade em saber como o programa procede para fornecer o resultado observado na tela.

As construções referentes aos sólidos geométricos e suas planificações, que serão descritas, foram feitas baseadas em construções prontas disponíveis no site do GeoGebra <https://www.geogebra.org/>. E as construções em que os sólidos são compostos de pirâmides e suas animações são resultados de testes realizados no *software* pelo autor.

Com as informações que serão apresentadas nesta seção espera-se como resultado no *software* GeoGebra, animações em movimento de abre e fecha como representadas na figura 1:

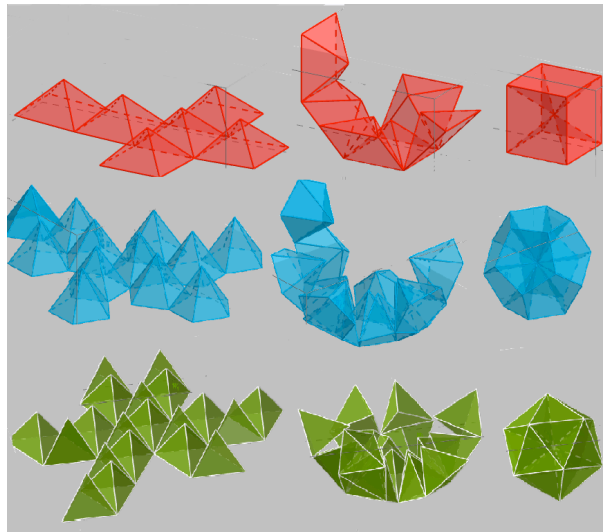


Figura 1: Animações nos sólidos Regulares  
Fonte: O autor.

Para alcançar o resultado apresentado, é necessário construir o Cubo, o Dodecaedro e o Icosaedro no GeoGebra. Construídos estes sólidos deve-se construir um controle deslizante com mínimo em 0, máximo 1 e incremento 0.01 ou menos. Este controle deslizante será utilizado para fazer com que a planificação apresente-se em um movimento de abre e fecha. Quando aberto, forma a planificação do Sólido e, quando fechado, forma o Sólido planificado.

Para a planificação dos sólidos utilizando o comando `Planificação[<Poliedro>,<Número>]`, troca-se a palavra Poliedro pelo nome do sólido e a palavra Número pelo nome do controle deslizante.

Ao ligar dois vértices opostos, encontra-se o centro do Sólido Regular e, medindo a distância entre o centro do sólido e o baricentro da figura da face, obtém-se a altura das pirâmides a serem construídas nas figuras que compõem a planificação do sólido.

Ao construir as pirâmides e animar o controle deslizante previamente construído, pode-se observar que as pirâmides se encontrarão no ponto central do sólido e, quando isso ocorrer, a união das pirâmides formarão os Sólidos, assim como ilustrado anteriormente.

Para o Octaedro, a construção das pirâmides deverá ser realizada utilizando as planificações de dois cubos construídos lado a lado, sendo as planificações articuladas a um

mesmo controle deslizante e escolhendo como base das pirâmides as figuras que estão indicadas na figura 2:

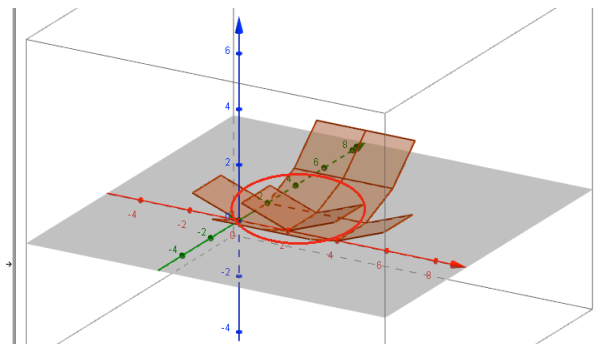


Figura 2: Bases a serem escolhidas para a construção do Octaedro.  
Fonte: O autor.

A altura da pirâmide poderá ser obtida com o mesmo processo para obtenção desta medida utilizado nos sólidos anteriores. Ao animar o controle deslizante as bases se encontrarão e formarão o Octaedro Regular, conforme a figura 3:

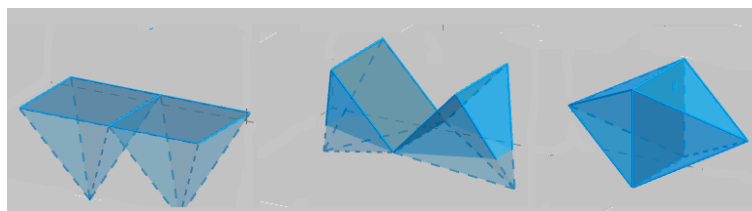


Figura 3: Formação do Octaedro.  
Fonte 1: O autor.

As construções poderão ser utilizadas em sala de aula após serem trabalhados os conceitos de pirâmides. Com base nesses conceitos os alunos poderão utilizar as animações para encontrar a generalização para o cálculo do volume dos sólidos. Para o Tetraedro os alunos podem explorar a construção do próprio sólido, sendo desnecessário construir as animações feitas para os demais sólidos regulares.

#### 4. Descrição da tarefa

Com base nas construções realizadas no *software* GeoGebra, apresenta-se a seguir uma tarefa que poderá ser utilizada para ensinar os conceitos de volume dos Sólidos Regulares.

Para que os alunos consigam deduzir a fórmula do volume dos sólidos, o professor deverá rever alguns conceitos sobre pirâmides, com ênfase no cálculo do volume. Os alunos deverão utilizar a fórmula do cálculo do volume da Pirâmide e generalizar o cálculo do volume dos sólidos geométricos regulares.

Em tal tarefa, espera-se que os alunos percebam que podem calcular o volume do sólido somando os volumes das pirâmides que os compõe na construção. Para tanto, o aluno poderá calcular o volume utilizando o comando no próprio *software*. Porém, o professor poderá questionar o aluno de como este comando calcula tal valor, levando-o a utilizar a informação da fórmula do cálculo da pirâmide.

Segue sugestão da tarefa no quadro 1:

Quadro 1: Sugestão de Tarefa

### **Tarefa: volume dos sólidos**

Considerando que o volume da Pirâmide é dado por:

$$v_{\text{Pirâmide}} = \frac{\text{área da base} \times \text{altura}}{3}$$

- 1) Com base construções do Tetraedro, Cubo, Octaedro, Dodecaedro e Icosaedro. Encontre as fórmulas para calcular o volume de cada um dos sólidos geométricos regulares:

Fonte: O autor.

Salienta-se que para encontrar a resposta da tarefa proposta é importante que os alunos tenham autonomia para decidir suas estratégias. No entanto, o professor, no planejamento de sua aula, pode pensar em possíveis estratégias que os alunos poderão utilizar para resolução, a fim de facilitar a orientação em sala de aula.

Uma possível estratégia por parte dos alunos para deduzir as fórmulas dos cálculos dos volumes, é testar para diferentes medidas de aresta. Contudo, é importante incentivar os alunos a apresentarem a fórmula para a generalização, questionando-os se, com o resultado apresentado, é possível calcular para qualquer medida da aresta.

É necessário os alunos perceberem que ao multiplicarem o valor do volume de uma pirâmide pela quantidade de pirâmides, tem-se como resultado o volume do sólido. Com isso, multiplicando a fórmula do cálculo do volume da pirâmide pela quantidade de pirâmides da construção, obtém-se a generalização para o cálculo do volume do sólido geométrico. Logo, espera-se que os alunos apresentem seus resultados próximos aos do quadro 2:

Quadro 2: Possível Resultado

CUBO	$V = 6 \times \left(\frac{AB \times H}{3}\right)$	$V = 2 \times (AB \times H)$
OCTAEDRO	$V = 2 \times \left(\frac{AB \times H}{3}\right)$	$V = \frac{2 \times (AB \times H)}{3}$
DODECAEDRO	$V = 12 \times \left(\frac{AB \times H}{3}\right)$	$V = 4 \times (AB \times H)$
ICOSAEDRO	$V = 20 \times \left(\frac{AB \times H}{3}\right)$	$V = \frac{20 \times (AB \times H)}{3}$

Fonte: O autor.

Sendo AB a área da base e H a altura da pirâmide.

Ressalta-se que as construções feitas no *software* GeoGebra permitem a visualização dos sólidos geométricos em seus vários aspectos. Além disso, a tarefa apresentada possibilita aos alunos analisar, formular conjecturas, encontrar regularidades e conseguir explicar por meio de uma linguagem apropriada seus resultados, conforme previsto nas Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (DCE, 2008).

## 5. Considerações finais

A tarefa apresentada na seção anterior é uma sugestão para a utilização das construções dos sólidos geométricos. Porém, o professor deve ter autonomia para decidir quanto à melhor forma de explorá-las em sala de aula. Tal tarefa foi pensada com o intuito de deixar de lado um ensino pautado apenas na repetição e na memorização de fórmulas e técnicas.

Por meio das construções dos sólidos geométricos e do desenvolvimento da tarefa proposta, espera-se que os alunos possam desenvolver sua percepção espacial, compreender as representações bidimensionais e tridimensionais dos sólidos e encontrar uma lei que possa ser utilizada para calcular o volume de sólidos regulares. Nesse sentido, a realização das construções dos sólidos, bem como a resolução da tarefa pode contribuir para que o aluno



torne-se sujeito ativo na construção de seu conhecimento, tendo em vista que ele irá explorar as figuras geométricas, bem como realizar uma investigação para encontrar a lei para calcular o volume dos sólidos.

Salienta-se ainda, que essa proposta evidencia a necessidade em levar para a sala de aula uma forma de ensino que convida os alunos a participarem ativamente. Contudo, será necessário ao futuro professor, ou ao profissional que já atua em sala de aula, buscar sair de sua zona de conforto, arriscar e modificar sua forma de ministrar aulas.

Finalmente, destacamos que a descrição das construções e a reflexão sobre as novas possibilidades de utilização dos comandos do *software* GeoGebra, permitem maior compreensão deste programa educacional e da sua utilização em sala de aula. Visto que, para ensinar por este meio, o profissional deve ter familiaridade com esta ferramenta. Portanto, este trabalho serve de subsídio a professores que queiram utilizar a mídia tecnológica em sala de aula.

## 6. Referências

BORGES, Oto N.; FROTA, M. C. R. **Perfis de Entendimento sobre o Uso de Tecnologias na Educação Matemática**. In: Anais da 27<sup>a</sup> reunião da Anped. Caxambu, 2004.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 9ed. Coleção Perspectivas em Educação Matemática. Campinas: Papirus, 2002.

FIORENTINI, D; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP:Autores associados, 2006.

NASCIMENTO, E. G. A. do. **Avaliação do uso do software GeoGebra no ensino de Geometria: reflexão da prática na escola**. In: Conferencia Latinoamericana de GeoGebra, 2012, Uruguai. Disponível em: < [www.geogebra.org/uy/2012/actas/67.pdf](http://www.geogebra.org/uy/2012/actas/67.pdf)>. [Acesso em: 14 mar. 2016];

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica: Matemática**. Secretária do Estado da Educação do Paraná. 2008.

RAMOS, M. R. V. **O uso de tecnologias em sala de aula**. In: Revista Eletrônica: LENPES-PIBID de Ciências Sociais, Londrina, n 2, vol. 1, 2012. Disponível em : <<http://www.uel.br/revistas/lenpespibid/pages/arquivos/2%20Edicao/MARCIO%20RAMOS%20-%20ORIENT%20PROF%20ANGELA.pdf>>. [Acesso em: 27 mar. 2016].

SILVEIRA, M. R. A. da. **“Matemática é Difícil”**: Um Sentido Pré-construído Evidenciado na Fala dos Alunos. In: Anais AMPED, Minas Gerais, 2002. Disponível em: <[http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo\\_producoes/docs\\_25/matematica.pdf](http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_25/matematica.pdf)>. [Acesso em: 10 out. 2015].