DEFINIÇÃO CLÁSSICA E DEFINIÇÃO FREQUENTISTA DE PROBABILIDADE: UMA ABORDAGEM EM SALA DE AULA

Polion Barboza de Souza e Silva Pereira
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
brasilpolion@gmail.com

Geovana Ferreira do Nascimento
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
geovanaf1997@gmail.com

Gabriel de Amaral Sibo
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
sibogabriel@gmail.com

Amari Goulart
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
moivre2@yahoo.com.br

Resumo:
Este relato de experiência tem por objetivo apresentar uma experiência relativa ao estudo das definições clássica e frequentista de probabilidade no Ensino Médio. Tal atividade foi desenvolvida por bolsistas do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, *Campus* São Paulo. A aplicação desta atividade ocorreu no dia 05 de novembro de 2015 em uma Escola Pública Estadual na cidade de São Paulo para uma turma do 2º ano do Ensino Médio. Foi incentivada a participação efetiva dos alunos durante o desenvolvimento das atividades com o objetivo de desenvolver os conceitos teóricos com relação ao tema. Relacionar o estudo teórico da probabilidade com o cotidiano do aluno possibilitou observar que a contextualização é uma ferramenta necessária para o estudo de matemática na Educação Básica.
Palavras-chave: Educação Básica; Probabilidade; Definição Clássica; Definição Frequentista; Educação.

1. Introdução

A formação básica em probabilidade é indispensável ao cidadão nos dias atuais, porque a sociedade contemporânea requer do indivíduo, competências e habilidades que permitam uma ampla leitura da realidade e capacidade de intervenções sociais conforme apontam os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

De acordo com estes documentos, o ensino de probabilidade tem por finalidade de que:

> [...] o aluno compreenda de que muitos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que podem identificar

> resultados desses acontecimentos e até estimar o grau da possibilidade acerca do resultado de cada um deles. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser explorados na escola, em situações em que o aluno realiza experimentos e observa eventos [...] (BRASIL, 1998, p. 52)

A Teoria das Probabilidades é o ramo da Matemática que estuda e desenvolve modelos que podem ser utilizados para estudar experimentos ou fenômenos aleatórios. Magalhães e Lima (2005) denominam de experimentos ou fenômenos aleatórios "à situação ou acontecimento cujos resultados não podem ser previstos com certeza" (MAGALHÃES e LIMA, 2005, p. 37).

Embora o fato de não podermos prever com certeza os resultados de um experimento ou fenômeno aleatório, podemos determinar todos os seus resultados possíveis. Ao conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento ou fenômeno aleatório, Magalhães e Lima (2005), o denomina de Espaço Amostral e ele é representado pela letra grega Ω (ômega).

Os subconjuntos de Ω são denominados, por Magalhães e Lima (2005), de eventos e eles são representados pelas letras latinas maiúsculas A, B, C, etc. E são aos eventos que atribuímos uma Probabilidade.

Atualmente, existem cinco visões ou definições de Probabilidade (Clássica, frequentista, geométrica, subjetiva e axiomática). Neste trabalho, nos limitaremos a duas dessas visões, a visão clássica e a visão frequentista.

A visão clássica ou Laplaciana é definida por Dantas (2004) da seguinte maneira:

> Consideremos um espaço amostral S com N eventos simples, que suporemos igualmente possíveis. Seja A um evento de S composto de m eventos simples. A probabilidade de A, que denotaremos por P(A), é definida por:
>
> $$P(A) = \frac{m}{N}$$
>
> (DANTAS, 2004, p.25)

Por outro lado, a visão frequentista ou Estatística é definida por Rényi apud Coutinho (2001) da seguinte maneira:

> Chamaremos probabilidade de um evento o número ao redor do qual oscila a frequência relativa do evento considerado [...]. Consideramos então a probabilidade como um valor independente do observador, que indique aproximadamente com qual freqüência o evento considerado se produzirá ao longo de uma série de repetições do experimento. (RÉNYI, 1996, p. 25-26, apud COUTINHO, 2001, p.38).

O objetivo deste relato de experiência é abordar simultaneamente os conceitos referentes às definições, clássica e frequentista, de probabilidade.

A finalidade de desenvolvermos uma atividade que aborda as definições, clássica e frequentista de probabilidade, deve-se ao fato de que algumas pesquisas já apontam à necessidade de se trabalhar simultaneamente ambas as definições. De acordo com Coutinho (2002),

> Este enfoque permite a confrontação dos dois principais pontos de vista quando definimos uma probabilidade: o ponto de vista clássico ou laplaciano e o ponto de vista frequentista. Nestas condições, a construção do conceito pelo aluno é feita de forma a que ele tenha menos possibilidades de mobilizá-los fora do seu domínio de validade, ou seja, com menos possibilidades de que este conceito torne-se um obstáculo para aprendizados futuros no domínio do Cálculo de Probabilidades. (COUTINHO, 2002, p.9)

2. Desenvolvimento

A aplicação da atividade ocorreu no dia 05 de novembro de 2015 em uma Escola Pública Estadual na cidade de São Paulo, para a turma do 2º ano do Ensino Médio. A atividade foi desenvolvida pelo docente desta turma em parceria com os bolsistas do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, *Campus* São Paulo.

Para o desenvolvimento das atividades, os alunos foram agrupados em duplas, e cada dupla recebeu os seguintes materiais: dois dados idênticos e uma tabela para anotar os resultados obtidos.

Figura 1 – Exemplo da tabela fornecida para ser preenchida pelos alunos

Tomamos como experimento aleatório o lançamento consecutivo de dois dados e a soma dos valores de suas respectivas faces. Calcule a sua probabilidade de D1+D2 > 6		
Número de lançamentos	**Resultado**	**Frequência Acumulada**
1		
2		
3		
4		
5		
6		
⋮	⋮	⋮
46		
47		
48		
49		
50		

Em seguida, os alunos foram orientados a lançar simultaneamente os dois dados e observar os resultados nas faces voltadas para cima, e em seguida, eles foram orientados a somar os resultados obtidos. De posse da soma dos resultados obtidos, eles foram orientados a preencher a tabela da seguinte forma: Se a soma dos resultados das faces voltadas para cima fosse maior do que seis, eles deveriam preencher a coluna "resultado" da tabela com o número 1, caso contrário eles deveriam preenchê-la com o número 0.

Na coluna denominada frequência acumulada os alunos foram orientados a somar a quantidade de "uns" que já tinham obtido até aquele determinado número de lançamento. A figura 2 apresenta os resultados obtidos por uma das duplas.

Figura 2 – Exemplo de uma tabela preenchida por uma das duplas

Tomamos como experimento aleatório o lançamento consecutivo de dois dados e a soma dos valores de suas respectivas faces. Calcule a sua probabilidade de D1+D2 > 6					
Número de lançamentos	**Resultado**	**Frequência Acumulada**	**Número de lançamentos**	**Resultado**	**Frequência Acumulada**
1	0	0	26	0	15
2	1	1	27	1	16
3	1	2	28	0	16
4	0	2	29	0	16
5	1	3	30	1	17
6	1	4	31	1	18
7	0	4	32	1	19
8	0	4	33	1	20
9	0	4	34	0	20
10	0	4	35	0	20
11	1	5	36	1	21
12	1	6	37	0	21
13	1	7	38	0	21
14	0	7	39	1	22
15	1	8	40	1	23
16	1	9	41	1	24
17	0	9	42	1	25
18	0	9	43	1	26
19	0	9	44	0	26
20	1	10	45	0	26
21	1	11	46	0	26
22	1	12	47	1	27
23	1	13	48	0	27
24	1	14	49	1	28
25	1	15	50	0	28

Após o preenchimento das tabelas por todas as duplas, os resultados coletados foram compilados em uma única tabela utilizando o software Excel. Na figura 3 apresentamos os resultados compilados em uma única tabela, dos resultados obtidos por todas as duplas.

Figura 3 – Tabela preenchida com os resultados de todas as duplas

Número de Lançamentos	Se D1+D2>6 = 1; Se D1+D2≤6 = 0	Freq. Relativa de 10 em 10	Freq. Acumulada	Freq. Ac. Relativa
1	1			
2	1			
3	0			
4	1			
5	0			
6	0			
7	0			
8	0			
9	0			
10	1	4	4	0.4
11	1			
12	0			
13	0			
14	1			
15	1			
16	0			
17	1			
18	1			
19	1			
20	1	7	11	0.55
...	...	...	...	...
601	1			
602	1			
603	0			
604	0			
605	0			
606	0			
607	1			
608	0			
609	0			
610	1	4	355	0.58

Os dados foram inseridos na tabela de relação de resultados e frequências em que foi percebido que a frequência do resultado da soma das faces superiores de dois dados serem maior que seis tendia a 0,58 ou 58% .

Após o término desta atividade foi solicitado aos alunos que resolvessem o problema proposto (figura 1) através da definição clássica de probabilidade. Esperava-se que os alunos construíssem uma figura similar a apresentada abaixo e fizessem uma análise próxima da que descreveremos após a figura 4.

ISSN 2178-034X

Figura 4 – Combinações possíveis do lançamento de dois dados

(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)	(1;6)
(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)	(2;5)	(2;6)
(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)	(3;6)
(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)	(4;5)	(4;6)
(5;1)	(5;2)	(5;3)	(5;4)	(5;5)	(5;6)
(6;1)	(6;2)	(6;3)	(6;4)	(6;5)	(6;6)
D1+D2 > 6					

Ao analisarmos a figura 4, observamos que, o número de combinações possíveis obtidas a partir do lançamento simultâneo de dois dados é 36. Destas 36 combinações possíveis, observamos que, em 21 delas a soma dos resultados das faces voltadas para cima é maior do que seis, assim, aplicando a definição clássica de probabilidade mostramos que a probabilidade de se obter este resultado é de aproximadamente 58%, cálculo este que apresentamos abaixo.

$(D1 + D2) > 6 \rightarrow$ 21 combinações

$(D1 + D2) \leq 6 \rightarrow$ 15 combinações

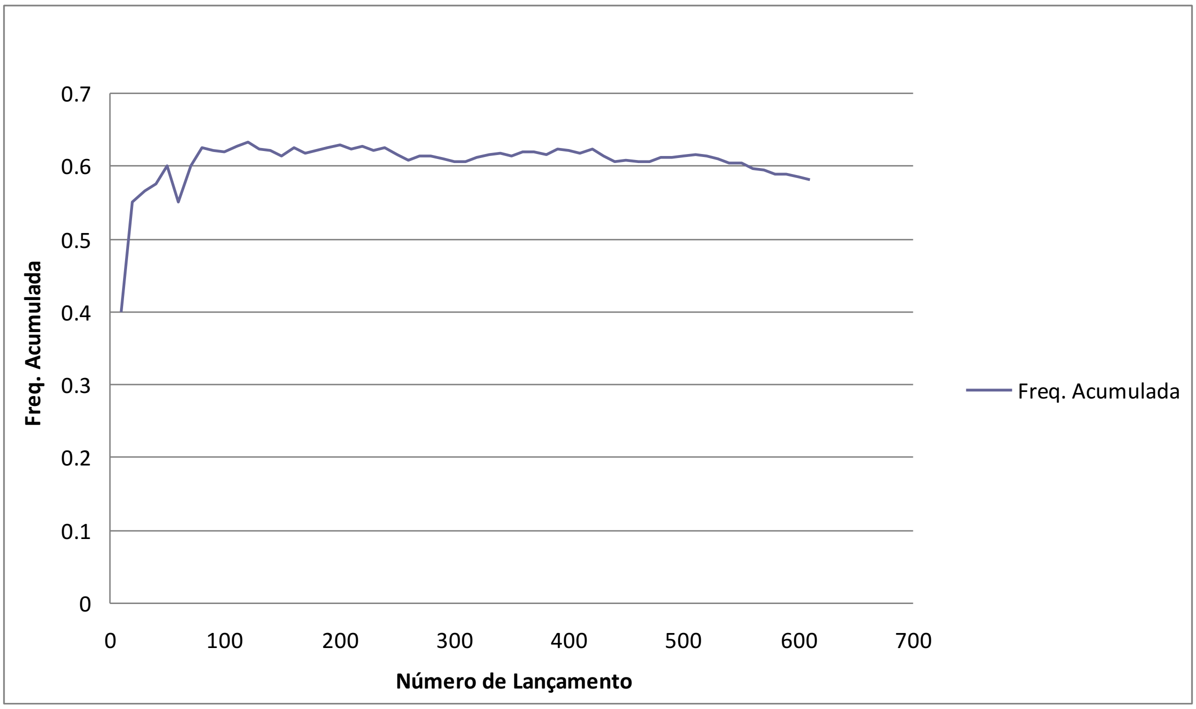
Total de combinações possíveis: 36 combinações

A probabilidade de que D1 + D2 seja maior do que seis é dada por $P(A) = \frac{n(A)}{n(\ \ )} = \frac{21}{36} \quad 0{,}58 = 58\%$.

Analisando os resultados obtidos pelas duplas de alunos percebemos que, em geral, os alunos relacionaram a definição clássica com a definição frequentista, conforme nos aponta o depoimento da dupla A. "*Esta atividade foi uma forma dinâmica de aprender, nós gostamos principalmente de brincar com os dados. Percebemos que houve a comparação de probabilidade simples com a frequentista*."

De acordo com a fala dos alunos, inferimos que, houve uma compreensão entre as definições clássica e frequentista de probabilidade, porque os alunos perceberam que ambos os resultados eram semelhantes. Assim, eles puderam observar que os resultados da probabilidade frequentista (figura 5) tendem aos resultados da probabilidade clássica.

Figura 5 – Gráfico dos resultados da probabilidade frequentista quando D1+D2 > 6



3. Resultados Observados

Os resultados observados no desenvolvimento desta atividade foram os seguintes:

- a percepção do aluno em relação à observação dos experimentos aleatórios realizados e a confrontação do resultado experimental (obtido através da definição frequentista) com o resultado teórico (obtido através da definição clássica);
- a dinâmica da atividade favoreceu a participação efetiva dos alunos para a realização da mesma, o que possibilitou a verificação de atitudes positivas com relação a construção do conhecimento matemático.

4. Considerações Finais

O desenvolvimento desta atividade possibilitou por parte dos alunos participantes a construção de conceitos matemáticos utilizando-se da realização de experimentos aleatórios em sala de aula.

Tais experimentos são sugeridos pelos PCN, contudo continuam ignorados na maior parte das salas de aula. Um ponto positivo foram as atitudes positivas em relação à matemática obtidas a partir da realização da atividade experimental, tal atitude possibilitou o desenvolvimento de competências e habilidades matemática relevantes para o estudo de probabilidade.

5. Agradecimentos

Agradecemos ao Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - *Campus* São Paulo, a direção e a supervisora do PIBID da Escola Pública Estadual em que a atividade foi desenvolvida.

6. Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, 1998.

COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. **Probabilidade Geométrica: Um contexto para a modelização e a simulação em situações aleatórias com Cabri.** Caxambu. MG. Trabalho apresentado no encontro anual da ANPED, 2002, GT19.

_____. **Introduction aux situations aléatoires dês le Collège: de la modélisation à la simulation d`expériences de Bernoulli dans l`environnement informatique Cabri-géomètre II.** Tese de doutorado. Grenoble I: Iniversité Joseph Fourier. 2001.

DANTAS, Carlos Alberto Barbosa. **Probabilidade: Um curso introdutório.** São Paulo: EDUSP, 2004.

MAGALHÃES, Marcos Nascimento; LIMA, Antônio Carlos Pedroso. **Noções de Probabilidade e Estatística.** 6 ed. São Paulo: EDUSP, 2005.