

ATIVIDADES DIDÁTICAS: PLANIFICAÇÃO DE PROPOSIÇÕES DE OBSERVAÇÃO SOBRE QUADRILÁTEROS

José Roberto da Silva
Universidade de Pernambuco – Campus Mata Norte
jrobertosilva@bol.com.br

Maria Aparecida da Silva Rufino I
Secretaria de Educação de Pernambuco SEE/PE; Universidade de Pernambuco - Campus Mata Norte
aparecidarufino@hotmail.com

Resumo:

O minicurso tem o propósito de auxiliar graduandos de licenciatura em matemática e/ou pedagogia ampliando suas visões sobre a elaboração e de atividades didáticas bem como oportunizar uma aprendizagem matemática mais consistente para alunos do Ensino Fundamental. Os aspectos teóricos inerentes à elaboração de proposições no marco euclidiano devem priorizar a qualidade de afirmações universais sobre quadriláteros (quadrado, retângulo e losango) através de aspectos *simbólicos*, *abstratos* e *generalização*, enquanto três dos cinco chamados *problemas internos da matemática*. Metodologicamente, esse estudo adota na planificação e uso de atividades envolvendo a formulação de afirmações universais a *análise e intervenção sobre os condicionantes pedagógicos da sala de aula*, em particular, os *efeitos condicionantes da organização do conhecimento e da prática científica matemática*. Após a realização das atividades dessa proposta, almeja-se que os participantes consigam formular afirmações universais a partir de proposições de observação explorando com clareza as características conceituais desses quadriláteros.

Palavras-chave: Formação de professores; Geometria euclidiana; Atividades didáticas; Elaboração de afirmações universais.

1. Introdução

O caráter prático atribuído à matemática, em especial, o da geometria clássica, tem registrado ao longo da sua história contribuições que aos poucos estabeleceram aspectos demasiadamente próprios do conhecimento matemático. Os gregos, embora recorressem a tal caráter prático, estavam convencidos que a matemática deveria libertar-se dos conhecimentos adquiridos de modo exclusivamente empírico, mas essas considerações serviram para embasar Euclides na estruturação dos *Elementos* e, serviu de apoio para o modelo científico.

De forma abrangente pode-se dizer em parte que a matemática conseguiu a libertação do mundo material por ser constituída a partir de um sistema de *axiomas, proposições e definições*, o que a auxiliou a se libertar do mundo material. Desse modo, com o passar do tempo essa sistematização foi incorporando sofisticacões em termos de: *Símbolos, abstracão, Generalizacão, formalismo e Demonstracão* (Davis & Hersh, 1985). Tais sofisticacões quando feitas exacerbadamente, mesmo para aqueles que gostam da matemática, ocasiona alguns tipos de dificuldades. Por exemplo, no caso da compreensão de conceitos, em se tratando da geometria e considerando seu caráter meramente empírico, isso pode ocasionar sérias dificuldades na aquisicão de aspectos básicos formais em termos de rigor e abstracão.

Neste contexto, na convivência diária em sala de aula observa-se que os alunos têm demonstrado dificuldades na aquisicão de conceito e compreensão de propriedades no âmbito da geometria euclidiana. No entanto, a exploracão adequada do uso de recursos didáticos apropriados tanto pode auxiliar os aprendizes na aquisicão de habilidades perceptivas como também a vislumbrarem as propriedades geométricas, capacitando-o a identificar, a relacionar e classificar as figuras geométricas planas por meio de suas propriedades.

Neste estudo pretende-se alcançar essas habilidades e competências explorando as propriedades dos quadriláteros do tipo: *quadrado, retângulo e losango* com o auxílio do *tangran e geoplano* (matérias didático), a partir das particularidades quanto as suas diferenças e similitudes, visando uma reestruturação conceitual e uma reestruturação proposicional. No entanto, deve-se deixar claro o que se pensa sobre o papel dos recursos, segundo Silva (2009):

[...] as investigacões centradas na Didática das Ciências, e, em particular, na Didática das Matemáticas, não devem restringir-se as contextualizacões e ao uso de recursos em si, e sim que devem ir além das observacões e das análises dos registros cotidianos de aula, uma vez que um dos objetivos mais importantes consiste em criar condições que permitam o aluno a aquisicão do saber, onde se deduz a necessidade de que o professor possua um amplo domínio das atividades propostas.(p. 20).

A utilizacão desses materiais, portanto, não se trata de uma exploracão simplista de aspectos concretos, pois isso reforçaria o empirismo exacerbado que já foi criticado. E sim, a partir de algumas atividades com o uso dos recursos didáticos (*tangran/geoplano*) oportuniza alunos do Ensino Fundamental a perceber que o “símbolo”, a “abstracão”, e a “generalizacão” têm papel muito importante na construçã do conhecimento matemático acadêmico.

2. Elaboração de Afirmações Universais: Símbolo, Abstração e Generalização

Os alunos desde as séries iniciais do Ensino Fundamental são apresentados a noções sobre *formas geométricas* e chega ao término deste nível de ensino ainda confusos acerca dessas formas geométricas. Devido a isso, os alunos por não perceberem certas peculiaridades acerca de suas propriedades não conseguem compreender adequadamente certos conceitos.

Essa situação ocasiona dificuldades no fazer docente e na aprendizagem dos alunos nesse nível escolar e tem sido objeto de interesse de pesquisadores como Gálvez (2009) na argentina e Bicudo (2000), dentre outros. Tal preocupação, apesar de menos complexa que a compreensão de aspectos relevantes adquirido por alguém sobre a *demonstração matemática*, pode ser aludido como fez Dieudonné (1990), recorrendo a *Sócrates* no diálogo do *Ménon*.

Nesse estudo além da aquisição de conceitos geométricos, pretende-se ao longo do processo explora aspectos relevantes e inerentes ao conhecimento matemático que propicie a compreensão de Leis e Teorias com a formulação de *proposições*. Essa intencionalidade decorre de dificuldades didático-pedagógicas que centram sua atenção no caráter informativo acerca dos objetos geométricos como destacam Silva e Silva (2004, p. 3):

[...] as diagonais de um quadrado se cruzam formando quatro ângulos de noventa graus e quatro segmentos de mesmo comprimento. Isto, inicialmente, poderia ser destacado na tentativa de convencer empiricamente que em qualquer quadrado os quatro ângulos obtidos pelo cruzamento das suas duas diagonais são congruentes e que medem noventa graus cada. Portanto, é preciso suprir as deficiências que corroborem com esta não percepção e outras possíveis, que terminam conduzindo os alunos a uma forma fragmentada de compreensão, e isto pode ser feito de vários modos.

Cabe agora trazer as idealizações de *afirmação singular* e *afirmações universais* para aludir a noção da elaboração de proposições. Chalmers (2003) apresenta as *proposições de observação* como bases para a formulação das leis e teorias e as que não estimulam esta elaboração chamou de *afirmações singulares*, mesmo que todas as proposições de observação sejam afirmações singulares há as “... informações gerais que afirmam coisas sobre as propriedades ou comportamento de algum aspecto do universo.” Em acréscimo, Chalmers (*op. cit.*) informa que “As leis e teorias que constituem o conhecimento científico fazem todas elas afirmações gerais desse tipo, e tais afirmações são denominadas *afirmações universais*.”

Neste estudo se investe na elaboração de proposições no marco da geometria de Euclides que tenham a qualidade de afirmações universais acerca dos quadriláteros (quadrado, retângulo e losango), levando em consideração os seguintes aspectos de três dentre os cinco chamados *problemas internos da matemática* de Davis & Hersh (1985):

“As funções principais de um símbolo em matemática são de designar com precisão e clareza e de abreviar. [...] em verdade, sem o processo de abreviatura, o discurso matemático é impossível.” (p. 154-155).

Na abstração como idealização: “[...] Os objetos da matemática são todos abstratos e o mundo platônico é o mundo do círculo verdadeiro, do quadrado verdadeiro.” (*op. cit.*, p. 160).

“Um benefício da generalização é uma consolidação das informações. Vários fatos estreitamente relacionados são embalados elegante e economicamente num único pacote.

- *Afirmativas*: Se um número termina em 0 ele é divisível por 2.
Se um número termina em 2 ele é divisível por 2.
- *Consolidação*: Se um número termina em algarismo par, é divisível por 2.” (*op. cit.*, p. 166).

Em fim, com estes propósitos tenta-se articular aspectos das concepções de ciências atuais com um discurso de cunho epistemológico voltados para a compreensão matemática.

3. Atividade Didática: Planificação de Proposições de Observação sobre Quadriláteros

Baldino (1999) lembra ser questionável rotular a pesquisa em educação matemática como base de mudança, dentre outros fatores, alega a dificuldade de acesso e uso desses materiais. Por outro lado, após breve discussão a partir de teses, dissertações, artigos, etc. ele vislumbra como linha convergente dessas pesquisas o que chamou de *análise e intervenção sobre os condicionantes pedagógicos da sala de aula*, e dentre os treze aspectos elencados, este trabalho fica mais próximo dos: “efeitos condicionantes da organização do conhecimento e da prática científica matemática” (p. 224).

Os procedimentos didático-pedagógicos das atividades que constituem essa proposta didática foram idealizados para ser desenvolvido junto a graduandos de matemática e de pedagogia bem como alunos do Ensino Fundamental, conforme as três etapas seguintes:

Etapa 1: Atividades Didáticas utilizando o Tangran

Descrição da Tarefa: São propostas algumas situações constituindo o conjunto de atividades que representam a primeira etapa, em síntese, a tarefa envolve o uso do tangran como recurso didático, os participantes devem ser estimulados e orientados a construí-lo a partir de uma folha de papel A4. Nesse processo os participantes devem identificar/reconhecer as formas geométricas das peças que compõem o tal recurso e, em particular, explorar os conceitos de quadriláteros do tipo: quadrado, retângulo e losango, *categorias-os*¹. O docente deve estar atento a percepção, representação e construção dos alunos como propõem Souza et. al. (2006).

Atividade 1: Dado o tangran, identifique e nomeie os polígonos que o compõem.

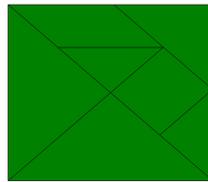


Figura 1: tangran

Resolução:

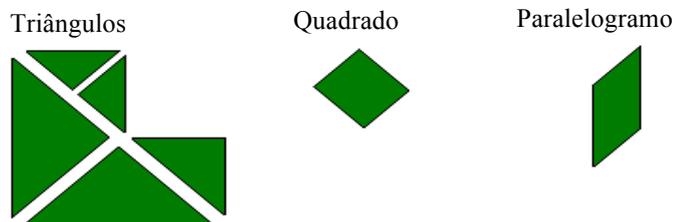


Figura 2: Peças do tangran classificadas em polígonos

Atividade 2: Usando as peças do tangran pode-se compor inúmeras figuras. Dentre elas será possível construir o quadrado, o retângulo e o losango usando uma ou mais dessas peças? Faça a composição e apresente as soluções com um pequeno esboço (desenho) de um quadro.

Quadro 1: composição de quadrados, retângulos e losangos usando as peças do tangran

Nº de Peças	QUADRADO	RETÂNGULO	LOSANGO
1			
2			

¹ Categorização é o processo mediante o qual colocamos em um mesmo grupo certas entidades porque são similares entre elas em relação a algumas propriedades. Greca e Moreira (1999).

Figuras	Semelhanças	Diferenças		
Quadrado e Retângulo	<ul style="list-style-type: none"> •Medidas dos lados opostos congruentes; •Medidas dos ângulos opostos congruentes; •Medidas dos quatro ângulos congruentes (90°). 	<ul style="list-style-type: none"> •Medidas de todos os lados congruentes (propriedade apresentada no quadrado e não no retângulo). 		
				n (continuação) LOSANGO
3				
4				
5				
6				
7				

Atividade 3: utilize as respostas da questão anterior, para preencher o quadro 2, apontando o que se pode observar de semelhante e diferente entre os quadriláteros construídos.

Figuras	Semelhanças	Diferenças
Quadrado e Losango	<ul style="list-style-type: none"> •Medidas dos lados opostos congruentes; •Medidas dos ângulos opostos congruentes; •Medidas de todos os lados congruentes. 	<ul style="list-style-type: none"> •Medidas dos quatro ângulos congruentes 90°. (propriedade apresentada no quadrado e não no losango)
Retângulo e Losango	<ul style="list-style-type: none"> •Medidas dos lados opostos congruentes; •Medidas dos ângulos opostos congruentes. 	<ul style="list-style-type: none"> •Medidas de todos os lados congruentes (propriedade apresentada no losango e não no retângulo); •Medidas de todos os ângulos congruentes (propriedade apresentada no retângulo e não no losango)
Quadrado, Retângulo e Losango	<ul style="list-style-type: none"> •Medidas dos lados opostos congruentes; •Medidas dos ângulos opostos congruentes. 	<ul style="list-style-type: none"> •Medidas de todos os lados congruentes (propriedade apresentada no quadrado e losango e não no retângulo); •Medidas de todos os ângulos congruentes (propriedade apresentada no retângulo e quadrado e não no losango).

Etapa 2: Atividades Didáticas utilizando o Geoplano

Descrição da Tarefa: Esta etapa possui três atividades, cuja diferença entre elas será demarcada pela busca de seus propósitos educativos. Na primeira se buscará a familiarização com o material utilizado (geoplano) com a representação de polígonos, na segunda atividade, se explora as noções de paralelismo e perpendicularismo na intenção que os alunos consigam representar no geoplano e demarcar características das formas: quadrado, retângulo e losango. No caso da atividade 3, pretende-se caracterizar aspectos importantes dos quadrados, retângulos e losangos a partir de suas respectivas diagonais.

Atividade 1: Dadas as figuras abaixo, identifique os quadriláteros (quadrado, retângulo e losango) representando-os no geoplano usando atilhos de cores diferentes.

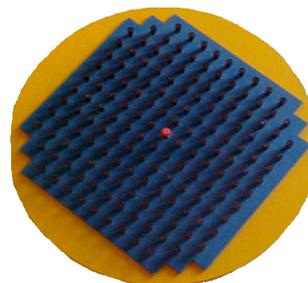
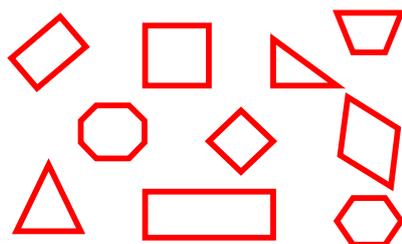
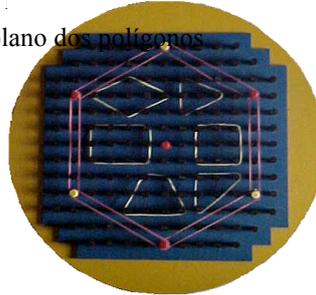


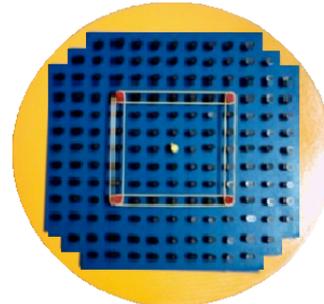
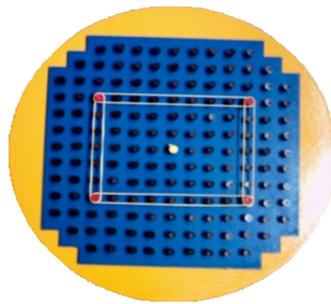
Figura 6: representação do retângulo a partir das suas diagonais no geoplano dos polígonos

Figura 7: representação do quadrado no geoplano dos polígonos



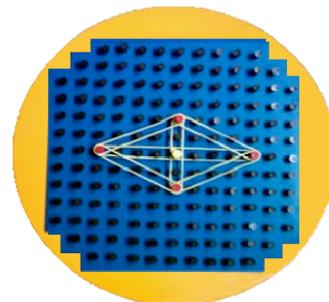
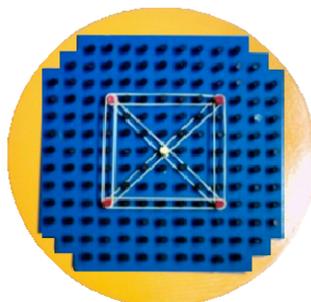
Atividade 2: Represente no geoplano dois segmentos de retas paralelos e congruentes e, em seguida a partir desses segmentos, determine qual as possíveis formas de quadriláteros que você consegue obter. Posteriormente classifique essas possíveis formas.

Soluções esperadas:



Atividade 3: Represente no geoplano um segmento de reta qualquer de forma que seja possível determinar seu ponto médio. Por este ponto médio represente uma perpendicular ao segmento dado, de modo que ele seja comum a ambas. Ligue as extremidades de forma a obter um polígono, classificando as possíveis soluções.

Soluções esperadas:



Figuras	Características		
	Quanto aos Lados	Quanto aos ângulos	Quanto as diagonais
Retângulo	<ul style="list-style-type: none"> • lados opostos paralelos e congruentes. • lados opostos congruentes. • diagonais congruentes. 	<ul style="list-style-type: none"> • todos os ângulos (retos). • ângulos opostos congruentes. 	<ul style="list-style-type: none"> • diagonais congruentes. • diagonais cortam-se ao meio.
Quadrado	<ul style="list-style-type: none"> • todos os lados congruentes. • diagonais congruentes e cortam-se ao meio. • medida dos quatro ângulos entre si (formam ângulos retos). 	<ul style="list-style-type: none"> • todos os ângulos (retos). • ângulos opostos congruentes. 	<ul style="list-style-type: none"> • diagonais congruentes. • diagonais cortam-se ao meio. • diagonais perpendiculares entre si (formam ângulo reto).
Losango	<ul style="list-style-type: none"> • todos os lados congruentes. • diagonais congruentes e cortam-se ao meio. • medida dos quatro ângulos entre si (formam ângulos retos). 	<ul style="list-style-type: none"> • ângulos opostos congruentes. • ângulos adjacentes suplementares. 	<ul style="list-style-type: none"> • diagonais congruentes. • diagonais cortam-se ao meio. • diagonais perpendiculares entre si (formam ângulo reto).

Observação sobre Quadrado, Retângulo e Losango

em duas atividades, a primeira espera-se que os alunos identifiquem algumas propriedades e a segunda espera-se que os alunos identifiquem se há alguma dessas proposições por parte dos participantes no ato do uso dessa proposta.

Atividade 1: Levando em consideração as atividades anteriores preencha o quadro abaixo tentando caracterizar aspectos relevantes dos quadrados, losangos e retângulos quanto aos seus lados, ângulos e diagonais.

Soluções esperadas:

Atividade 2: Explorando os resultados do quadro 2 preencha o quadro 3 classificando as propriedades do quadrado, retângulo e losango a partir de suas similitudes e diferenças.

4. Considerações Finais

A etapa 1 utiliza o tangran como recurso didático e, na atividade 1 tem-se o propósito que os alunos reconheçam e nomeie adequadamente os polígonos que compõem as peças do tangran, enquanto na atividade 2 o desafio volta-se para composição de quadriláteros do tipo: quadrado, retângulo e losango, na atividade 3 aposta-se que o emprego da justaposição para compor as figuras na atividade anterior auxilie os alunos a identificar semelhanças e diferenças que os levem a conceitualização estes quadriláteros.

Na atividade 1 da etapa 2 pretende-se que os alunos ao serem apresentados a alguns polígonos represente-os num geoplano e, que na atividade 2 empregando noções básicas sobre paralelismo e perpendicularismo consiga reproduzir no geoplano as formas quadrado e retângulo, na atividade 3 que esta segunda noção seja reconhecida a partir de suas diagonais. Assim, espera-se que o uso adequado dessas noções básicas contribua com o reconhecimento de semelhança/diferença entre quadrado, retângulo e losango, favorecendo a conceitualização.

Na atividade 1 da etapa 3 tem-se o quadro 3 a ser preenchido com características dos quadrados, losangos e retângulos que viabilize a elaboração de *proposições de observação* em favor da compreensão de propriedades destas formas geométricas (as de cor azul aludem as semelhanças, e as em cor vermelha aludem as diferenças). O quadro 4 da atividade 2 possui certas *proposição de observação* que pode satisfazer ou não as características das formas: quadrado, retângulo e losango, mas aluda suas propriedades (as em cor azul são de grande importância para o conceito mais abarcador (paralelogramo) e as em cor vermelha aos conceitos mais específicos (retângulo, quadrado e losango).

Diante da realização das atividades que compõem essa proposta educativa, almeja-se que os participantes envolvidos (licenciandos de matemática e/ou pedagogia e alunos do Ensino Fundamental) consigam formular afirmações universais a partir de proposições de observação explorando com clareza características conceituais de objetos matemáticos em termos de suas diferenças e similitudes. Com isso, consiga fazer considerações como a seguinte: perceber que, o quadrado apresenta as mesmas propriedades do retângulo e, por isso pode-se afirmar que "todo quadrado é também um retângulo". De modo análogo "todo quadrado é também um losango".

5. Referências

- BALDINO, R. R. Pesquisa-Ação para Formação de Professores: Leitura Sintomal de Relatórios. In: BICUDO, M. A. V. (org.). *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas*. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 221-245.
- BICUDO, M. A. V. *Fenomenologia Confrontos e Avanços*. São Paulo: Cortez Editora, 2000.
- CHALMERS, A. F. *O que é Ciência Afinal?* São Paulo: Brasiliense, 1993.
- DAVIS, P. e HERSH, R. *A Experiência Matemática*. Rio de Janeiro, F. Alves, 1985.
- DIEUDONNÉ, J. *A Formação da Matemática Contemporânea*. Lisboa, Dom Quixote, 1990.
- GÁLVEZ, G. A Geometria, a Psicogênese das Noções Espaciais e o Ensino da Geometria na Escola Primária. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (org.). *Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artmed, 2009. p. 242-264.
- GRECA, I. M.; MOREIRA, M. A. Conceptos: Naturaleza y Adquisición. In: MOREIRA, M. A.; CABALLERO, C. *Actas del PIDECE*. Vol. 5. Porto Alegre: UFRGS, 2003. p. 3-77.
- SILVA, J. R. *Uso de Textos de Apoyo como Organizador Previo: Matemáticas para la Enseñanza Fundamental y Media*. 2009. 390 f. Tese (Doctorado Enseñanza de las Ciencias) – Universidad de Burgos, Burgos, 2009.
- SILVA, R. C.; SILVA, J. R. Da Aquisição de Conceitos a Elaboração e Compreensão de Proposições, Leis e Teorias. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, VIII., 2004, Recife. *Anais...* Recife: UFPE, 2004. p. 1-9. Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/03/MC75541815487.pdf>>. Acesso em: 20 jan. 2015.
- SOUZA E.R. et. al. *A Matemática das Sete Peças do Tangran*. 4. ed. São Paulo: CAEM/IME-USP, 2006.