



A GÊNESE INSTRUMENTAL DO MATERIAL MANIPULATIVO RÉGUA TRIGONOMÉTRICA NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DO OBJETO MATEMÁTICO REDUÇÃO AO 1º QUADRANTE

Ueslei Galvão do Rosário Santos UESC uelgalvao@hotmail.com

Poliana Schettini Silva UESB pollyanaschettini@hotmail.com

Antônio Messias Lopes Cruz IFBA prof messias@hotmail.com

Resumo:

Este trabalho aborda a Gênese Instrumental, que por sua vez consiste no processo de transformação do artefato em instrumento pelo sujeito. Nessa pesquisa, analisamos, com base nas ações dos sujeitos, a Gênese Instrumental do material manipulável Régua Trigonométrica no processo de ensino-aprendizagem do objeto matemático Redução ao 1º quadrante. Assim, respondemos a seguinte questão de pesquisa: de que modo acontece a Gênese Instrumental do material manipulável Régua Trigonométrica no processo de ensino-aprendizagem do objeto matemático Redução ao 1º quadrante? Como aporte metodológico, escolhemos o estudo de caso, que contribuiu para alcançarmos nosso objetivo. A Abordagem Instrumental forneceu os elementos teóricos adequados para esta investigação. Com base em nossas análises, constatouse o processo de Gênese Instrumental do material manipulável Régua Trigonométrica no processo de ensino-aprendizagem do conceito Redução ao 1º quadrante, haja vista a mobilização e/ou elaboração de esquemas de utilização que foram agregados a este objeto matemático.

Palavras-chave: Régua Trigonométrica; Redução ao 1º quadrante; Gênese Instrumental. Ensino-aprendizagem.

1. Introdução

Esta investigação surgiu a partir de percepções advindas de uma pesquisa anterior, intitulada: Ensino e aprendizagem do conteúdo Redução ao 1º quadrante mediado pela Régua Trigonométrica (RT). Esta, por sua vez, tinha como objetivo investigar quais as contribuições do material manipulável Régua Trigonométrica (MMRT) para o processo de ensino-aprendizagem do conteúdo Redução ao 1º quadrante.

Com a intenção de obter dados para alcançar tal objetivo, foi feita uma intervenção com um grupo de alunos de um curso de Licenciatura em Matemática, onde os mesmos realizaram







as atividades propostas em duplas, com a intenção de responder o seguinte questionamento: quais as contribuições da RT para o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo Redução ao 1º quadrante? Nessa pesquisa, pontuamos que a riqueza dos dados coletados sugeria para a construção de outras análises.

Durante o curso de Especialização em Educação Matemática da Universidade Estadual da Bahia (UNEB), *Campus* II, situada em Alagoinhas-BA, vislumbramos a possibilidade de utilizar os dados coletados, na pesquisa anterior, para analisar a Gênese Instrumental do MMRT¹, no processo de ensino-aprendizagem do objeto matemático Redução ao 1º quadrante, à luz da Abordagem Instrumental² proposta por Pierre Rabardel.

Convictos da pertinência da proposta investigativa escolhida, dedicamo-nos a elaborar o caminho que iríamos trilhar ao longo do trabalho. Inicialmente, propomo-nos a aprofundar os estudos acerca da Abordagem Instrumental, dessa forma, estabelecemos nosso objetivo geral e delineamos nossa questão de pesquisa. Vale ressaltar, que a Abordagem Instrumental nos instigou a realizar um estudo relativo aos esquemas, discutidos na Teoria dos Campos Conceituais, concebida por Gérard Vergnaud.

Por conseguinte, definimos as orientações metodológicas que colaborariam para o alcance dos nossos objetivos, a saber: a abordagem qualitativa. Diante desse arcabouço teórico e dos dados já coletados, nos dedicamos a responder a pergunta norteadora da nossa investigação: de que modo acontece a Gênese Instrumental do MMRT no processo de ensino-aprendizagem do objeto matemático Redução ao 1º quadrante?

A partir dessa questão, estabelecemos o seguinte objetivo: analisar, com base nas ações dos sujeitos, a Gênese Instrumental do MMRT no processo de ensino-aprendizagem do objeto matemático Redução ao 1º quadrante.

Neste sentido, nas próximas seções, passaremos a discutir a Fundamentação Teórica, onde refletimos acerca da Abordagem Instrumental e do uso de materiais manipuláveis (MM).

Além disso, explicitamos, também, os aspectos metodológicos desta pesquisa, ratificando a abordagem qualitativa e o porquê de escolhermos o estudo de caso. Por fim, nos propomos a analisar as tarefas e, em seguida, as ações dos sujeitos ao executá-las, investigando,

¹ Material manipulável utilizado para esta proposta investigativa.

² Arcabouço teórico que serviu de base para análise dos dados coletados que será apresentado na Fundamentação Teórica.





ainda, os esquemas de utilização que serviram de base para inferir a respeito do processo de Gênese Instrumental.

2. Fundamentação Teórica

2.1 Abordagem Instrumental

A Abordagem Instrumental surgiu de trabalhos em ergonomia cognitiva, que segundo Falzon (2007, p. 5): "[...] trata dos processos mentais, tais como a percepção, a memória, o raciocínio e as respostas motoras, com relação às interações entre as pessoas e outros componentes de um sistema". Nesse contexto, o autor define tarefa como algo que é proposto para ser executado, e diferencia de atividade, a qual entende como aquilo que o sujeito mobiliza para efetuar a tarefa, ou seja, o que é feito. Além disso, vale ressaltar, que a atividade vai além do comportamento do sujeito, incluindo o inobservável: a atividade intelectual ou mental.

Baseado em Folcher e Rabardel (2007), o artefato/ferramenta³ é um construto utilizado como um meio de ação, já o instrumento, é obtido quando o sujeito ressignifica, progressivamente, esta ferramenta por meio da ação. A este processo, denomina-se Gênese Instrumental.

De acordo com Rabardel (1995a; 1995b), a Gênese Instrumental é um processo complexo que está aliado às características do artefato (suas potencialidades e suas limitações) e às atividades do sujeito (seus conhecimentos, experiências anteriores e habilidades). É esse o processo de interesse da pesquisa – analisar, com base nas ações dos sujeitos, a Gênese Instrumental do MMRT no processo de ensino-aprendizagem do objeto matemático Redução ao 1º quadrante.

Segundo Folcher e Rabardel (2007), a Gênese Instrumental ocorre na atividade, além disso, o uso do instrumento pode conduzir a ações não esperadas. Nesse sentido, a função do instrumento, concebida pelos usuários no decurso da Gênese Instrumental, pode se distanciar do propósito original do artefato desenvolvido por quem os elaborou. Dessa forma, o sujeito modifica a função do artefato no uso, construindo, assim, instrumentos diferentes.

Para a análise de atividades envolvendo instrumentos, Rabardel (1995) e Vérillon (1996) propõem o modelo de Situações de Atividades Instrumentais (SAI) (ver Figura 1) delineando as relações entre o instrumento, o sujeito e o objeto sobre o qual ele age. Nesse sentido, entende-se sujeito como um aluno, um professor, um usuário, um trabalhador, um agente, etc; o instrumento como uma ferramenta, um produto, uma máquina, um objeto matemático, uma propriedade, etc; e o objeto um saber sobre o qual a ação, por meio do

_

³ Nesta teoria, os termos tem o mesmo significado.



instrumento, é articulada. Em nossa investigação, Redução ao 1º quadrante.

Este modelo favorece uma melhor percepção da multiplicidade de interações que intervém nas atividades instrumentais. Dessa forma, além da interação usual sujeito e objeto [S-O], outras interações coexistem, tais como as interações entre o sujeito e o instrumento [S-I], o instrumento e o objeto [I-O] e o sujeito e objeto, pela mediação do instrumento, [S(I)-O].

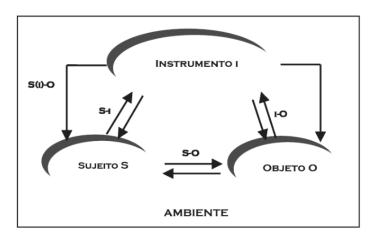


Figura 1: Modelo de Situações de Atividades Instrumentais (SAI). Fonte: RABARDEL, 1995, p. 65.

Na Abordagem Instrumental, os esquemas mobilizados pelos sujeitos são de fundamental importância para a teoria. Nessa perspectiva, os esquemas são entendidos da mesma forma que na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud. O que Vergnaud (1996) denomina por esquema é "[...] a organização invariante da conduta para uma dada classe de situações". Além disso, Franchi (p. 203) afirma que os esquemas "são emprestados do vasto repertório de esquemas disponíveis e, notadamente, das classes de situações que parecem ter um parentesco com a situação tratada no momento".

Na Abordagem Instrumental, Rabardel (1995a) evidencia a importância da utilização dos esquemas na ação realizada pelo sujeito junto ao artefato, por eles permitirem a verificação de situações relevantes ou familiares para esse sujeito.

Conforme Rabardel (1995a), os esquemas de utilização são classificados em: *i) esquemas de uso (EU)* - correspondem às atividades relativas à gestão das características e propriedades particulares do artefato; *ii) esquemas de ação instrumentada (EAI)* - correspondem às atividades para as quais o artefato é um meio de realização; e, *iii) esquemas de ação coletiva instrumentada (EACI)* - correspondem à utilização simultânea ou conjunta de um instrumento em um contexto de atividades compartilhadas ou coletivas.

Em sua teoria, Rabardel (1995) distingue duas dimensões no processo de Gênese







Instrumental, as quais dependem das ações do sujeito, a saber: a *instrumentação* e a *instrumentalização*.

Segundo Vérillon (1996) a *instrumentação* consiste na elaboração da relação [S-I]: o sujeito deve construir os esquemas, os procedimentos, as operações necessárias para a implementação do artefato. Assim, podendo ser consideradas, nessa relação, situações que foram construídas em contextos diferentes e com outros artefatos ou, ao contrário, construir novas relações e explorá-las, ou elaborá-las por imitação.

Ainda baseado em Vérillon (1996), a *instrumentalização* diz respeito à construção das relações [I-O]. O sujeito atribui ao instrumento uma possibilidade de agir sobre o objeto e constrói as propriedades funcionais que viabilizam a realização dessa possibilidade de ação. Esta ação pode, eventualmente, ser diferente daquela prevista *a priori* pelo autor do artefato.

Ao tratar dessas dimensões, Salazar (2009) ao citar Trouche (2004) destaca: "[...] a instrumentação e a instrumentalização, não são processos independentes, mas sua separação permite, de maneira didática, observar o processo de Gênese Instrumental."

2.2 Materiais Manipuláveis no Ensino de Matemática

Segundo Reys (1971 apud MATOS e SERRAZINA, 1996) MM são "[...] objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais que tem aplicação no dia-a-dia ou podem ser objetos que são usados para representar uma ideia". Assim, entendemos que a utilização de MM no processo do ensino-aprendizagem pode possibilitar que o aluno estabeleça relações entre situações no manuseio de materiais e a abstração dos conceitos estudados. Além disso, a utilização deste recurso pode tornar as aulas mais dinâmicas e motivadoras, contribuindo para uma aprendizagem com mais significado.

Vale ressaltar, que o educador tem que ter clareza dos objetivos a serem alcançados, quando propor a utilização dos MM em sua ação pedagógica, pois a questão não é apenas incluílo, mas sim no modo como eles serão explorados dentro do planejamento de aula.

Fiorentini e Miorim (1990) apontam que o professor, de maneira alguma, deve justificar a utilização de um MM apenas pelo seu caráter de motivação ou deixar que ele se torne um brinquedo para os alunos, pois o importante para o aluno não é necessariamente, apenas o MM em si, mas as reflexões e conjecturas que o processo suscita, para que o aluno possa lidar com as situações que ele tem de enfrentar em seu meio social.







Em vista disso, quando utilizados corretamente, os MM podem se tornar grandes aliados do educador, contribuindo para o ensino e direcionando para uma aprendizagem com mais significado, além de favorecer que os alunos se tornem agentes ativos na construção do conhecimento. Diante dos MM existentes, surge à necessidade de avaliar até que ponto ele pode ser considerado bom para determinada prática docente. Para Reys (1971 apud MATOS e SERRAZINA, 1996) um material é bom quando:

- Proporciona uma verdadeira personificação do conceito matemático ou das ideias a serem exploradas;
- Representa claramente o conceito matemático;
- São motivadores;
- Se possível, são apropriados para usar quer em diferentes anos de escolaridade, quer em diferentes níveis de formação de conceitos;
- Proporciona uma base para abstração;
- Proporciona manipulação individual.

Diante disso, percebemos o quanto a RT é um material educacional potencialmente rico, pois ela possui todas as características supracitadas para ser um bom MM.

Dessa forma, diante das dificuldades enfrentadas no processo de ensino-aprendizagem de conteúdos matemáticos, voltados para Trigonometria, em especial Redução ao 1º quadrante, compreendemos que a RT pode ser uma grande aliada para o efetivo processo de ensino-aprendizagem com mais significado, uma vez que ela também possibilita a retomada de algumas construções de números irracionais com régua e compasso na sua construção.

Através da manipulação da RT, acreditamos que o processo de construção do conhecimento por parte do aluno é muito mais significante, uma vez que ele passa de um mero coadjuvante, passivo, nas aulas de matemática, para um protagonismo em busca da sua autonomia no processo ensino-aprendizagem.

3. Aspectos Metodológicos

A abordagem qualitativa enquadra-se, perfeitamente, para esta pesquisa, pelo fato de estar relacionada à área da Educação Matemática, a qual é definida por Onuchic (2013) como uma ciência social, com seus próprios padrões de evidência, métodos de argumentação e construção de teorias e discurso profissional.







Silveira e Córdova (2009) destacam, ainda, que há diferentes abordagens que são consideradas no âmbito deste tipo de investigação, porém a maioria possuem o mesmo objetivo, qual seja: compreender a realidade social das pessoas, grupos e culturas. Nesse sentido, afirmam que os investigadores usam as abordagens qualitativas para explorar o comportamento, as perspectivas e as experiências das pessoas que eles estudam.

Nessa perspectiva, o presente trabalho está de acordo com essa modalidade investigativa, na medida em que buscou analisar a Gênese Instrumental da RT no processo ensino-aprendizagem do objeto matemático Redução ao 1° quadrante, portanto, analisar um fenômeno ocorrido num contexto educativo.

Diante da grande diversidade entre os trabalhos denominados qualitativos na literatura, algumas características podem ser destacadas baseadas em Godoy (1995):

- A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como fonte direta de dados e o pesquisador como instrumento fundamental;
- A pesquisa qualitativa é descritiva;
- O significado que as pessoas dão às coisa e à vida são a preocupação essencial do investigador;
- Pesquisadores utilizam o enfoque indutivo na análise de seus dados.

Assim, o presente estudo está em harmonia com essas características, na medida em que atende às ideias da importância de considerar, no seu desenvolvimento, os elementos e seu contexto, e o pesquisador como fator confiável de todo o procedimento; o caráter essencialmente descritivo da investigação fenomenológica (TRIVIÑOS, 2006); a compreensão dos fenômenos estudados a partir da percepção dos participantes, a inexistência de hipótese definida a priori, fato que não isenta a adoção de um quadro teórico que oriente a coleta e a análise de dados, conforme Lüdke e André (1986).

4. Análises

Para nos enquadrarmos ao limite de páginas exigidos pelo evento, nos limitamos a analisar apenas a TAREFA 3, onde os estudantes constroem conhecimentos acerca da redução do segundo ao primeiro quadrante. Contudo, ressaltamos que durante a investigação, os estudantes trabalharam com a redução de quaisquer ângulo para o primeiro quadrante.

4.1 Análise da TAREFA 3







Nesta tarefa, os estudantes teriam o primeiro contato com o objeto matemático Redução ao 1º quadrante, especificamente, os sujeitos da pesquisa, por meio da RT, estariam construindo conhecimento a respeito da redução do segundo para o primeiro quadrante.

TAREFA 3

- 03) Utilizando a régua trigonométrica, responda:
- a) Dê os valores de:

$$sen(120^{\circ}) = _______ sen(135^{\circ}) = _______ sen(150^{\circ}) = _______ tg(120^{\circ}) = _______ tg(135^{\circ}) = _______ tg(150^{\circ}) = _______$$

- b) Tomando por base os ângulos de 30°, 45° e 60°, como obter as funções trigonométricas de 120°,
 135° e 150°, sem fazer uso da régua trigonométrica.
- c) Consulte a tabela e determine: sen(115°), cos(115°), tg(115°), sen(160°), cos(160°) e tg(160°).
- d) De forma geral, dado um arco $x \in 2^{\circ}$ quadrante, como encontrar sen(x), $\cos(x)$ e $\tan(x)$?

Assim, era esperado que os estudantes conseguissem estabelecer os valores de seno, cosseno e tangente de um determinado ângulo do segundo quadrante por meio do seu suplemento, nessas condições, um ângulo pertencente ao primeiro quadrante.

Nessas perspectiva, no item **a**), os estudantes deveriam identificar, por meio da RT, os valores de seno, cosseno e tangente dos ângulos de 120°, 135° e 150°. Já no item **b**), os sujeitos da pesquisa estariam incumbidos da tarefa de identificar as relações entre alguns ângulos pertencente ao segundo e ao primeiro quadrante, especificamente, entre os ângulos dados e os ângulos notáveis. Assim, os estudantes estariam começando a justificar os resultados do item **a**) estabelecendo a simetria com relação ao eixo das ordenadas e a existência de relações entre ângulos suplementares.

Pontuamos que, neste momento, solicitamos que os sujeitos da pesquisa não fizessem uso da RT, por entendemos, que esta situação possibilitaria, aos estudantes, o início da passagem do concreto ao abstrato por meio de construções racionais bem elaboradas.

No que diz respeito ao item **c**), pontuamos que o mesmo foi pensado com o intuito de validar o que havia sido desenvolvido até então. Em vista disso, os sujeitos da pesquisa deveriam identificar os valores do seno, cosseno e tangente de ângulos, pertencentes ao segundo quadrante, que não tem seus valores estabelecidos na RT, além de analisarem seus respectivos sinais. Para isto, seria necessário efetuar a redução dos ângulos dados ao primeiro quadrante e, consequentemente, identificar os seus respectivos valores de seno, cosseno e tangente por meio







da tabela que havia sido disponibilizada. Desta forma, esperávamos que os estudantes concebessem que o raciocínio utilizado, até então, seria válido para qualquer ângulo pertencente ao segundo quadrante.

Diante do que seria construído nos itens anteriores, o item **d**) foi concebido no intuito de generalizar as relações desenvolvidas, nesse caso, relacionar o seno, cosseno e a tangente de um determinado ângulo pertencente ao segundo quadrante com o seno, cosseno e a tangente do ângulo correspondente, suplementar, do primeiro quadrante.

Por fim, ocorreria à intervenção direta do pesquisador no intuito de informar aos estudantes qual relação foi desenvolvida e, além disso, corrigir possíveis equívocos que perduraram ao longo do processo.

4.2 Análises das ações dos estudantes (TAREFA 3)

No item **a)** desta tarefa, pontuamos que os estudantes da dupla X ainda cometiam equívocos relacionados a quais eixos correspondiam aos valores dos senos e dos cossenos. Neste sentido, quando questionados, pelo pesquisador, acerca desta situação, percebemos que eles identificaram de imediato, o deslize cometido, evidenciando que compreendiam a situação, mas, naquele momento, a ansiedade contribuiu para o equívoco.

Diante do que foi discutido no referencial teórico, segundo Vergnaud (1996) um esquema de ação instrumentada pode ser entendido, em uma nova situação, como um esquema de uso. Assim ressaltamos que o que fora entendido como um esquema de ação instrumentada em tarefas anteriores – identificar os valores do seno, cosseno e tangente de um determinado ângulo – se constitui, no item a) da TAREFA 3, como um esquema de uso, uma vez que, para a realização desta tarefa, os estudante deveriam utilizar essa propriedade do artefato, neste caso, identificar os valores do seno, cosseno e tangente dos ângulos de 120°, 135° e 150°.

Posteriormente, no item **b)**, ao ser solicitado que não fizessem uso do MM, as duplas mobilizaram registros gráficos do ciclo trigonométrico, que por sua vez remete a RT, no intuito de favorecer a compreensão das relações entre os ângulo dados. No entanto, inferimos que a partir desses registros, os estudantes poderiam acreditar em seu olhar, contribuindo para possíveis obstáculos epistemológicos das evidências das figuras, conforme aponta Arsac (1988). (ver figura 2).



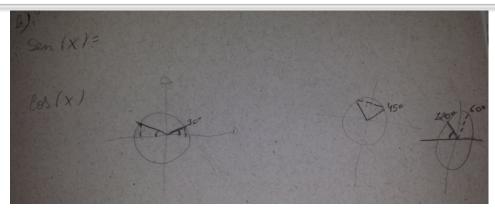


Figura 2: Registro da Dupla Y. Fonte: Autores.

Os integrantes da dupla X, ao analisarem o ângulo de 150°, perceberam que existiam relações com o seu suplementar (30°). Por conseguinte, por meio de suas análises, os estudantes conjecturaram que o seno(30°) equivalia ao seno(150°) e que o cosseno(30°) era o oposto do cosseno(150°). Nessa perspectiva, eles ainda concluíram que as análises acerca dos ângulos de 30° e 150° também eram válidas para os ângulos de 45° e 135° e para 60° e 120°. Além disso, embasados no que havia sido desenvolvido nas tarefas anteriores, os integrantes da dupla X pontuaram que a tangente de um ângulo, pertencente ao segundo quadrante, será negativa e, consequentemente, concluíram que o valor da tangente de um determinado ângulo, pertencente ao primeiro quadrante, é oposto ao valor da tangente do seu suplemento. Assim, diante do que foi analisado, concebemos a mobilização do esquema de ação instrumentada (VERGNAUD, 1996).

Em relação à dupla Y, podemos apontar uma preocupação em generalizar o que havia sido desenvolvido até então. Os estudantes buscavam, nesse momento, estabelecer uma relação geral entre ângulos suplementares pertencentes ao primeiro e ao segundo quadrante para, posteriormente, executarem o item **b**). Nessa perspectiva, o pesquisador interviu na situação solicitando que eles se preocupassem apenas com os ângulos dados.

Ao executarem o item **c**), fazendo uso do MMRT, os estudantes não manifestaram maiores dificuldades. As duplas conseguiram compreender que era possível reduzir qualquer ângulo do segundo para o primeiro quadrante.

Da mesma forma, percebemos que, no item **d**), os estudantes generalizaram as situações vivenciadas sem maiores dificuldades. Eles conseguiram identificar, de imediato, a relação geral para encontrar o seno, o cosseno e a tangente de um determinado ângulo pertente ao segundo quadrante a partir do seu suplementar no primeiro quadrante, nesse caso, $sen(x) = sen(180^{\circ} - x)$, $cos(x) = -cos(180^{\circ} - x)$ e $tg(x) = -tg(180^{\circ} - x)$, onde x é um ângulo do segundo







quadrante. Dessa forma, ao final da TAREFA 3, coube ao pesquisador elevar o conhecimento constituído até então ao estatuto cognitivo do saber.

Dessa forma, pontuarmos que os estudantes continuam elaborando esquemas e, além disso, percebemos o enriquecimento dos esquemas já existentes. É notória a mobilização tanto dos esquemas de ação instrumentada quanto dos esquemas de ação coletiva instrumentada, uma vez que a tarefa é executada de forma coletiva entre os alunos, além da intervenção do pesquisador (VERGNAUD, 1996).

Por fim, diante das análises, podemos perceber que, segundo Rabardel (1995a; 1995b) os estudantes continuam instrumentando-se com a RT e começaram a se instrumentalizar, uma vez que demos início à introdução do objeto matemático Redução ao 1º quadrante, possibilitando, assim, à aprendizagem de noções até então não trabalhadas nas tarefas anteriores, nesse caso, a redução do segundo para o primeiro quadrante.

5. Considerações Finais

O interesse em entendermos como se deu a apropriação do material manipulável Régua Trigonométrica pelo grupo de estudantes do curso de Licenciatura em Matemática nos motivou a realizar esta investigação. Nesse sentido, consideramos que a Abordagem Instrumental foi de extrema relevância para alcançarmos nosso objetivo pretendido para este estudo, que foi: analisar, com base nas ações dos sujeitos, a Gênese Instrumental do material manipulável Régua Trigonométrica no processo de ensino-aprendizagem do objeto matemático Redução ao 1º quadrante. Por meio desta abordagem, pudemos analisar as ações dos sujeitos quando resolviam as tarefas, essas análises foram baseadas em duas orientações: instrumentação e instrumentalização.

Pontuamos que o artefato Régua Trigonométrica, agregado aos esquemas de utilização mobilizados ou construídos nas ações dos estudantes, transformou-se em instrumento (entidade mista constituída pelos esquemas de utilização e o artefato). Vale ressaltar, que as análises das tarefas propostas e as atividades realizadas foram fundamentais para a percepção dos esquemas de utilização, que por sua vez podem ser de três tipos: esquemas de uso, esquemas de ação instrumentada e esquemas de ação coletiva instrumentada.





6. Referências

ARSAC, G. Les recherches actuelles sur l'apprentissage de la démonstration et les phénomènes de validation em France. **Recherches em Didactique des Mathématiques**, v. 9, n. 3, p. 247-280, 1988.

FALZON, P. Natureza, objetivos e conhecimentos da ergonomia: elementos de uma análise cognitiva da prática. In: FALZON, P. (Org). **Ergonomia**. São Paulo: Editora Blucher, 2007.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da Matemática. **Boletim da SBEM**, São Paulo, n.7, 1990.

FOLCHER, V. e RABARDEL, P. Homens, artefatos, atividades: perspectiva instrumental. In: FALZON, P. (Org.). **Ergonomia**. São Paulo: Editora Blucher, 2007.

FRANCHI, A. Considerações Sobre a Teoria dos Campos Conceituais. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Educação Matemática:** uma (nova) introdução. São Paulo: EDUC, 2008.

GODOY, A. S. Pesquisa Qualitativa: tipos fundamentais. **Revista de Administração de Empresas**. São Paulo, v. 35, n. 3, p. 20-29, maio/jun. 1995. Disponível em http://www.scielo.br/pdf/rae/v35n3/a04v35n3.pdf>. Acesso em: 20 fev. 2016.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A.. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1986.

ONUCHIC, L. R. A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos. **Pedagógico**. Passo Fundo, v. 20, n. 1, p. 88-104, jan./jun. 2013. Disponível em http://www.upf.br/seer/index.php/rep. Acesso em: 20 fev. 2016.

RABARDEL, P. Les hommes et les technologies: approche cognitive des instruments contemporains. Paris. Armans Colin, 1995a.

RABARDEL, P.. Qu'est-ce qu'um instrument? Appropriation, conceptualisation, mises em situation in: **Outils pour le calcul et le traçage de courbes** CNDP – DIE – Mars 1995b. disponível em: http://www.cndp.fr/archivage/valid/13420-1126-1194.pdf. Acesso em: 15/11/2015.

REIS, A. H. M. A. M.. **Pesquisa qualitativa em marketing**: uma visão crítica a respeito da utilização desta metodologia no Brasil, a partir do testemunho de clientes e usuários de São Paulo. 1994. Dissertação (Mestrado) - FEA/USP. São Paulo, 1994.

SALAZAR, J. V. F. **Gênese Instrumental na Interação com o Cabri 3D:** um estudo de transformações geométricas no espaço. 2009. 319 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontificia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

SILVEIRA, D. T; CÓRDOVA, F. P. A pesquisa científica. In: GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. (Org.). **Métodos de Pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. p. 31-42 Disponível em < http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf>. Acesso em: 27 fev. 2016.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceptuais. In: BRUN, J. (Org.). **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: PIAGET, 1996.

VÉRILLON, P. La problématique de l'enseignement: un cadre pour penser l'enseignement du graphisme, **Revue GRAF & TEC**. v. 0, n. 0, 1996.