

ALGORITMO NÃO USUAL DA SUBTRAÇÃO: RATIFICANDO A IMPORTÂNCIA DA PRESENÇA NA ESCOLA NA FORMAÇÃO DO LICENCIANDO E NA PROFISSIONALIZAÇÃO DOCENTE

Marceli Behm Goulart
Universidade Estadual de Ponta Grossa
marcelibg@gmail.com

Edivânia Ruvinski Barreto
Universidade Estadual de Ponta Grossa
divania_ruvinski@hotmail.com

André Guilherme Buss Lemes
Universidade Estadual de Ponta
andrelemes1994@hotmail.com

Resumo:

O presente trabalho relata os resultados de um questionário aplicado em um curso de licenciatura em Matemática a respeito dos algoritmos de subtração, que teve como ponto de partida uma prática real de sala de aula relacionada ao PIBID, no contexto da transição dos anos iniciais para os anos finais do Ensino Fundamental. Esta experiência envolveu dois diferentes algoritmos da subtração: algoritmo da compensação e o algoritmo da decomposição ou empréstimo. Os dados coletados no questionário apontam para: possíveis causas da ruptura na transição mencionada; fragilidades na formação inicial dos professores de Matemática, que desconsideram os conteúdos dos anos iniciais; o potencial da presença na escola para formação inicial de professores de Matemática, bem como a profissionalização dos professores da Educação Básica e dos formadores de professores.

Palavras-chave: Algoritmo; formação; profissionalização.

1. Introdução

O Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), que teve início em 2007, é um programa que visa incentivar e valorizar a formação de professores para a educação básica.

O foco interdisciplinar do PIBID é percebido pela primeira vez no Edital CAPES nº2/2009, onde foram permitidos projetos voltados às licenciaturas com denominação especial que atendiam a projetos interdisciplinares ou novas formas de organização do ensino médio e fundamental. Além disso, o edital previa como um dos objetivos do programa “proporcionar aos futuros professores experiências metodológicas, tecnológicas e práticas docentes de caráter inovador e interdisciplinar” (CAPES, 2009, p.3), cabendo ao coordenador institucional “articular docentes de diferentes áreas, visando ao desenvolvimento de atividades integradas na escola conveniada e a promoção da formação interdisciplinar” (CAPES, 2009, p.8). A

intenção de fomentar um movimento interdisciplinar é percebida em outros documentos subsequentes (Portaria CAPES nº 72, de 09/04/2010 e Portaria CAPES nº 260, de 30/12/2010), e se solidifica na Portaria CAPES nº 096, de 18/07/2013 que permite que as instituições de ensino superior apresentem subprojetos interdisciplinares de acordo com as normas estabelecidas em edital.

Com esta prerrogativa, no último edital do PIBID (Edital CAPES nº 61/2013) foram selecionadas, na região sul do Brasil, 33 projetos interdisciplinares assim distribuídos: 14 projetos no Rio Grande do Sul; 10 projetos interdisciplinares no estado de Santa Catarina; e 9 projetos interdisciplinares no Paraná.

A Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG) foi uma das instituições paranaense que teve seu projeto institucional aprovado, com 13 subprojetos específicos (cada subprojeto envolve apenas uma licenciatura) e um subprojeto interdisciplinar para o Edital CAPES nº 61/2013.

Na UEPG o subprojeto interdisciplinar organizou-se em dois eixos: Eixo I – envolvendo as licenciaturas em Artes Visuais, Música, História e Física; EIXO II- licenciaturas em Matemática, Pedagogia, Geografia e Biologia.

O Eixo II do subprojeto PIBID Interdisciplinar da UEPG, buscou articular as diferentes áreas de conhecimento envolvidas, na compreensão da transição que acontece na passagem do aluno do 5º ano (antiga 4ª) para o 6º ano (antiga 5ª série) do Ensino Fundamental, que tem sido tema pesquisas e das Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica

Há que superar os problemas localizados na passagem das séries iniciais e a das séries finais dessa etapa, decorrentes de duas diferentes tradições de ensino. Os alunos, ao mudarem do professor generalista dos anos iniciais para os professores especialistas dos diferentes componentes curriculares, costumam se ressentir diante das muitas exigências que têm de atender, feitas pelo grande número de docentes dos anos finais. [...] A passagem dos anos iniciais para os anos finais do Ensino Fundamental apresenta ainda mais uma dificuldade: o intenso processo de descentralização ocorrido na última década acentuou a cisão dessa etapa da escolaridade, levando à concentração da oferta dos anos iniciais, majoritariamente nas redes municipais, e dos anos finais, nas redes mantidas pelos Estados (BRASIL/SEB, 2013, p.120).

Para Nacarato, Mengali e Passos (2009), cujo trabalho abordou questões relativas a formação de professores que ensinam Matemática, ainda que o aluno das licenciaturas, de um modo geral, não trabalhe com alunos dos anos iniciais do ensino fundamental, a separação acentuada existente entre a formação do docente dos anos finais e a do professor que leciona

nos anos iniciais do Ensino Fundamental é equivocada, pois pode contribuir para intensificar a descontinuidade do processo de transição. Isso, por si só, já colocaria uma demanda no sentido de que o licenciado conheça os conteúdos que são trabalhados nos anos iniciais, e que os cursos de formação inicial do professor que atua nos anos iniciais, e que, portanto, introduz as crianças nos conhecimentos escolares, criem contextos para a apropriação dos fundamentos do conteúdo específico de forma integrada às questões pedagógicas.

O Pibid Interdisciplinar da UEPG– Eixo II envolveu 12 acadêmicos bolsistas dos cursos de licenciatura em Matemática, Geografia, Pedagogia e Biologia, uma coordenadora de área e, portanto, professora da UEPG, uma professora de 6º ano do ensino fundamental da área de Matemática e uma professora do 5º ano. O projeto foi desenvolvido no Centro de Atenção Integral à Criança e ao Adolescente Reitor Álvaro Augusto Cunha Rocha – CAIC – um órgão suplementar da Universidade Estadual de Ponta Grossa e que abriga duas escolas: Escola Reitor Álvaro Augusto Cunha Rocha (Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental) e Escola Estadual Professora Hália Terezinha Gruba (anos finais do Ensino Fundamental).

Como parte das atividades desenvolvidas, os bolsistas acompanhavam o cotidiano do professor, e participavam de reuniões periódicas com a coordenadora do subprojeto. Num dos encontros, um dos bolsistas relatou um algoritmo utilizado pela professora do 5º ano para subtração, o qual não compreendia. Questionado, sobre a sua validade, o bolsista apenas respondeu: “*Só sei que dá certo*”. Quando solicitado para explicar o algoritmo o aluno utilizou um exemplo: “*54-26*”, tal como explicado pela professora das anos iniciais: “*4 pra 6 não dá, coloca o 1 com o 4 e fica 14. 6 para 14 dá 8. O ‘unzinho’ desce, com o 2, fica 3. 3 para 8 fica 5*”. A discussão sobre o algoritmo estendeu-se para todo o grupo, e é apresentado na sessão seguinte.

2. Os algoritmos da subtração

Segundo o caderno de formação nº 4 do Plano Nacional de Alfabetização na Idade Certa, Operações na Resolução de Problemas “algoritmos são procedimentos de cálculo que envolvem técnicas com passos ou sequências determinadas que conduzem a um resultado” (BRASIL/SEB, 2014, p.7).

O algoritmo exposto pela professora, segundo Mello (2008) refere-se à um dos

algoritmos da subtração: o algoritmo da compensação (adição de quantidades iguais ao minuendo e ao subtraendo). Além desse, existe o algoritmo do empréstimo ou algoritmo da decomposição (decomposição do minuendo).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN) para as anos iniciais não nomeiam o referido algoritmo como ‘algoritmo da compensação’ mas como “A aplicação da invariância da diferença — adicionar (ou subtrair) um mesmo número aos dois termos de uma subtração não altera a diferença — permite a compreensão de uma das técnicas utilizadas para subtrair” (BRASIL/SEF, 1997, p.78), apresentando na sequência um único exemplo, pouco esclarecedor conforme Figura 1.

$$\begin{array}{r}
 300 \quad 150 \quad 15 \\
 200 \quad 70 \\
 \hline
 -100 \quad 60 \quad 8 \\
 100 \quad + 80 \quad + 7
 \end{array}$$

Figura 1: Exemplo do algoritmo da compensação da subtração apresentado nos PCN de Matemática para as séries iniciais

Fonte: BRASIL/SEF (1997, p. 78).

Mello (2008) descreve ambos os algoritmos. A seguir é apresentado um exemplo numérico o algoritmo do empréstimo ou decomposição (Figura 2), sua descrição e representação com material dourado (Figura 3), conforme Mello (2008).

$$\begin{array}{r}
 \cancel{7}^6 \quad \cancel{0}^{10} \quad \cancel{9}^9 \quad \cancel{2}^{11} \quad \cancel{0}^{10} \quad \cancel{9}^9 \quad 5^{15} \\
 - \quad \quad \quad 8 \quad 3 \quad 7 \quad 8 \\
 \hline
 6 \quad 1 \quad 8 \quad 2 \quad 7
 \end{array}$$

Figura 2: Exemplo do algoritmo do empréstimo ou decomposição

Fonte: Mello (2008, p.4)

passa a valer 1 e empresta uma dezena ao zero que passa a valer 10. Agora ele pode emprestar uma dezena ao cinco, portanto o 10 passa a valer 9 e o 5 passa a valer 15, e assim inicia a subtração. Mas agora, 1 não pode tirar 3 e o zero, que está ao lado, também não tem para emprestar. Então é necessário recorrer ao 7, que assume o valor 6 e empresta uma dezena ao zero que passa a valer 10, tornando-se assim suficiente para emprestar uma dezena ao 2 que já tinha passado a valer 1. Portanto 10 assume o valor 9 e 1 passa a valer 11 (MELLO, 2008, p.4).

Com o material dourado Mello (2008) apresenta outro exemplo, onde é possível perceber que somente o minuendo é representado, sendo que o subtraendo é a quantidade a ser ‘tirada’, reforçando a ideia de ‘tirar’ da subtração, evidenciado na “leitura em voz alta: 15 menos 6 é igual a 9”, conforme Figura 3.

método do empréstimo:

c	d	u
3	8	15
1	7	6

c	d	u
3	8	15
1	7	6
2	1	9

$$\begin{array}{r} 3 \ 9 \ 5 \\ - 1 \ 7 \ 6 \\ \hline 2 \ 1 \ 9 \end{array}$$

Fazendo a leitura em voz alta:
 “15 menos 6 é igual a 9”;
 “8 menos 7 é igual a 1”;
 “3 menos 1 é igual a 2”.

Figura 3: Representação com o material dourado do algoritmo do empréstimo ou decomposição

Fonte: Mello (2008, p.3)

método da compensação:

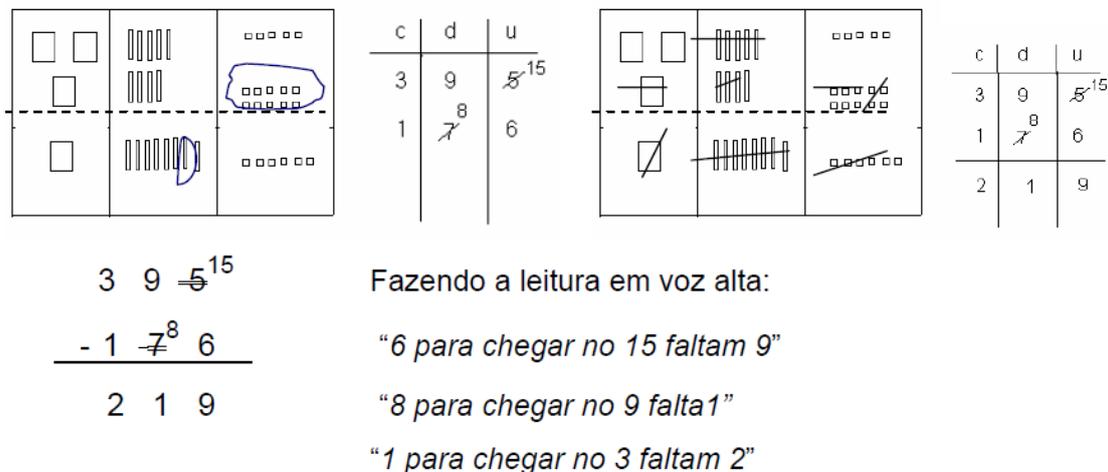


Figura 4: Exemplo do algoritmo da compensação

Fonte: Mello (2008, p. 3)

O algoritmo da compensação prevê, a representação tanto do minuendo quanto do subtraendo com o material dourado, e utiliza-se da ideia de ‘completar’, evidenciado na “leitura em voz alta: 6 para chegar no 15 faltam 9”. No exemplo apresentado na Figura 4, a soma de 10 unidades ao minuendo, e para compensar (ou seja, não alterar o valor da subtração inicial), é adicionada 1 dezena ao subtraendo, sendo que este processo (adicionar 10 unidades à uma ordem do minuendo e 1 unidade da ordem imediatamente superior ao subtraendo) é repetido quantas vezes for necessário.

Segundo Mello (2008), uma das diferenças entre os dois algoritmos, é que um (algoritmo do empréstimo) utilizar-se da ideia de ‘tirar’ e o outro (algoritmo da compensação) da ideia de ‘completar’ da subtração. Além disso, no algoritmo do empréstimo, “o aluno precisa manipular várias vezes o mesmo algarismo o que dificulta o seu trabalho e pode levá-lo ao erro. Já com o método da compensação o procedimento é único, independente dos algarismos que formem o minuendo e o subtraendo” (MELLO, 2008, p.4).

No entanto, Vergnaud afirma que a forma mais simples “...é fazer como por adição, mas com um procedimento inverso, trocando uma barra ou um grupo de primeira ordem pelas unidades, uma placa ou grupo de segunda ordem pelas barras ou por grupos de primeira ordem, etc.” (2009, p. 181). Reconhece que o mesmo tem seus inconvenientes, sobretudo

quando há decomposições sucessivas, “Porém, é o método mais significativo para as crianças, o que remete a operações materiais as mais simples (VERGNAUD, 2009, p.182).

3. Investigando a Licenciatura em Matemática da UEPG

Depois de refletirmos sobre a experiência vivenciada, o grupo do projeto questionou-se sobre a formação inicial dos professores de Matemática e suas implicações com a transição dos anos iniciais para os anos finais.

Assim, aplicou-se um questionário a 17 acadêmicos do 4º ano do curso de Licenciatura em Matemática da UEPG, no final do ano letivo de 2014, com o objetivo de conhecer o que os alunos formandos deste curso conheciam sobre a temática.

Para tanto, a professora formadora e professora da disciplina de Estágio Curricular Supervisionado em Matemática II da turma, apresentou aos alunos o algoritmo no quadro, à partir de uma situação de subtração ‘184-26’, tal como explicado pela professora dos anos iniciais: “4 pra 6 não dá, coloca o 1 com o 4 e fica 14. 6 para 14 dá 8. O ‘unzinho’ desce e fica 3. 3 para 8 fica 5”.

Posterior a esta apresentação, foi aplicado um questionário, cujo objetivo era o de conhecer os conhecimentos que os acadêmicos do 4º ano e, portanto, formandos e futuros professores de Matemática tinham sobre o algoritmo da compensação.

Conforme a Tabela 1, dos 17 alunos, 41,18%, ou seja, 7 alunos responderam que desconheciam o algoritmo, dos quais apenas 1 aluno afirmou que o algoritmo não era válido.

TABELA 1 – Explicações sobre o algoritmo da compensação de licenciandos em Matemática da UEPG que desconheciam o algoritmo – 2014

O algoritmo é conhecido?	O algoritmo é válido?	Por quê?	Que algoritmo você usaria para ensinar?
NÃO (41,18%)	NÃO (14,29%)	Porque não tem lógica	O algoritmo da compensação (100%)
	SIM (85,71%)	explicam a validade porque ‘chega no resultado certo’ (50%)	
		não explicam ou não explicam sem sentido (33,33%)	
		mencionam a compensação (16,67%)	

Quando analisados os acadêmicos que desconheciam o referido algoritmo, é possível perceber que entre os que o reconhecem como válido, apenas 16,67% utilizam-se da compensação para explicar sua validade, ou seja, a grande maioria se apoia em argumentos matematicamente inválidos para justifica-los. Diante do fato, de que destes, 100% ter afirmado que, enquanto professor de Matemática, se utilizaria do algoritmo do empréstimo (ou ‘*método tradicional*’, do ‘*empréstimo*’, como denominados por alguns entrevistados), é possível ser levado à pensar, que os mesmos não influenciariam negativamente na compreensão dos alunos, o que não pode se afirmar, visto que não se tem certeza de qual compreensão os mesmos possuem do algoritmo do empréstimo, reduzindo-o, em muitas vezes, ao ‘*empréstimo*’, ou seja, o algoritmo pelo algoritmo. Por outro lado, a não compreensão do algoritmo da compensação, pode contribuir para a ruptura que acontece na transição dos anos iniciais para os finais do Ensino Fundamental.

Na Tabela 2, é possível perceber, que dos 58,82% que conheciam o algoritmo, 50% dos entrevistados afirmaram ter aprendido o mesmo nas anos iniciais, e os demais em situações diversas.

Quando questionados sobre a validade, 80% afirmou que o algoritmo era válido, os outros 20% afirmaram que não, fazendo referência a não explicitação dos ‘porquês’ ou à dificuldade de explicar o ‘empréstimo’. É importante perceber que entre os que afirmam que o algoritmo é válido, 37,5% justificam sua validade ‘*porque chega no resultado certo*’, 25% não explicam a validade matemática mas chamam a atenção para a necessidade desta exploração com os alunos, 12,50% não trazem uma argumentação clara e apenas 25% explicam o algoritmo a partir da compensação. Ou seja, mesmo reconhecendo a validade na grande maioria, a explicação não se fundamenta na Matemática ou não ficam claros os motivos através da linguagem escrita, o que nos leva a concluir que a prática enquanto professor estaria focada no algoritmo pelo algoritmo, ou, o fundamento matemático ficaria pouco claro para o aluno.

Interessante destacar, que entre os que reconhecem o algoritmo válido porque o mesmo permite que o aluno chegue no resultado esperado (3 acadêmicos), apenas um acadêmico, quando questionado sobre o algoritmo que usaria para explicar as operações de subtração, afirma que, apesar de preferir o algoritmo da compensação, exploraria o que as crianças mais conhecem.

TABELA 2 – Explicações sobre o algoritmo da compensação de licenciandos em Matemática da UEPG que conheciam o algoritmo – 2014

O algoritmo é conhecido? E onde o conheceram		O algoritmo é válido?	Por quê?	Que algoritmo você usaria para ensinar?
SIM (58,82%)		NÃO (20%)	justificam sua resposta, à partir de argumentos relacionados à explicação da professora “ <i>número não anda e não passa</i> ” (50%)	não deixam claro sua opção entre os dois algoritmos (100%)
anos iniciais (50%)	estágio, colega de curso, mãe, Kumon (50%)		porque fica difícil explicar o ‘ <i>empréstimo</i> ’ (50%)	algoritmo do empréstimo (100%)
		SIM (80%)	porque chega no resultado (37,50%)	método da compensação (66,67%)
				prefere o método da compensação, mas analisaria o que as crianças conhecem (33,33%)
			explicam a compensação (25%)	algoritmo da compensação (50%)
				algoritmo do empréstimo (50%)
			mencionam a necessidade de explicar o método de forma a fazer sentido (25%)	algoritmo da compensação (100%). Uma das alunas continua utilizando o termo ‘ <i>empresta</i> ’
	não argumentam de forma clara (12,50%)	algoritmo do empréstimo (100%)		

4. Considerações finais

A vivência desta experiência revelou um elemento que pode estar contribuindo para a ruptura que acontece na transição dos anos iniciais para os anos finais do Ensino Fundamental: o uso do algoritmo da compensação é adotado por alguns professores dos anos iniciais, enquanto o algoritmo do empréstimo é bastante utilizado por professores dos anos finais.

O ideal seria que para facilitar esta transição, ambos os professores (dos anos iniciais e dos anos finais) explorassem as ideias matemáticas que sustentam os algoritmos propostos, o que geralmente não acontece. O que se constatou é de que por um lado, o professor dos anos iniciais utiliza o método da compensação, sem conseguir explicar o argumento matemático do

funcionamento deste algoritmo, enquanto que o professor dos anos finais, em sua maioria, desconhece o referido método.

Para Vergnaud “algoritmos apenas são algumas regras de ação entre outras” (2009, p. 319). Sendo assim, para Vergnaud (2009) as crianças não adquirem hábitos mas regras, e neste sentido é um enorme erro pedagógico considerar o ensino como aquisição de hábitos ou de procedimentos já prontos, por simples condicionamento de exercícios repetitivos, é preciso compreendê-los.

Além disso, é possível constatar deficiências nos cursos de Licenciatura em Matemática, que desconsideram os conhecimentos trabalhados nos anos iniciais

Ainda que o licenciado em matemática, de um modo geral, não trabalhe com alunos das quatro séries iniciais do ensino fundamental, acreditamos que a separação acentuada existente entre a formação do docente desse ciclo e a do professor que leciona nos outros ciclos do ensino básico é equivocada, pois pode contribuir para intensificar a descontinuidade do processo de transição das séries iniciais para a quinta série e seguintes. Isso, por si só, já coloca uma demanda no sentido de que o licenciado conheça a matemática que é trabalhada nas séries iniciais (MOREIRA; DAVID, 2005, p. 52).

Mas esta vivência nos chama também para outra reflexão, a potencialidade do estar na escola para a profissionalização, tanto dos professores da educação básica quanto do ensino superior

[...] profissionalização, porque se busca possibilitar um nível de autonomia tal que os docentes sintam-se capazes de solucionar novas situações além das habituais, à medida que apareçam; ou de debruçar-se sobre elas com novos olhares (ANASTASIOU, 2004, p. 477).

Identificado o problema o grupo envolvido se debruçou sobre o tema, operações fundamentais e seus algoritmos, explorando as teorias existentes em relação aos processos e ideias conceituais, com o objetivo comum de sanar as dificuldades dos alunos percebidas pelos envolvidos, confirmando a escola como espaço de formação, de aproximação de prática e teoria, de ensino, pesquisa e produção de conhecimentos.

5. Agradecimentos

XII Encontro Nacional de Educação Matemática
ISSN 2178-034X

À CAPES e à UEPG.

6. Referências

ANASTASIOU, L. das G. C. Profissionalização continuada: aproximações da teoria e da prática. In: LEITE, R. L. (Org.). **Trajetórias e perspectivas da formação docente**. São Paulo: Editora UNESP, 2004. Textos do VII Congresso Estadual Paulista de Formação de Educadores. p. 475 – 496.

BRASIL/SEB. **Operações na resolução de problemas**, 2014. Disponível em: <<http://pacto.mec.gov.br/2012-09-19-19-09-11>>. Acesso em: 14 de maio 2015.

BRASIL/SEF. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática – ensino de primeira à quarta série**. Brasília: MEC/ SEF, 1997. 142. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 10 maio 2015.

BRASIL/SEB. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica**, 2013. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=12663&Itemid=1152>. Acesso em: 17 abri. 2013.

CAPES. **Edital nº2/2009**, 2009. Disponível em: <http://www.capes.gov.br/images/stories/download/bolsas/Edital02_PIBID2009.pdf>. Acesso em: 16 abri. 2014.

CAPES. **Portaria nº 72**, de 09 de abril de 2010. Disponível em: <http://www.capes.gov.br/images/stories/download/legislacao/Portaria72_Pibid_090410.pdf>. Acesso em 16 abri. 2014.

CAPES. **Portaria nº 260**, de 30 de dezembro de 2010. Disponível em: <http://www.capes.gov.br/images/stories/download/legislacao/Portaria260_Pibid_301210_NoMasGerais.pdf>. Acesso em: 16 abri. 2014.

CAPES. **Portaria nº 096**, de 18 de julho de 2013. Disponível em: <http://www.capes.gov.br/images/stories/download/legislacao/Portaria_096_18jul13_AprovaRegulamentoPIBID.pdf>. Acesso em: 16 abri. 2014.

CAPES. **Edital nº 61/2013**. Disponível em: <http://www.capes.gov.br/images/stories/download/editais/Edital_061_2013_PIBID.pdf>. Acesso em: 17 abri. 2014.

CAPES. **Relatório de Geração de Pagamento de Bolsas 03/2014**, 2014. Disponível em: <<http://www.capes.gov.br/images/stories/download/bolsas/Relatorio-Bolsas-Pibid-03-2014.pdf>>. Acesso em: 16 abri. 2014.

MELLO, E. M. Análise de dificuldades de alunos do Ensino Fundamental com o uso do algoritmo da subtração. In: Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2, 2008. **Anais...** Disponível em: <<http://www.ded.ufrpe.br/Sipemat/CD-ROM%20%20SIPEMAT/artigos/PO-20.pdf>>. Acesso em: 7 out. 2014.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica. **Revista Brasileira de Educação**. n. 28, 2005. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n28/a05n28.pdf>>. Acesso em: 29 ago. 2013.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. da S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**. Tradução de: MORO, M. L. F. Curitiba: Editora UFPR, 2009.