

MODELAGEM MATEMÁTICA – UMA ALTERNATIVA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA POR MEIO DA MÚSICA

*Autor: Denis de Aquino Umbezeiro
Instituição: UTFPR - Londrina
E-mail: denis.aquino@hotmail.com*

Resumo:

Visando a valorização do aluno e a construção do seu próprio conhecimento é que este trabalho se fundamenta na perspectiva de Modelagem Matemática expressa por Bassanezi (2010) e Biembengut (1999). Por acreditar que, aquilo que se aprende na escola também deve ter utilização na vida cotidiana, realizamos esta experiência utilizando modelagem matemática a qual explorou os conceitos de potenciação, fração, razão, proporção relacionados a conteúdos musicais para obtenção de um modelo matemático que se aplica aos estudos de progressão geométrica. Ainda com este trabalho os alunos puderam compreender os conceitos matemáticos presente na música, assim como, agregar as aplicações matemáticas em um entendimento musical.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Progressão Geométrica; Conteúdos Musicais.

1. Introdução

Sistematizado na perspectiva da Modelagem Matemática foi realizado uma aula na Guarda Mirim de Arapongas, oficialmente no projeto Tocando a Vida, coordenado pelo Diretor Edgar Gomes Filho. Com o objetivo de proporcionar aos alunos o desenvolvimento de habilidades matemáticas, musicais e críticas, não por um simples desenvolvimento mecânico, mas acreditando que o aluno é um aprendiz autônomo, intérprete e usuário da matemática.

Os laços profundos da relação entre a Matemática e a Música não são recentes, segundo Granja (2010), o conjunto dos quatro eixos como a aritmética, geometria, astronomia e a música, denominado Quadrivium, que concebia o grupo das artes matemáticas pertencentes às artes liberais, fez parte de um dos currículos de grande importância já na Idade Média.

A música constitui-se da arte dos sons em que se manifesta aos ouvintes, ou aos criadores, as diversas emoções tais como, alegria, tristeza, medo, raiva, entre outros. Cumpre observar que em 2008 a Lei nº 11.769, estabelece a obrigatoriedade do ensino de música nas

escolas de educação básica, admitindo que este ensino pode desenvolver a criatividade, sensibilidade e a integração dos alunos.

Assim se torna importante permitir, por meio da matemática, que as pessoas entrem em contato com diferentes situações-problema, de modo a oportunizar questionamentos referentes à sua realidade, fazendo levantamento de novos problemas do meio em que vivem e, por meio das ferramentas matemáticas possam ajudá-las a compreendê-los ou até mesmo solucioná-los.

Com isso Lorenzato (2006), explica a Percepção Matemática dos estudantes se efetiva a partir de suas experiências e como eles processam tais experiências. Por meio de situações que aproveitem o conhecimento que o estudante adquiriu antes e fora da escola, proporcionando condições para um estudo significativo das noções matemáticas.

Na implementação de uma atividade de Modelagem Matemática permeando discussões, hipóteses, conjecturas e interpretações de soluções é possível atribuir analogias que segundo Lévy (1993) e Abdounur (1999), estaríamos adentrando em uma perspectiva do conhecimento como uma rede de significados, um tecido onde todos os elementos encontram-se conectados a partir de múltiplas associações um com outro, facilitando a busca de sentido ou significado para um determinado objeto.

A atividade de modelagem que compõe este relato aborda conceitos relacionados ao estudo de valores de notas musicais, que em suas combinações promove ritmos. No que tange a matemática para a obtenção de um modelo em progressão geométrica, o estudo de valores de notas envolve os conteúdos de potenciação, fração, razão, proporção os quais assumem papéis valiosos para abstração de conceitos que permeiam o desenvolvimento da atividade, afim de se chegar na formulação de um modelo matemático que expresse a sequência de valores de notas musicais.

2. Procedimentos Metodológicos

Tratando-se especificamente de Modelagem Matemática, D'Ambrósio (1989, p. 3) afirma que ela “tem sido utilizada como uma forma de quebrar a forte dicotomia existente entre a matemática escolar formal e a sua utilidade na vida real”. Corroborando com isso, Bassanezi (2010, p. 16) diz que “a modelagem matemática consiste na arte de transformar

problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

No entanto, para se chegar a um modelo é necessário percorrer um processo. Neste panorama Biembengut (1999, p. 20) ressalta que “modelagem matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo”, o que de certa forma está em consonância com a concepção de que o processo de modelagem é constituído por diversas etapas.

De forma detalhada para Bassanezi (2010) a Modelagem Matemática é um processo, composto pelas seguintes etapas: *experimentação*: é uma atividade que tem por finalidade a obtenção de dados; *abstração*: é o procedimento onde se estabelece a seleção de variáveis, problematização, formulação de hipóteses e simplificação, a fim de se chegar à formulação dos modelos matemáticos; *resolução*: é a substituição da linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente; *validação*: é a verificação se o modelo é válido ou não, para se chegar em uma conclusão coerente, é preciso comparar e testar o modelo e suas hipóteses com valores do sistema real; *modificação*: caso o modelo não seja aceito, esta etapa é destinada a modificação e reconstrução das etapas anteriores.

3. Sobre o Tema

A música é uma arte que manifesta os afetos da nossa alma por meio dos sons, promove o equilíbrio, proporcionando um estado agradável de bem-estar, facilitando a concentração e o desenvolvimento do raciocínio. É reconhecida por muitos pesquisadores como uma espécie de modalidade que desenvolve a mente humana.

Segundo Campos (2009, p. 16) a música proporciona:

[...] Interação com o outro e consigo mesmo, capacidade de criar e experimentar, dinamizar a aprendizagem de conteúdos formais do currículo da escola e trazer alegria ao ambiente escolar, estimulando a comunicação, a concentração, a capacidade de trabalhar e de se relacionar melhor em grupo.

A abrangência da música na integração de conteúdos de várias disciplinas, nas quais “a dimensão perceptiva é valorizada tanto quanto a dimensão conceitual” (GRANJA, 2010, p. 110). A percepção é essencial no conhecimento da Música, por se tratar de uma linguagem expressamente ligada aos sentidos.

A percepção é uma dimensão fundamental do conhecimento humano. É por meio dela que conhecemos o mundo, seus objetos e fenômenos. Mais do que isso, a percepção humana é um processo que traz em si não apenas manifestações sensoriais, mas também a significação dessas manifestações (GRANJA, 2010, p. 47).

Abdounur (2006, p. 4), descreve que há registros da relação da Matemática com a Música desde o século VI a.C, quando Pitágoras efetuou experiências com sons no monocórdio, as quais “evidenciavam relações entre comprimento de uma corda estendida e a altura musical do som emitido quando tocada”.

Bem como a Matemática que se faz presente desde muito tempo, por exemplo, na contagem e nas trocas de objetos, a Música acompanha o ser humano desde a antiguidade e é percebida como arte, que deve ser apreciada como tal. Arte esta que desperta no ser humano sentimentos dos mais variados como tristeza, alegria, compaixão, etc. (ABDOUNUR, 2006).

Conforme Muniz (2012, p. 52) Platão dizia que “a música é um instrumento educacional mais potente do que qualquer outro”. Tendo em vista que este trabalho busca o ensino e aprendizagem de matemática por meio da música, hoje é perfeitamente compreensível essa visão apresentada por Platão, visto que a música treina o cérebro para diversas formas relevantes de raciocínio.

4. Proposta Pedagógica








A atividade de modelagem matemática que compõe este relato de experiência foi realizada na entidade Guarda Mirim de Arapongas em um encontro que compõem 3 aulas de 50 minutos com alunos do Ensino Médio da rede pública, que são integrantes do projeto de música Tocando a Vida.

Inicialmente foi promovido um momento de reflexão sobre a seguinte ideia: ‘Na música podemos encontrar inúmeros símbolos entre notas e cifras, assim como na matemática, por exemplo, os símbolos das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão que permitem raciocinar sua mensagem ou significado através da interpretação. ‘

Também fez parte deste momento apresentar aos alunos a Tabela 1 que representa os valores de notas musicais, os nomes das notas e suas representações simbólicas, permitir a análise e enunciar a situação problema, de modo a se enquadrar na primeira etapa, Bassanezi (2010), experimentação, tem por finalidade promover a obtenção de dados referidos a situação problema.

“ De que forma podemos evidenciar um modelo matemático que expresse os valores das notas musicais? ”

Tabela 1: Valores representativos, nomes e características

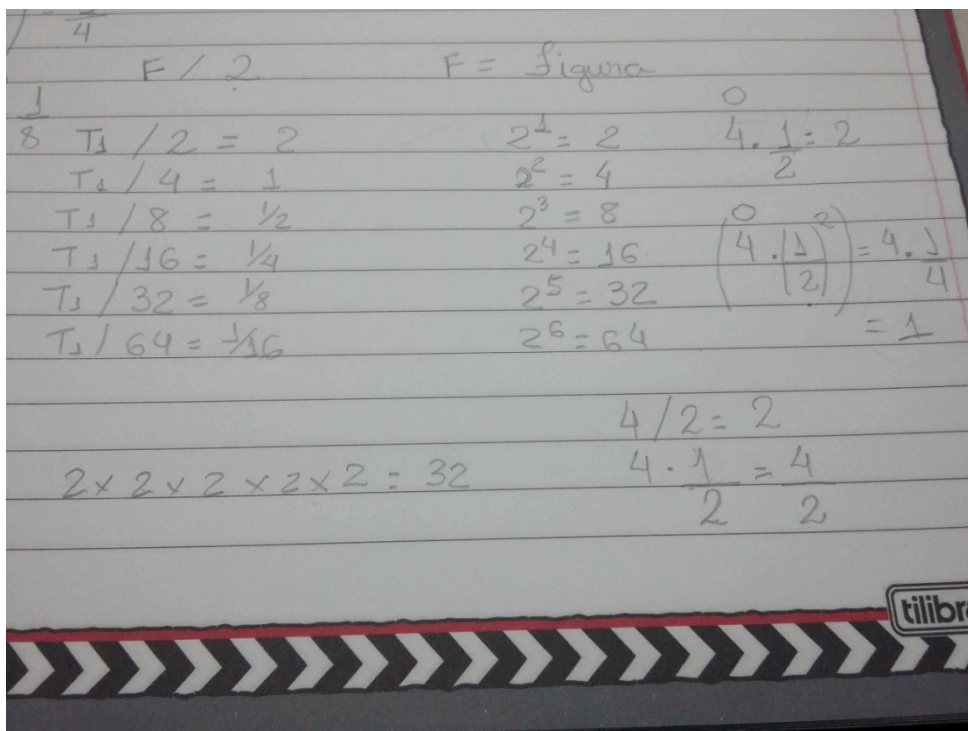
Figura	Nome	Valor
	semibreve	4
	mínima	2
	semínima	1
	colcheia	1/2
	semicolcheia	1/4
	fusa	1/8
	semifusa	1/16

Fonte: Autor do Trabalho, 2016.

Desta forma, analisando a tabela 1 os alunos conseguiram chegar a uma afirmação, isto é sempre era possível dividir o valor numérico referente por 2 para encontrar o valor do próximo número. Nesta linha de raciocínio eles encontraram uma regularidade, ou seja, as notas sucessivas da tabela estão sempre se reduzindo à metade de suas anteriores, que nada mais é do que a multiplicação por $\frac{1}{2}$, sendo assim à medida que surgiam as dúvidas retomamos os conteúdos de potenciação, razão e proporção.

Depois de um longo debate sobre a tabela de valores que em uma combinação determina ritmos para qualquer música e os conceitos matemáticos envolventes como fração, razão e proporção permitiu que os alunos relacionassem a uma sequência que em conformidade com as etapas propostas por Bassanezi (2010) em que consiste a “Abstração que é o procedimento onde se estabelece a seleção de variáveis, problematização, formulação de hipóteses e simplificação, a fim de se chegar à formulação do modelo matemático.

Figura 1: Primeiras relações



Handwritten mathematical work on lined paper. The text is as follows:

$$F/2$$

$$F = \text{figura}$$

$T_1 / 2 = 2$	$2^1 = 2$	$4 \cdot \frac{1}{2} = 2$
$T_2 / 4 = 1$	$2^2 = 4$	
$T_3 / 8 = \frac{1}{2}$	$2^3 = 8$	$\left(\begin{matrix} 0 \\ 4 \cdot \frac{1}{2} \\ 2 \end{matrix} \right) = 4 \cdot \frac{1}{2}$
$T_4 / 16 = \frac{1}{4}$	$2^4 = 16$	$\frac{1}{4}$
$T_5 / 32 = \frac{1}{8}$	$2^5 = 32$	
$T_6 / 64 = \frac{1}{16}$	$2^6 = 64$	$= 1$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

$$4 / 2 = 2$$

$$4 \cdot \frac{1}{2} = 2$$

Fonte: Atividade do aluno A, 2016.

A etapa seguinte relaciona a resolução, expressa por Bassanezi (2010), como sendo a substituição da linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente. A estratégia dos alunos nessa etapa foi considerar o valor de uma nota com sendo um “F” qualquer dividido por 2, conforme ilustra a figura 1. Analisando a possibilidade de um “F/2” os alunos constataram que não poderia ser, pelo fato de não expressar a sequência de todos os valores da tabela, sendo assim, atribuíram as nomenclaturas para as notas, T1 semibreve como termo 1, T2 mínima como termo 2, T3 semínima como termo 3, T4 colcheia como termo 4, T5 semicolcheia como termo 5, T6 fusa como termo 6 e o T7 que representava a semifusa como sendo o sétimo termo, além de conseguirem evidenciar a partir da retomada de alguns conteúdos a razão $\frac{1}{2}$, que multiplicado os valores permitia encontrar o valor correspondente da nota sucessora, conforme mostra figura 2.

Figura 2: Segunda relação

T ₁ Semibreve		4 tempos	$2 \cdot \frac{1}{2} = 1$
T ₂ Mínima		2 tempos	$2 \cdot \frac{1}{2} = 1$
T ₃ Semínima		1 tempo	$1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
T ₄ Colcheia		$\frac{1}{2}$ tempo	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
T ₅ Semicolcheia		$\frac{1}{4}$ tempo	$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$
T ₆ Fusa		$\frac{1}{8}$ tempo	$\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

Fonte: Atividade do aluno A, 2016.

Dando sequência na atividade, através da interação dos alunos decidiram assumir ao invés das nomenclaturas T1 até o T7, igualar o $T=n$, que representaria o número de posição como sendo, $n = 1$ semibreve, $n = 2$ mínima, $n = 3$ semínima e assim sucessivamente até o $n = 7$ representando a semifusa. Desta forma foi possível fazer uma transposição da linguagem natural das hipóteses para uma linguagem matemática, identificando uma possível fórmula sendo o T1 o primeiro termo, multiplicado por uma razão $\frac{1}{2}$ elevado a um $n =$ número de posição subtraído de um, conforme figura 3.

Figura 3: Terceira relação

$(4 \cdot \frac{1}{2})^{n-1} = 4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$T_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

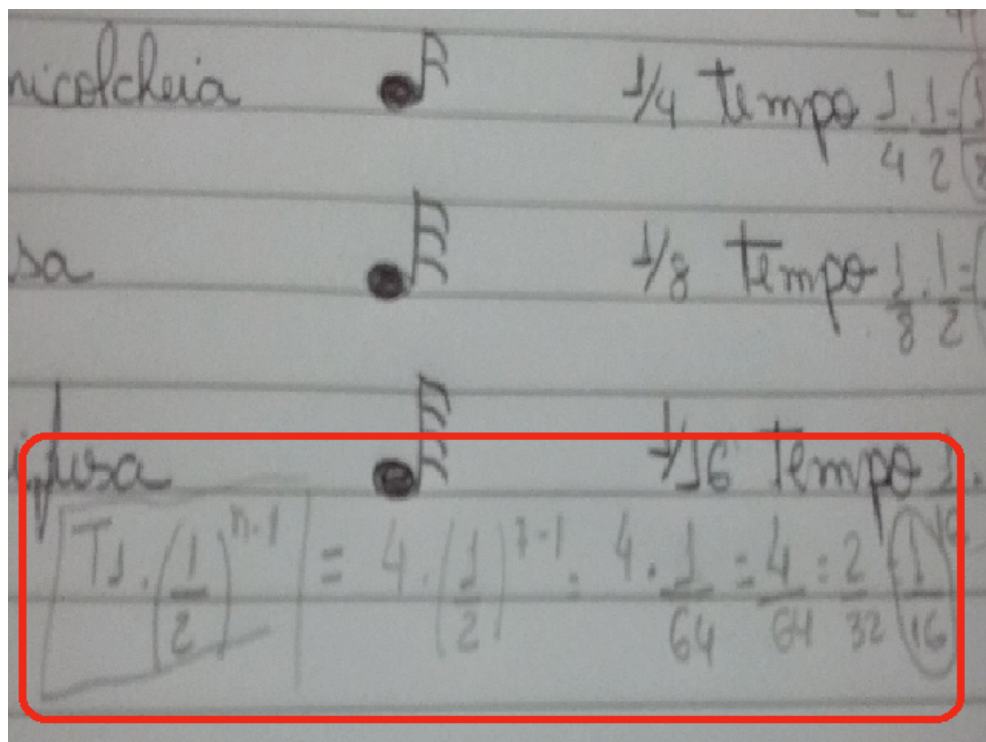
$4 \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{2}$

T ₁ Semibreve		4 tempos
--------------------------	--	----------

Fonte: Atividade do aluno A, 2016

A próxima etapa foi validar o possível modelo encontrado, $T1(1/2)^{n-1}$, Bassanezi (2010) validação é um processo que identifica se o modelo é válido ou não, sendo assim, selecionaram a semifusa para encontrar o seu valor a partir do modelo, que por meio dos cálculos obtiveram o valor correspondendo, concluindo a validação conforme mostra figura 4.

Figura 4: Validação



Fonte: Atividade do aluno A, 2016.

Cumprir observar que após finalizar a atividade com a obtenção de um modelo matemático que responde a situação problema exposta aos alunos, não foi preciso fazer a quarta etapa proposta por Bassanezi (2010) modificação por termos obtido o modelo esperado. O próximo momento foi realizar a sistematização dos conteúdos de potenciação, fração, razão, proporção e evidenciar a fórmula geral de uma progressão geométrica.

5. Resultado da Pesquisa

Posso dizer que, o uso da metodologia de Modelagem Matemática expressa na atividade evidenciou várias perguntas, respostas e desafios, como exemplo as indagações

feitas aos alunos sobre a tabela de valores de notas musicais, as respostas propostas por eles segundo as relações que verificavam e o desafio de concluir um modelo que fosse aplicável a tabela de valores.

Propor uma atividade matemática que esteja diretamente ligada ao contexto social do aluno, propicia o desenvolvimento de raciocínios, interpretações e reflexões acerca da aplicabilidade da matemática envolvida em outras áreas do conhecimento, como, as relações matemáticas encontradas na atividade que relaciona parcialmente um contexto da área de música, sendo o estudo de valores de notas, nomes e símbolos. A utilização da metodologia proporcionou aos alunos participantes do projeto, retomar conteúdos para evidenciar seus cálculos matemáticos, assim como, o conhecimento de valores que foi além de um ato de memorização, desta forma é possível afirmar que a modelagem é uma alternativa metodológica que possibilita a construção de novos conceitos e torna possível a integração de novas experiências.

No que se refere ao modelo evidenciado, surtiu extrema relevância para os alunos da Guarda Mirim do projeto Tocando a Vida, ressaltando que a medida adotada por muitos professores da área de música é exigir que os alunos memorizem a tabela de valores de notas musicais. No que tange o ensino de matemática a medida adotada foi contrária ao simples ato de memorização, pois o desafio de se chegar a um modelo matemático que expressasse os valores contidos na tabela, favoreceu um entendimento amplo por meio da matemática sobre os significados das características de cada nota e de seus valores correspondentes.

Por fim, assim como para muitas pessoas a matemática é vista em graus de dificuldades, suas contribuições deram sentido e tornaram possíveis a superação de um simples ato de memorização por vezes adotado no ensino de música, com isso espero que este trabalho ilumine e contribua para o progresso da aprendizagem matemática e evidencie suas aplicações na música.

6. Referências

ABDOUNUR, O. J. **Matemática e música: pensamento analógico na construção de significados.** São Paulo, SP: Escrituras, 1999. 351 p.

_____. **Matemática e música: pensamento analógico na construção de significados.** 4.ed. São Paulo: Escrituras, 2006.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: 24^a RA da ANPED, **Anais...** Caxambu, 2001.

BASSANEZZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. 3.ed. São Paulo: Contexto, 2010.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática e Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática**. Blumenau: Furb. 1999.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem matemática e perspectivas para o ensino e aprendizagem de matemática**. Programa de pós graduação em Educação – FURB, Blumenau. 2010.

CAMPOS, G. P. S. **Matemática e Música: práticas pedagógicas em oficinas interdisciplinares** (2009). Disponível em:
<http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/2010/Arte/dissertacao/matem_mus.pdf>. Acesso em: 11 maio 2015.

D'AMBROSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates. **SBEM**, ano II, n.2, 1989. Disponível em:
<http://educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Beatriz.pdf>. Acesso em: 19 maio 2015.

GRANJA, Carlos Eduardo de Souza Campos. **Musicalizando a escola: música, conhecimento e educação**. São Paulo: Escrituras, 2010.

LÉVY, P. **As Tecnologias da Inteligência: O futuro do pensamento na era da informática**. Rio de Janeiro, RJ: Ed. 34, 1993.

LORENZATO, Sérgio. **Educação infantil e percepção matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006.

MUNIZ, I. **A neurociência e as emoções do ato de aprender: quem não sabe sorrir, dançar e brincar não deve ensinar**. Itabuna: Via Litterarum, 2012.