

MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL: UM ESTUDO SOBRE SALAS DE CINEMA

Elida Maiara Velozo de Castro
Universidade Estadual do Centro Oeste - UNICENTRO
elidamaiara.vc@gmail.com

Michele Regiane Dias Veronez
Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR
miredias@gmail.com

Resumo:

Neste trabalho abordamos o estudo de uma atividade de modelagem matemática que tem como tema as salas de Cinema. Sendo assim, temos como objetivo discutir acerca dos conhecimentos mobilizados e/ou construídos pelos alunos ao longo do desenvolvimento dessa atividade. Uma atividade de modelagem matemática apresenta o diferencial de permitir que os alunos definam um tema a ser estudado, que seja de seu interesse e/ou de sua realidade, e busquem responder a questões relativas a esse tema, utilizando-se para isso de conhecimentos matemáticos e extramatemáticos. A atividade de modelagem com o tema Cinema foi desenvolvida com alunos do 8º ano durante dez aulas de cinquenta minutos. Para o processo de análise foram consideradas as observações e anotações do professor e registros dos alunos. Como resultado, inferimos que ao longo do desenvolvimento da atividade de modelagem matemática os alunos mobilizaram e/ou construíram diferentes conhecimentos, inclusive não matemáticos.

Palavras chave: Atividade de modelagem matemática; Mobilização de conhecimentos; Construção de conhecimentos.

1. Introdução

Embora tenhamos conhecimento de que a matemática está presente nas diferentes situações do dia a dia e que, nem sempre, os conceitos trabalhados na escola vêm apoiados em situações cotidianas, trazemos, nesse trabalho, uma atividade de modelagem matemática por entender que atividades como essa favorecem mobilização/construção de conhecimentos tanto da situação em estudo como matemáticos.

A caracterização de Modelagem Matemática assumida é aquela em que a atividade começa com uma situação inicial (problemática), que tem origem na realidade ou em algo do interesse do aluno, e culmina com uma situação final (solução para a problemática) e que no trânsito da situação inicial para a final há o envolvimento com um conjunto de procedimentos (ALMEIDA, SILVA e VERTUAN, 2013).

Pelo fato de abordar situações da realidade do aluno ou que lhes sejam significativas, Gaebler e Veronez (2010, p.1) sugerem que “a Modelagem Matemática é um caminho para despertar no aluno o interesse em analisar situações diversas e a partir dessas, discutir conhecimentos matemáticos, mesmo que tais situações tenham emergido de contextos

aparentemente não matemáticos”. Assim, o trabalho com Modelagem Matemática pode favorecer a criação de um ambiente no qual os alunos são motivados a refletir sobre e construir seus conhecimentos, reconhecer suas capacidades e desenvolver habilidades.

Diante do exposto, temos por objetivo discutir acerca dos conhecimentos mobilizados e/ou construídos pelos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do Estado do Paraná ao longo do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, cujo tema é o Cinema. Para tanto, apresentamos como os alunos se envolveram com essa atividade e lidaram com os conhecimentos nela requeridos.

2. Modelagem Matemática: algumas considerações

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais a Matemática é caracterizada “como uma forma de compreender e atuar no mundo e o conhecimento gerado nessa área do saber como um fruto da construção humana na sua interação constante com o contexto natural, social e cultural” (BRASIL, 1998, p.24). Essa problematização do cotidiano, que considera análise crítica e compreensões diversas do mundo, segundo as Diretrizes Curriculares Estaduais de Matemática (DCE’s) (PARANÁ, 2008), é característica da Modelagem Matemática. Ainda nas DCE’s, enfatiza-se que a Modelagem Matemática parte de uma situação do meio social e cultural do aluno e que este se utilizará de conhecimentos matemáticos e de conhecimentos sobre a situação para responder e/ou compreender tal situação.

Segundo Caldeira, Malheiros e Meyer (2013) reconhecer a existência de um problema real, que seja significativo para os alunos e sua comunidade, é o primeiro passo para se trabalhar com Modelagem em sala de aula. Para os autores, a Modelagem Matemática é uma atividade em que os alunos partem de situações da realidade, matematizam essas situações e chegam a respostas. A Modelagem Matemática, nessa acepção, não segue uma ordem, não trabalha com problemas já estabelecidos, nem com livros textos. Pelo contrário, por meio da Modelagem o aluno é instigado a questionar-se e apresentar tal questionamento aos demais colegas e ao professor, e juntos, usando (ou aprendendo) ferramentas matemáticas, entender o fenômeno escolhido e responder às questões propostas, mesmo que de forma aproximada.

Almeida, Silva e Vertuan (2013), destacam que as atitudes requeridas pela Modelagem Matemática, demandam um comportamento ativo de professores e alunos, pois aborda problemas do interesse e/ou da realidade do aluno, com características não essencialmente matemáticas. Assim, uma atividade de modelagem matemática parte de uma situação na qual os alunos utilizam procedimentos matemáticos, lançando mão de um processo investigativo

para resolver o problema advindo dessa situação e, posteriormente, realiza-se uma análise interpretativa da solução obtida para tal problema.

A Modelagem Matemática na Educação Matemática apresenta como possibilidade

inserir, nas atividades escolares, elementos das demandas locais, advindas da cotidianidade dos alunos, permitindo que eles, em conjunto com o professor, busquem soluções matemáticas para essas demandas, desenvolvendo, para além do pensamento e de conceitos matemáticos, a criatividade, a autonomia e o espírito de coletividade (CALDEIRA, SILVEIRA e MAGNUS, 2011, p. 65).

Como o problema identificado para ser resolvido tem características não essencialmente matemáticas, articulações entre matemática e realidade servem de subsídio para o sujeito ativar e/ou produzir e integrar conhecimentos matemáticos e não matemáticos, ao passo que se envolve com a busca por solução para tal problema.

3. Atividade de Modelagem Matemática: estudando o Cinema

A atividade de modelagem matemática apresentada foi conduzida pela autora do presente trabalho que era, ao mesmo tempo, professora da disciplina de Matemática na turma de 8º ano do Ensino Fundamental. Na intenção de desenvolver uma atividade de modelagem matemática com os alunos dessa turma, a professora solicitou que primeiramente, eles escolhessem um tema do seu interesse, do seu dia a dia e de sua realidade. Divididos em grupos de no máximo quatro alunos, cada grupo sugeriu um tema e na sequência foi realizada uma votação. Sabendo que a partir do tema eles poderiam apresentar suas propostas de trabalho, ficou perceptível o interesse dos alunos em fazer algo diferente do cotidiano de sala de aula, ou seja, explorar algo fora do ambiente escolar, saindo da rotina. Talvez por esse motivo que o tema escolhido foi Cinema. Sendo assim, solicitou-se que cada grupo, buscasse, em diversas fontes (jornal, revista, internet, panfletos, livros, entre outros), informações sobre o tema, para dar início ao estudo.

Na aula seguinte a professora apresentou alguns slides, retratando um pouco da história do cinema e algumas curiosidades matemáticas. De posse de alguns dados, perguntas foram feitas aos alunos na intenção de que eles pensassem em algo que gostariam de investigar: *O que vocês gostariam de saber sobre o tema escolhido, sobre o Cinema? Sobre o que do Cinema vocês gostariam de investigar? Tem algo sobre o Cinema que vocês gostariam de saber?* Após uma discussão acerca dessas questões, solicitou-se que os alunos elaborassem perguntas ou identificassem problemas a respeito do tema abordado.

Percebeu-se a grande dificuldade dos alunos para fazer questionamentos, criar perguntas. Em alguns momentos houve um acomodamento, afinal, não tinham um problema para resolver, tinham apenas informações. Esse acomodamento, segundo Caldeira, Malheiros e Meyer (2013), refere-se ao fato de que a “organização escolar produziu e produz pessoas ‘mudas’” (p.52) sem voz perante um assunto, pelo medo de errar quando se posicionam, questionam ou arriscam respostas. “A justificativa desse ‘emudecimento’ se dá na concepção epistemológica adotada de que a Matemática já está pronta, não precisamos discuti-la, basta aos alunos ouvirem as verdades que os professores têm a dizer” (p.53).

Por estarem acostumados a seguir exemplos e resolver listas de exercícios, em que devem apenas reproduzir um conceito posto, os alunos concebem as atividades de modelagem matemática, num primeiro momento, como desafiadoras e não usuais (ALMEIDA, SILVA E VERTUAN, 2013) e há uma insistente solicitação de que o professor forneça o problema a ser investigado.

Somente depois do professor sugerir alguns caminhos é que surgiram ideias e possibilidades, embora ainda limitadas por parte dos alunos, que ainda se mostram dependentes do aval do professor, mesmo essa atividade de modelagem matemática não sendo a primeira que eles se envolvem. O papel do professor de sugerir problemas aos alunos e instigá-los a complementar as informações, definir variáveis, resolver o problema e analisar suas soluções, foi pautado na intenção de que eles ao realizar tais ações, desenvolvessem sua independência.

Em um primeiro momento, os alunos apresentaram problemas rotineiros, tais como os que comumente aparecem nos livros didáticos:

Se a professora pagasse a entrada de todos os alunos dos 8º numa quinta a tarde no 3D com meia entrada sendo que há 41 alunos e mais o ingresso dela com uma pipoca e um refrigerante de cada (R\$ 2,00 cada). Quanto ela gastou?[sic]

Na sexta-feira foram arrecadados 1.400 reais de 350 pessoas que pagaram a entrada inteira (R\$ 14,00) e foram arrecadados 1.631 reais de meia entrada (R\$ 7,00). Quantas pessoas pagaram meia entrada?[sic]

Depois de algumas discussões sobre as características desses problemas, os alunos, seguindo orientações da professora, repensaram sobre o que poderiam investigar e iniciaram um estudo sobre a disposição das cadeiras nas salas de cinema. Para isso usaram como referência o manual da Associação Brasileira de Cinematografia (ABC).

A professora solicitou que procurassem mais informações a respeito e que buscassem ilustrar a organização das cadeiras na sala de cinema, a partir de uma figura geométrica e, a

seguir, levantassem perguntas relacionadas a tal disposição das cadeiras que gostariam de investigar a respeito.

Os alunos demonstraram-se bastante empolgados com a situação a investigar e trouxeram para a sala de aula, figuras, textos, revistas para recorte, e outros materiais que consideraram relevantes para essa fase inicial do desenvolvimento da atividade de modelagem matemática. De posse desses materiais, os alunos elaboraram cartazes, contendo perguntas e gráficos sobre o tema. Começaram, então, a apresentar sinais de autonomia para buscar informações, mesmo que em alguns momentos a presença e orientação do professor se fizeram indispensáveis. Porém, foi perceptível a atenção, interesse e engajamento demonstrado pelos alunos em participar ativamente da atividade. Ao proporem os problemas se colocaram como sujeito diretamente envolvido, ou seja, confirmaram a afirmação de Caldeira, Malheiros e Meyer (2013) quando apontam que, na modelagem, o indivíduo passa de telespectador a manipulador de objetos matemáticos, pois o conhecimento está na interação do sujeito com o objeto.

Ao buscar informações a respeito do tema, os alunos primeiramente deram grande atenção à imagens, figuras, escritas (palavras relacionadas), história do cinema, curiosidades, fotos de artistas e recortes de cena. Sendo assim, as informações que eles tinham em mãos ainda eram pouco relevantes para refinar as ideias de problemas que haviam cogitado.

Em outra aula, os alunos, considerando as informações que tinham sobre o cinema, suas principais curiosidades e as intervenções do professor, decidiram por analisar qual seria a relação entre a organização das poltronas na sala de cinema e o tamanho da tela.

Como na escola os laboratórios de informática não estão disponíveis para uso, a professora optou por buscar as informações pertinentes ao problema e apresentar aos alunos na próxima aula. Assim, trouxe para eles uma cópia do manual da ABC de Cinema, com regras e instruções sobre como organizar uma sala de cinema, propondo um debate acerca de alguns aspectos relacionados ao problema em estudo.

Do manual obteve-se que as poltronas não são dispostas de forma a ocupar todo espaço físico da sala de cinema e que são distribuídas de maneira a formar uma figura de 4 lados, porém nem todos com a mesma medida. Isso possibilitou uma pesquisa sobre o nome e as características principais da figura formada, no caso um trapézio.

Os alunos não lembravam ou não conheciam essa figura, então foram incentivados a procurar sobre ela nos próprios livros didáticos. Eles encontraram, além da denominação, algumas características, elementos e classificação dos trapézios. Segundo o livro texto que eles utilizam em sala, o trapézio é um quadrilátero que possui apenas dois lados paralelos,

embora também fosse apresentada aos alunos a definição atribuída por outros autores de que o trapézio é um quadrilátero com pelo menos dois lados paralelos, sendo a segunda mais aceita e utilizada atualmente. Além disso, os trapézios podem ser classificados como: “escalenos são aqueles que têm os quatro lados com medidas diferentes; trapézio retângulo tem dois ângulos internos retos (90°), ou seja, tem um dos lados não paralelos perpendicular a base; isósceles, trapézio que tem os lados não paralelos congruentes (com medidas iguais)” (GIOVANNI E CASTRUCCI, 2009, p.225). Também se depararam com informações a respeito do cálculo da área, do perímetro e da base média.

Como no livro didático a fórmula utilizada para calcular a área dos trapézios é apenas informada, sem preocupação de apresentar como tal fórmula pode ser obtida, a professora preparou uma aula de modo a favorecer aos alunos uma compreensão sobre a relação que dá a área do trapézio. Visando o desenvolvimento de um processo investigativo acerca dessa relação, a professora sugeriu aos alunos que utilizassem dobradura e desenho para representar a área do trapézio associada à área do quadrado e do retângulo, conforme mostra a Figura 1.

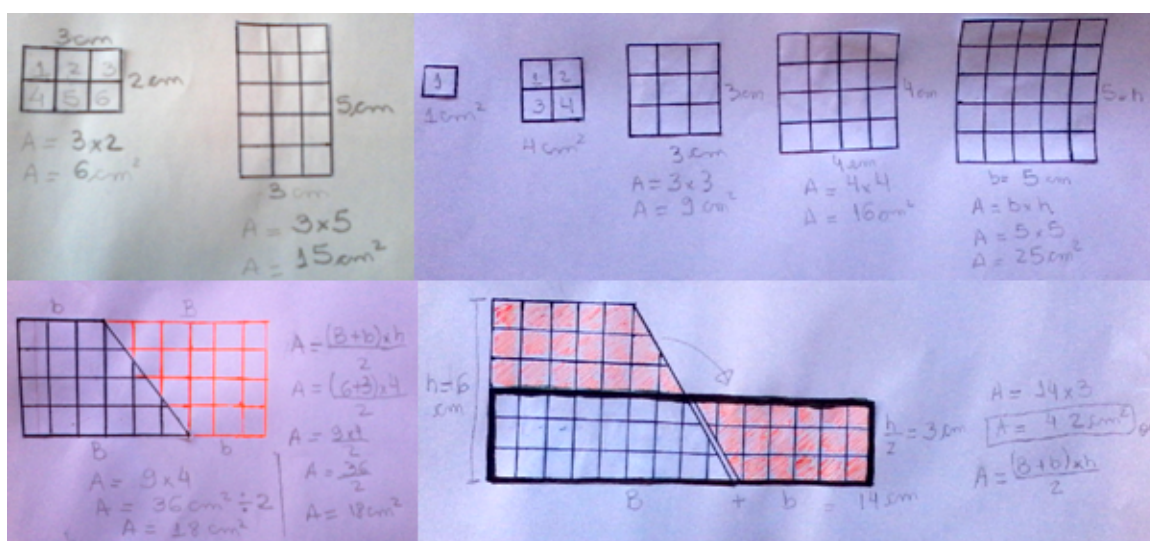


Figura 1: Registro dos alunos
Fonte: Anotações de um aluno.

Outra característica importante que foi estudada refere-se a ângulos. Os alunos encontraram a seguinte definição: “ângulo é toda região convexa do plano determinada por duas semiretas de mesma origem” (GIOVANNI E CASTRUCCI, 2009, p.185) e tiveram dificuldades de compreendê-la, inclusive relativo a como medir e construir ângulos usando o transferidor. Para superar tais dificuldades os alunos realizaram a construção de ângulos no caderno e analisaram suas classificações: “ângulo reto é aquele de medida igual a 90° ; ângulo agudo apresenta medida menor que 90° ; ângulo obtuso é aquele de medida superior a 90° ;

ângulo de meia volta ou raso, quando duas semirretas são opostas, ou seja, ângulo de 180° ; ângulo de uma volta é aquele de medida igual a 360° (p.11). Esse estudo, necessário para compreender a posição das poltronas na sala de cinema, também contribuiu para a análise dos ângulos internos de um trapézio qualquer. Utilizando-se da representação de um trapézio e fazendo alguns recortes (Figura 2), os alunos concluíram que ao somar todos os ângulos internos do trapézio resultará em 360° (Figura 2).

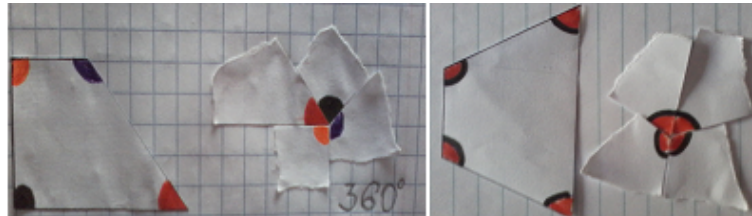


Figura 2: Registro dos alunos
Fonte: Caderno de aluno.

Conhecendo os elementos do trapézio, a maneira de se obter a base média, a área e seu perímetro, os alunos retomaram o desenho do formato da área formada pela ocupação das poltronas em uma sala de cinema (Figura 3), considerando que estas fossem colocadas, primeiramente, numa área plana.

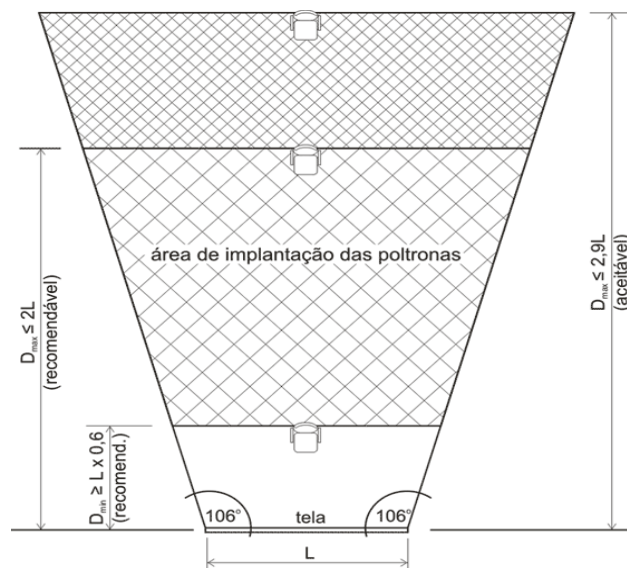


Figura 3: Área de implantação das poltronas.
Fonte: ABC (adaptado)

Sabendo que poderiam obter diferentes resultados, dependendo do tamanho da tela que o cinema apresentasse, construiu-se um quadro comparativo (Quadro 1) para compreender as instruções e o que o tamanho da tela influencia.

Quadro 1: Orientações sobre a distribuição das poltronas na sala de cinema de acordo com o tamanho da tela de projeção. (ABC).

Tamanho da Tela (m)	Distância mínima ($D_{\min} \geq L \times 0,6$)	Distância máxima (recomendável)-($D_{\max} \leq 2.L$)	Distância máxima (aceitável)-($D_{\max} \leq 2,9.L$)
---------------------	---------------------------------------------------	---------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------

meio da utilização da régua, assim obtiveram: $A_b = \frac{(14,5+5)}{2} = 9,75$ m	11,6
5:3	14,5
Calculando-se a área: 7:3	20,3
13:7	37,7
$A = \frac{(B+b).h}{2}$ ou seja $A = 16,9$ base média $\cdot 10,6 \Rightarrow A = \frac{(B+5) \cdot 14,5}{2} \Rightarrow A = \frac{(14,5+5) \cdot 14,5}{2} \Rightarrow A = 141$	46,4

Fonte: Produção dos alunos.

Os alunos ao reproduzir o desenho de uma sala de cinema, seguindo as normas e recomendações da ABC adotaram uma medida padrão de tela, ou seja, definiram que o tamanho da tela seria de 5m x 3m. Também utilizaram as medidas exatas dos ângulos fornecidos pelo Manual ABC e, sob orientação da professora, encontraram os outros dois ângulos (Figura 4), cujas medidas não estão explícitas na Figura 3.



Figura 4: Cálculos realizados pelos alunos.
 Fonte: Produção dos alunos.

Para melhor conforto e visão dos espectadores, as poltronas são posicionadas de maneira escalonada, seguindo os parâmetros definidos pela recomendação da ABC, pois o escalonamento permite que as poltronas fiquem intercaladas, favorecendo a linha de visão das pessoas. Além disso, os alunos também perceberam que o chão da sala de cinema não é plano; tem formato de escada, ou seja, a fileira de poltronas de trás encontra-se sempre mais alta que a da frente.

Outros pontos considerados pelos alunos foram a distância da primeira fileira de poltronas até a tela de projeção e a distância de uma fila a outra (Figura 5). Para essa distância levou-se em consideração o tamanho da tela, o ângulo de visão, o encosto da poltrona e a cabine de projeção. Portanto, para formar 5 fileiras por exemplo, seriam necessário, no mínimo, 5 metros.

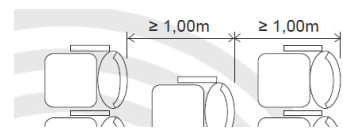


Figura 5: Implantação das poltronas.

Fonte: ABC(adaptado)

Também foi realizada uma estimativa do número de cadeiras que caberiam em uma sala de acordo com o tamanho da tela, visto que é essa medida que determina a distribuição das poltronas no local. Os alunos apresentaram certa dificuldade para ler e interpretar a Figura 6, assim, foi necessária troca de ideias entre os grupos.

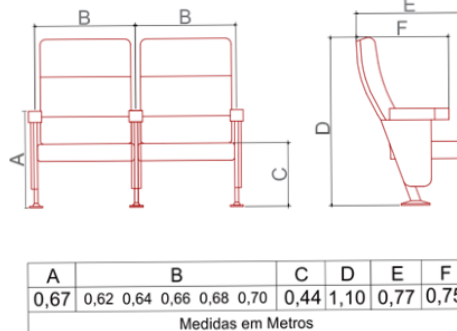


Figura 6: Tamanho de poltrona.
Fonte: Santa Isabel, (2013).

Os alunos calcularam a quantidade de poltronas na sala de cinema, que apresenta uma tela com a largura (L) igual a 5m, que a primeira fila (D_{\min}) dista 3m da tela de projeção e que a primeira fila tem aproximadamente 8m de comprimento (Quadro 2).

Quadro 2: Quantidade de poltronas por fila no cinema.

Comprimento da fila/tamanho da poltrona = quantidade de poltronas na fila $8/0,67 = 11,94$, considerou-se 12.	
Fila	Número de poltronas
1	12
2	13
3	14
4	15
5	16
6	17
7	18
8	19
9	20
10	21
11	22
Total	187

Fonte: Produção dos alunos.

Os alunos perceberam que uma fila tem a mesma quantidade de poltronas da fila anterior adicionado com mais uma. Assim, os alunos chegaram a construir a fórmula algébrica que pode explicar a situação: $F_{n+1} = F_n + 1$, em que F_n é o número de poltronas na fila n.

As respostas para o problema foram expressas por meio de tabelas, desenhos, cálculos no caderno. Ainda, visando divulgar seus resultados, os alunos elaboraram cartazes e construíram maquetes (Figura 7), algumas seguindo as informações obtidas na pesquisa e presentes no modelo matemático, e outras apresentando possibilidades e ideias.



Figura 7: Maquetes produzidas pelos alunos.

Fonte: Material dos alunos.

Os resultados obtidos e as construções – de conhecimento e de material – apresentadas pelos alunos, permitiu-lhes reconhecer a utilização e a importância de conceitos matemáticos em situações que tinham interesse investigar. No desenvolvimento dessa atividade de modelagem matemática, os alunos tanto aprenderam sobre matemática como sobre o tema em estudo e no trânsito da situação inicial para a final, apresentaram sinais de autonomia, criatividade e atitudes crítica e reflexiva.

4. Considerações Finais

O processo de ensino, nas últimas décadas tem se tornado um desafio para os professores que buscam despertar o interesse dos alunos para o aprender, o analisar situações a partir da matemática, o relacionar conceitos matemáticos com outras áreas.

Na atividade de modelagem matemática relatada, os alunos mobilizaram e/ou construíram diferentes conceitos, não somente matemáticos, enquanto buscavam uma solução para o problema em estudo. Dentre a mobilização e/ou construção de conceitos realizada pelos alunos destacam-se a área de quadrados e retângulos, ângulos e suas classificações, características de trapézios, resolução de equação do 1º grau. Além desses conceitos e da oportunidade de revisitar conceitos anteriormente aprendidos, os alunos puderam se envolver com conhecimentos não matemáticos, a saber: a história do cinema, as características de uma sala de cinema, a leitura de textos como “sétima Arte”, entre outros. Assim, os alunos ampliaram seus conhecimentos e reconheceram que a matemática pode ser vista em contextos diversos e para além daqueles típicos problemas rotineiros.

De modo geral, consideramos que a atividade de modelagem matemática desenvolvida com as turmas de 8º ano, viabilizou o ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos à medida que os alunos buscavam compreender a situação em estudo e resolver o problema advindo dessa situação, proposto por eles. Por outro lado, também ficou evidenciado no desenvolvimento dessa atividade que os alunos tiveram uma participação efetiva e que, o

papel do professor é determinante nesse processo de conduzir os alunos à busca por uma solução para o problema e na análise crítica e interpretativa da solução encontrada.

5. Referências:

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E.. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1.ed. São Paulo: Contexto, 2013.

Associação Brasileira de Cinematografia, ABC. Recomendação Técnica, Arquitetura de Salas de Projeção Cinematográfica. Disponível em: <www.ctav.gov.br/wp-content/uploads/2009/03/rectec-0811181.pdf> Acesso em 10/08/15.

BRASIL. MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática**. Brasília: 1998.

CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. e MEYER, J. F. C. **Modelagem em Educação Matemática**. 3.ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

CALDEIRA, A.D.; SILVEIRA, E.; MAGNUS, M.C.M. Modelagem Matemática: alunos em ação. In: ALMEIDA, L.M.W.; ARAÚJO, J.L.; BISOGNIN, E. **Práticas de modelagem matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas**. Londrina: Eduel, 2011.

GAEBLER, R., VERONEZ, M. R. D.. **MODELAGEM MATEMÁTICA NA ANÁLISE DA ESTRUTURA DE UMA PONTE**. IV EPMEM, Modelagem Matemática: perspectivas interdisciplinares para o ensino e a aprendizagem de matemática. Maringá – PR, 2010.

GIOVANNI JR, J. R.; CASTRUCCI, B.. **A conquista da matemática**, 7º ano. Ed. Renovada – São Paulo: FTD, 2009.

PARANÁ. **Secretaria de Estado da Educação. Diretrizes Curriculares de Matemática para as series finais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio**. Curitiba, 2008.

SANTA ISABEL IND E COM DE EQUIPAMENTOS CINEMATOGRAFICOS, 2013 . Disponível em: <http://www.santaclarapoltronas.com.br/scesmeralda.html>. Acesso em 20/08/2015.